

Сложные сети как модели сложных систем

Евин Игорь Алексеевич
Институт машиноведения РАН
Кафедра ВМТП МФТИ
yevin@list.ru

Содержание

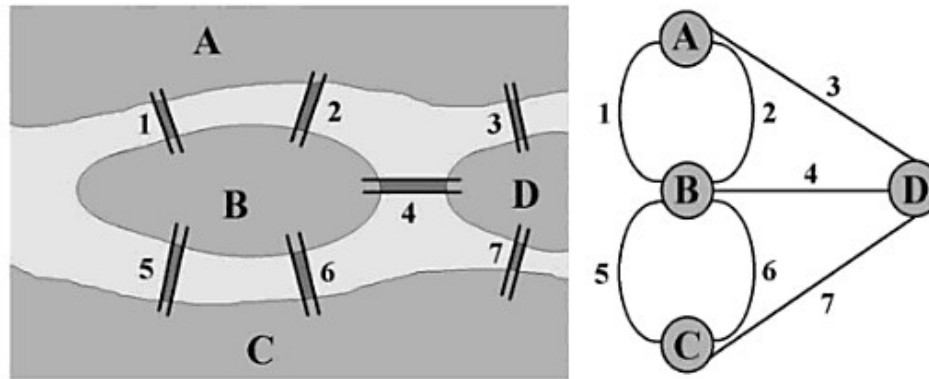
- 1. Краткая история теории сложных сетей
- Теория графов
- Сети «тесного мира»
- Безмасштабные сети
- 2. Свойства сложных сетей
- 3. Приложения
- 4. Сложные сети как модели сложных систем
- 5. Литература

- Леонард Эйлер
- 1707-1783



ТЕОРИЯ ГРАФОВ

- Рождением теории графов принято считать 1736 год, когда Леонард Эйлер (1707-1783), живший и работавший тогда в Петербурге, решил известную проблему семи мостов в старом Кенигсберге



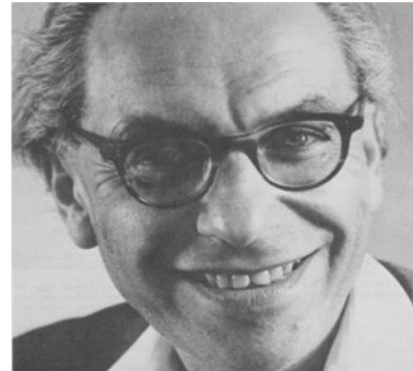
ТЕОРИЯ СЛУЧАЙНЫХ ГРАФОВ

Paul Erdős,

1913-1996

- Alfréd Rényi,

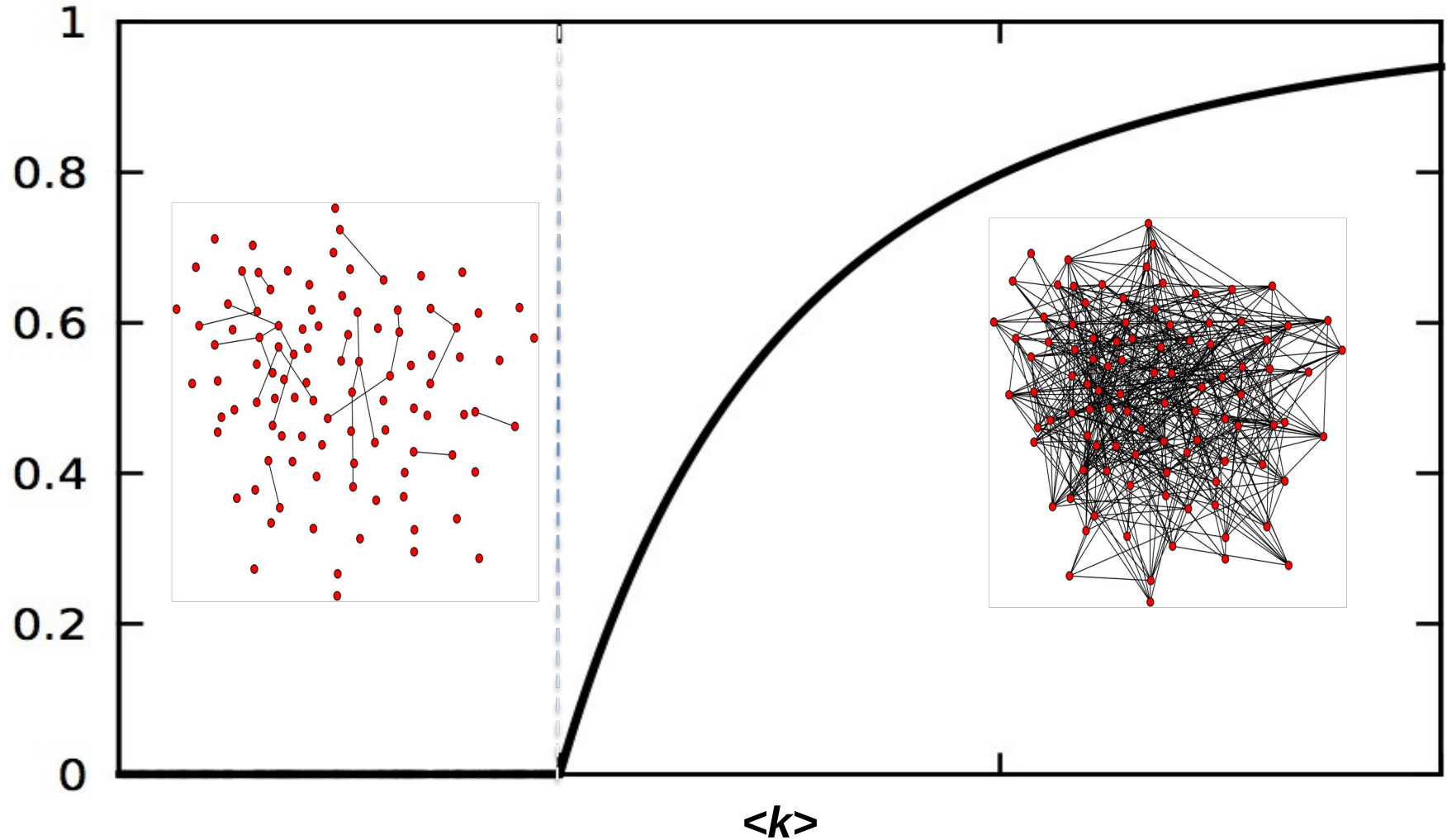
- 1921-1970



EVOLUTION OF A RANDOM NETWORK

disconnected nodes →

NETWORK.



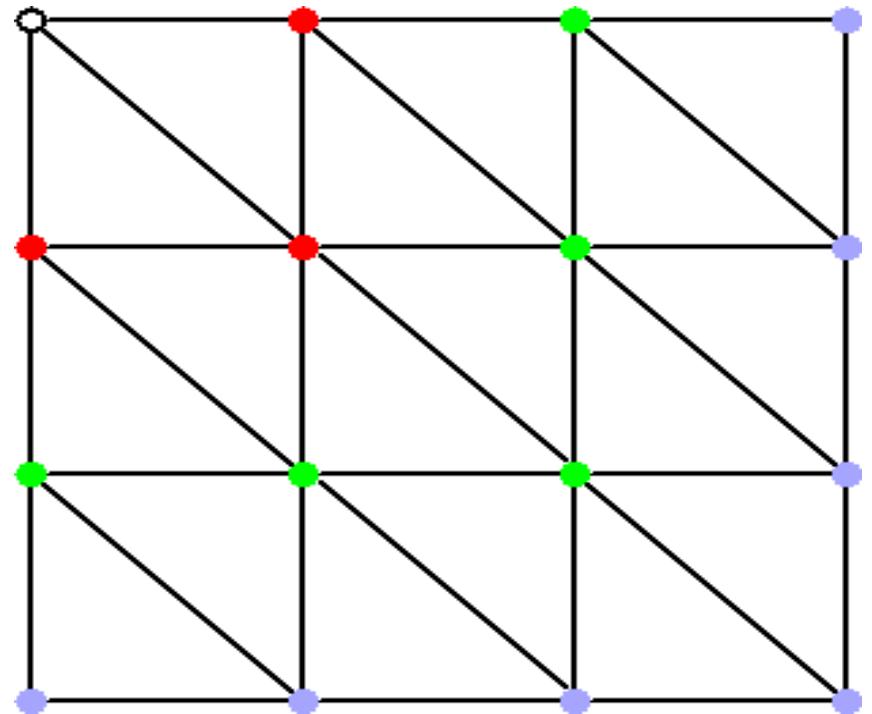
How does this transition happen?

СЛУЧАЙНЫЕ ГРАФЫ

- Небольшой коэффициент кластеризации
- Небольшое среднее межузловое расстояние

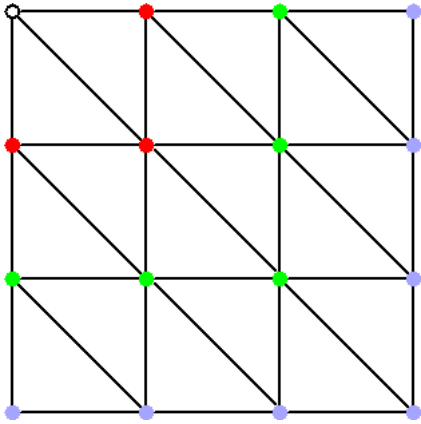
РЕГУЛЯРНЫЕ РЕШЕТКИ

- ФИЗИКА
ТВЕРДОГО
- ТЕЛА
- Большой
коэффициент
кластеризации
- Большое среднее
межузловое
расстояние



Regular Lattices

Two-dimensional lattice:



Average path-length: $l \approx L \approx N^{1/2}$

Degree distribution: $P(k) = \delta(k-6)$

Clustering coefficient: $C = \frac{6}{15}$

D-dimensional lattice:

The average path-length varies as

Constant degree

Constant clustering coefficient

$$l \gg N^{1/D}$$

$$P(k) = \delta(k - k_d)$$

$$C = C_d$$



Американский социолог Stanley Milgram (1933-1984)

- Впервые изучил феномен «тесного мира» научно.
- Milgram S. The small world problem.
- Psychology Today. 1967, 2: 60-67

Stanley Milgram

- Он разослал письма случайно выбранным людям в США. В этих письмах сообщалось, что эти письма должны достигнуть в конечном итоге определенного человека в Бостоне. При этом люди должны перенаправлять эти письма только своим знакомым, которые, по их мнению, несколько ближе к конечной цели.
- Этот эксперимент считается первым эмпирическим доказательством явления «тесного мира» или как его еще называют
- ШЕСТЬ СТУПЕНЕЙ РАЗДЕЛЕНИЯ





Frigyes Karinty (1887-1938)
Hungarian Writer

1929: **Story:** *Minden másképpen van* (Everything is Different)

Book: *Láncszemek* (Chains)

впервые предположил, что в современном мире «расстояние» между любыми двумя людьми не должно превышать пяти ступеней

"The worker knows the manager in the shop, who knows Ford; Ford is on friendly terms with the general director of Hearst Publications, who last year became good friends with Arpad Pasztor, someone I not only know, but to the best of my knowledge a good friend of mine. So I could easily ask him to send a telegram via the general director telling Ford that he should talk to the manager and have the worker in the shop quickly hammer together a car for me, as I happen to need one."

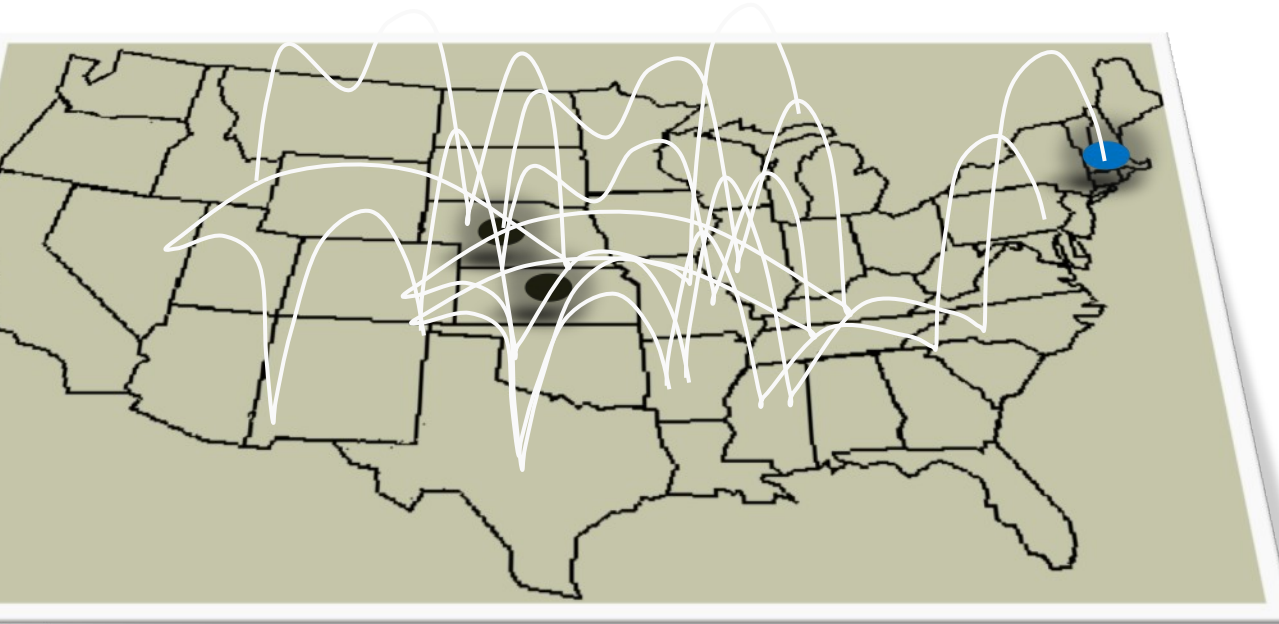
Milgram's Six Degrees

The first chain letters

The destination: Boston, Massachusetts

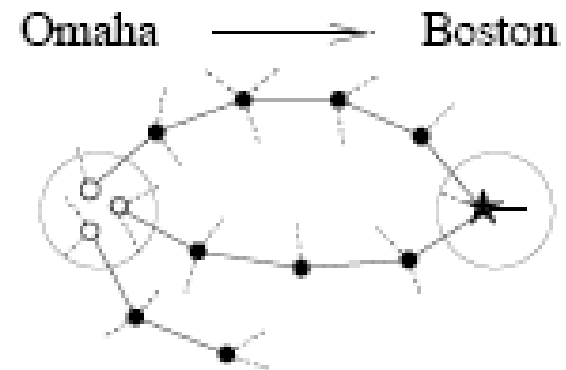
Starting Points: Omaha, Nebraska & Wichita, Kansas

SIX DEGREES

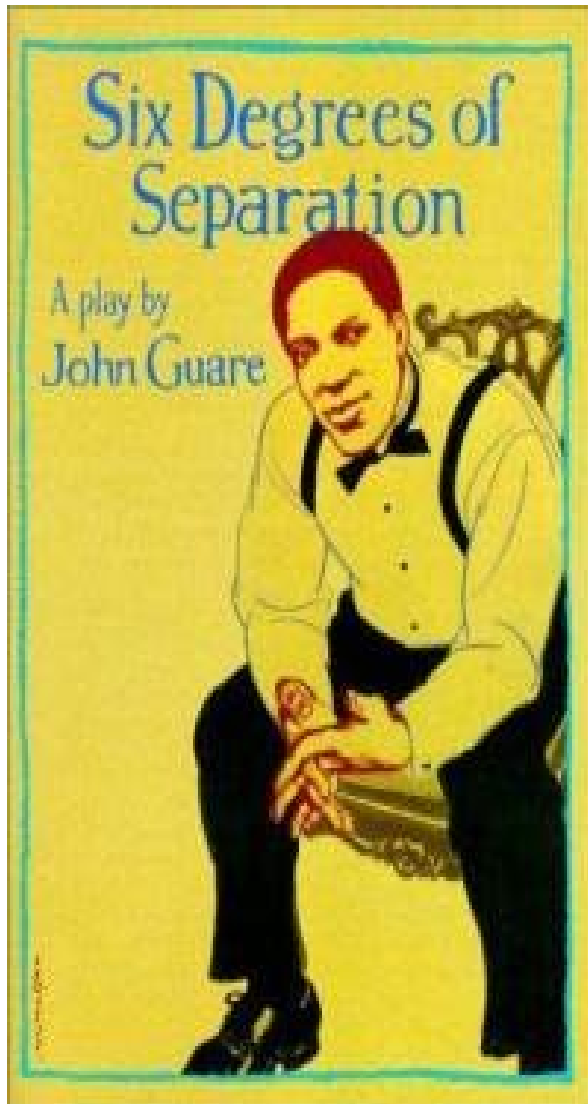


Stanley Milgram

- В 1967 году социолог из Гарвардского университета С.Милграм (Stanley Milgram) сделал удивившее многих утверждение: каждого человека на земном шаре можно связать с любым другим человеком цепочкой из шести знакомых. Таким образом, несмотря на то, что на Земле живет более шести миллиардов людей, мир действительно тесен («small world»). Это свойство социальной коммуникации получило еще название «шесть ступеней разделения» - по названию бродвейской пьесы, а затем и фильма («Six degrees of separation»).
-
- 296 ВОЛОНТЕРОВ
- 196 ПИСЕМ ИЗ ОМАХИ (НЕБРАСКА)
- 100 ПИСЕМ ИЗ ВИНСТОНА
- 69 ПИСЕМ ДОСТИГЛО ЦЕЛИ (29%)
- В СРЕДНЕМ 6.2 СТУПЕНИ



- 36 лет спустя был осуществлен эксперимент в большем масштабе с использованием электронной почты. Было выбрано 24163 добровольца, которые послали электронные письма своим знакомым. Конечными получателями были 18 человек из 13 стран. Завершенными оказались только 384 (!) цепочки, что указывает на то, что социальные сети на глобальном уровне довольно сильно разрежены. Однако средняя длина пути оказалась около четырех степеней разделения, то есть даже меньше, чем «шесть ступеней»



"Everybody on this planet is separated by only six other people. Six degrees of separation. Between us and everybody else on this planet. The president of the United States. A gondolier in Venice.... It's not just the big names. It's anyone. A native in a rain forest. A Tierra del Fuegan. An Eskimo. I am bound to everyone on this planet by a trail of six people. It's a profound thought. How every person is a new door, opening up into other worlds."

Six Degrees of Separation

- Movie
- “SIX DEGREES OF SEPARATION”
- Героиня этого фильма говорит:
- Я где-то читала, что каждый на нашей планете отделен от другого человека только шестью людьми. Шесть ступеней отделения... Между нами и любым другим на планете. Президентом Соединенных Штатов. Гондольером в Венеции.Не обязательно известные имена. С любым. Можно найти ровно шесть людей, чтобы установить связь. Туземцем в джунглях. Эскимосом. ...Каждая персона как новая дверь, распахнутая в остальной мир.



Steven Strogatz and Duncan Watts

- В середине 1990 годов С. Строгатц (Steven Strogatz) и его аспирант Д. Воттс (Duncan Watts) из Корнельского университета в Итаке (штат Нью-Йорк) решили изучить свойства сетей, которые обладают свойством “тесного мира”. Компьютерное моделирование различных типов сетей показало, что свойствами «тесного мира» обладают сети с высокой степенью кластеризации и малой средней длиной пути между узлами.



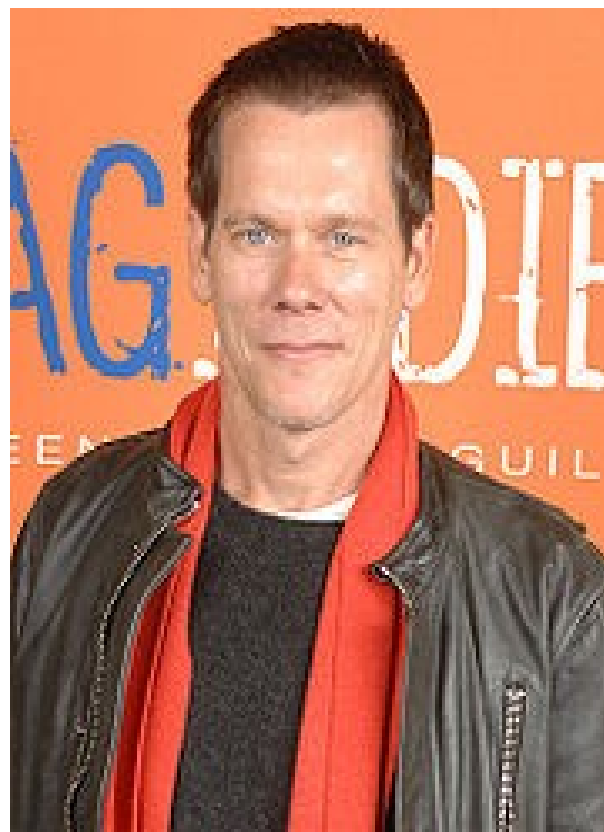
СЕТИ «ТЕСНОГО МИРА» (small-world networks)

- Сеть обладает свойствами «тесного мира», если
- 1. ее коэффициент кластеризации значительно выше чем коэффициент кластеризации случайного графа
- 2. короткий путь в такой сети примерно совпадает с длиной короткого пути в случайном графе.

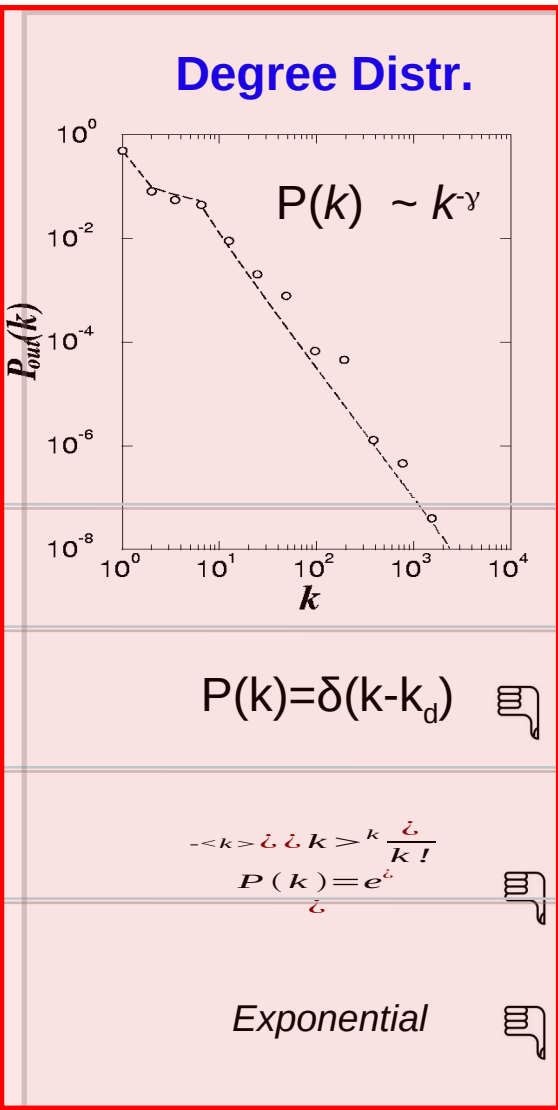
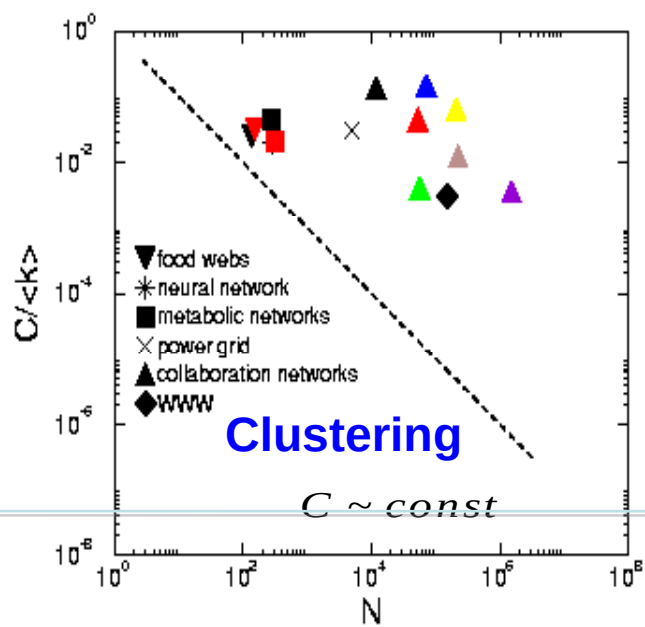
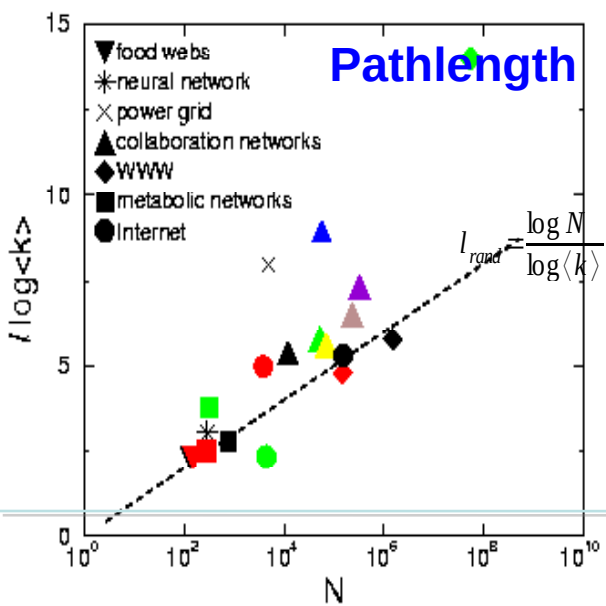
СЕТИ «ТЕСНОГО МИРА»

Шесть ступеней Кевина Бейкона

Любой актер Голливуда отделен от любого другого актера Голливуда цепочкой не более чем в три звена. Чарли Чаплина можно связать с актером Кевином Баконом тремя звеньями: Чаплин снимался в фильме «Графиня из Гонконга» с Марлоном Брандо, который в свою очередь снимался в фильме «Апокалипсис сегодня» с Лоренсом Фишбурном, а последний снялся с К. Баконом в фильме «Ртуть».



Empirical data for real networks



Regular network $l \gg N^{1/D}$  $C \sim const$ 

Erdos-Renyi $l_{rand} \approx \frac{\log N}{\log \langle k \rangle}$  $C_{rand} = p = \frac{\langle k \rangle}{N}$ 

Watts-Strogatz $l_{rand} \approx \frac{\log N}{\log \langle k \rangle}$  $C \sim const$ 

$P(k) = \delta(k - k_d)$ 

$\langle k \rangle \ll k \ll \langle k \rangle^2$
 $P(k) = e^{-\langle k \rangle} \frac{\langle k \rangle^k}{k!}$ 

Exponential 

Laszlo Barabasi and Reka Albert



- В 1999 году физик из университета Нотр Дам (США) Л.Барабаши (Laszlo Barabasi) вместе со своей аспиранткой Р.Альберт (Reka Albert) решили исследовать закон распределения узлов некоторых реальных сетей по числу связей.

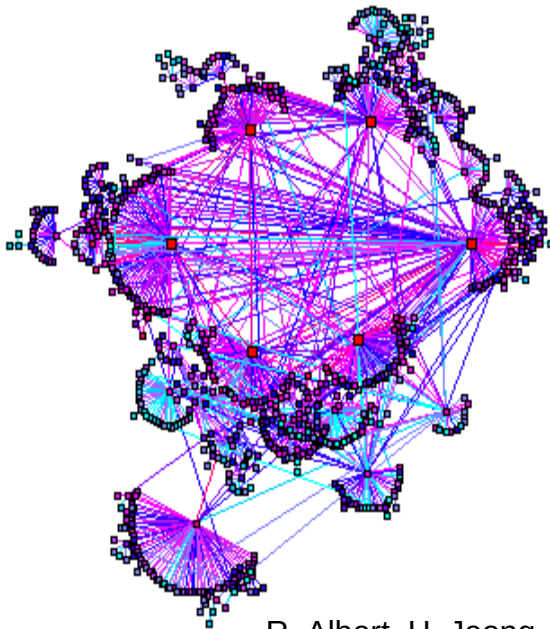
WORLD WIDE WEB

Nodes: **WWW documents**

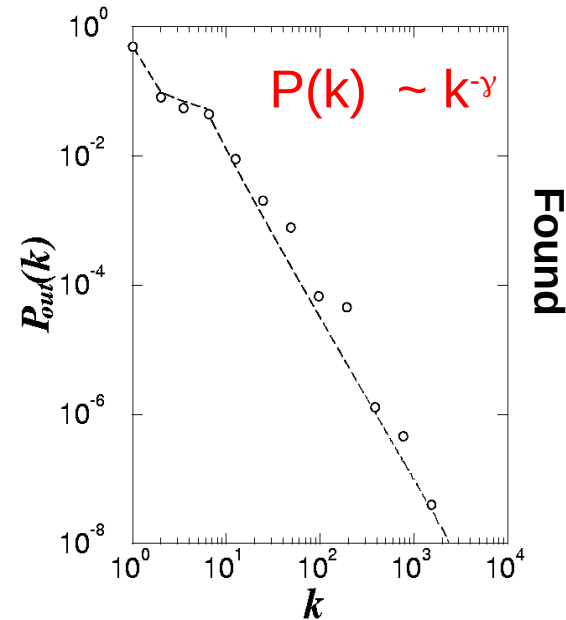
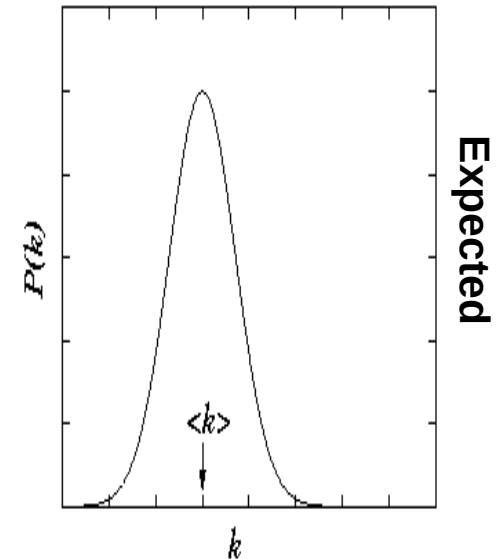
Links: **URL links**

Over 3 billion documents

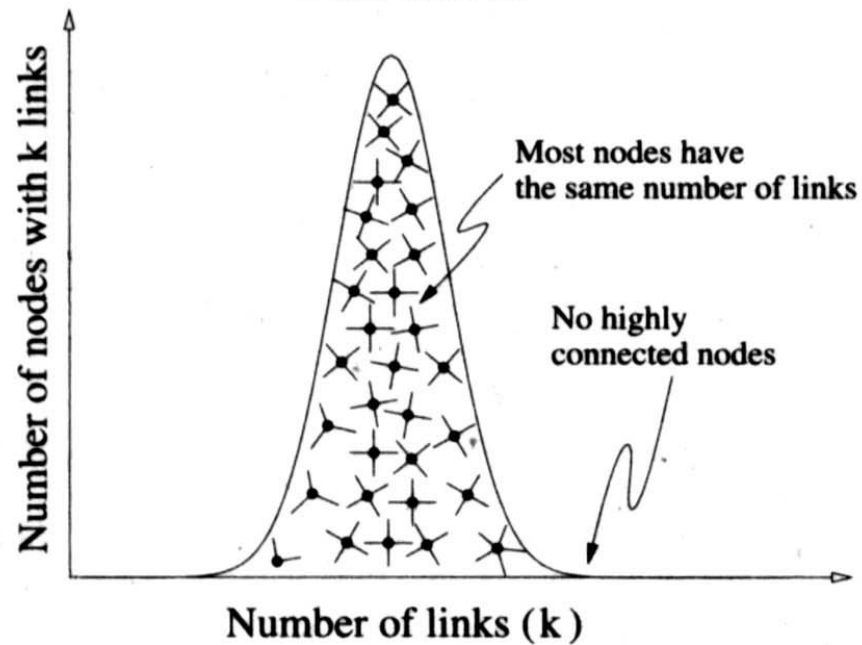
ROBOT: collects all URL's
found in a document and
follows them recursively



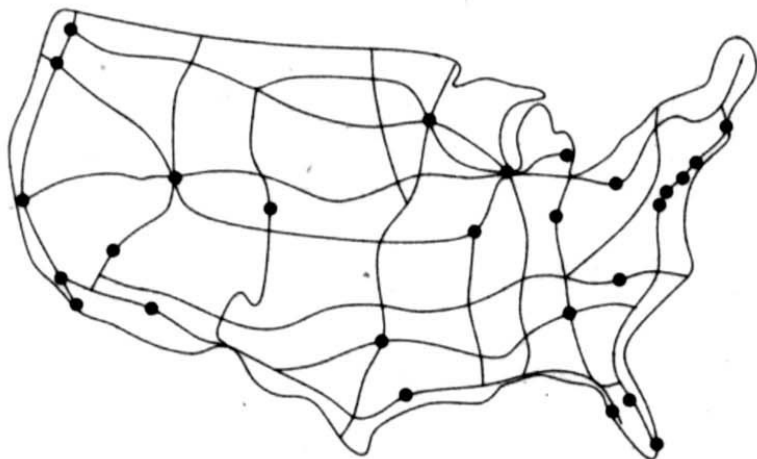
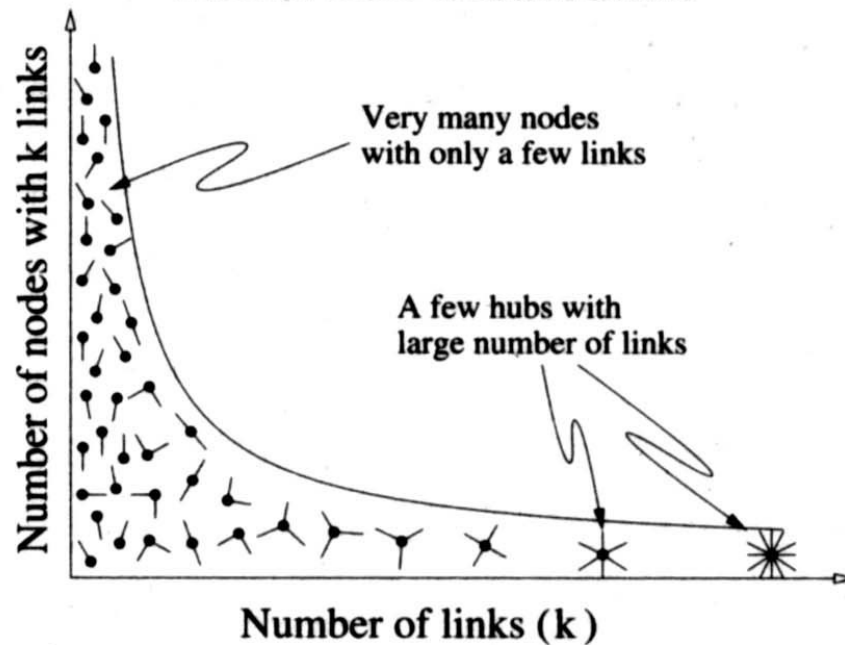
R. Albert, H. Jeong, A-L Barabasi, *Nature*, 401 130 (1999).



Bell Curve



Power Law Distribution



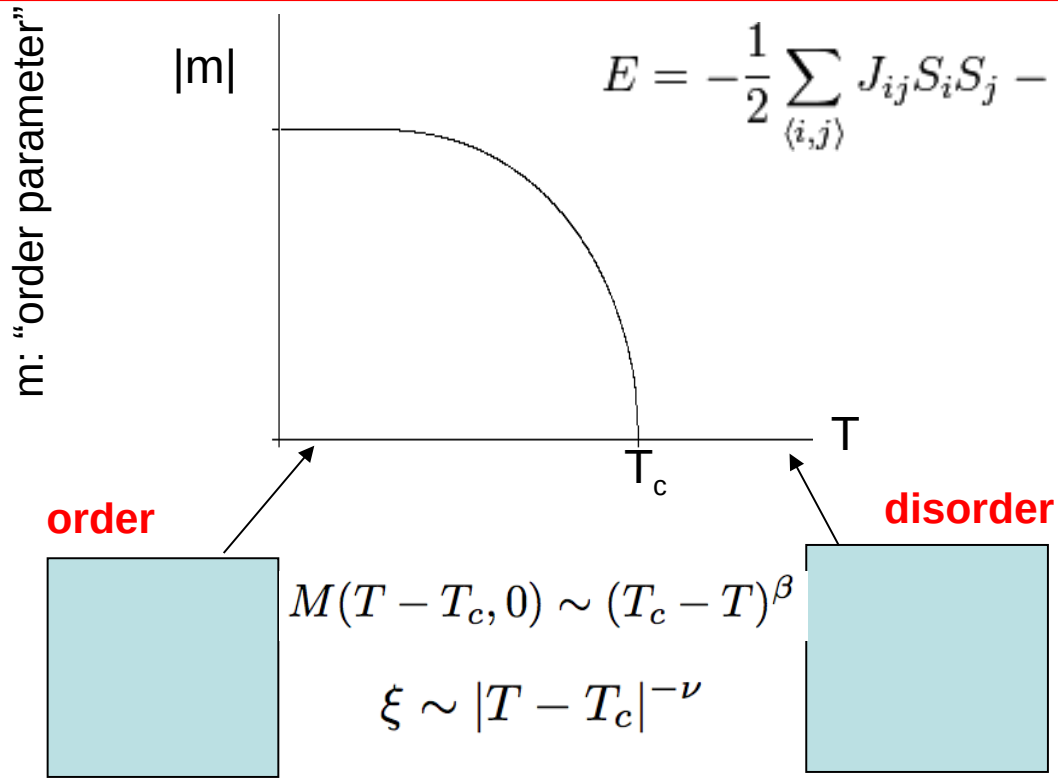
Definition:

Networks with a power law tail in their degree distribution are called 'scale-free networks'

Where does the name come from?

Critical Phenomena and scale-invariance
(a detour)

FERROMAGNETIC MATERIALS



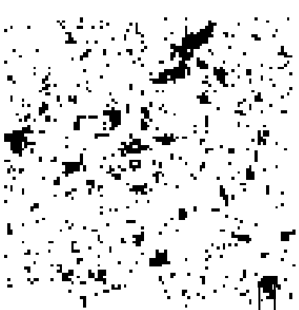
interacting elementary magnets (spins) sitting in a lattice.

Neighboring spins like to be point in the same direction

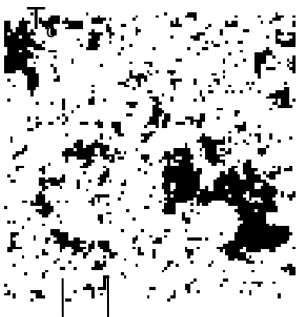
If the temperature T is high this attraction is not sufficiently strong—there is no net magnetization.

If the temperature is low, the ferromagnetic order sets in. There is a **phase transition** at T_c .

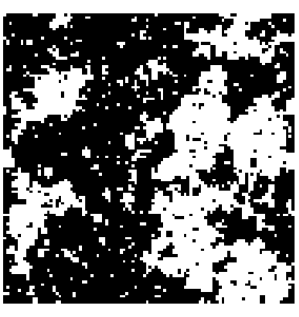
$T = 0.99 T_c$



$T = 0.999 T_c$



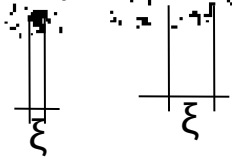
$T = T_c$



$T = 1.5 T_c$



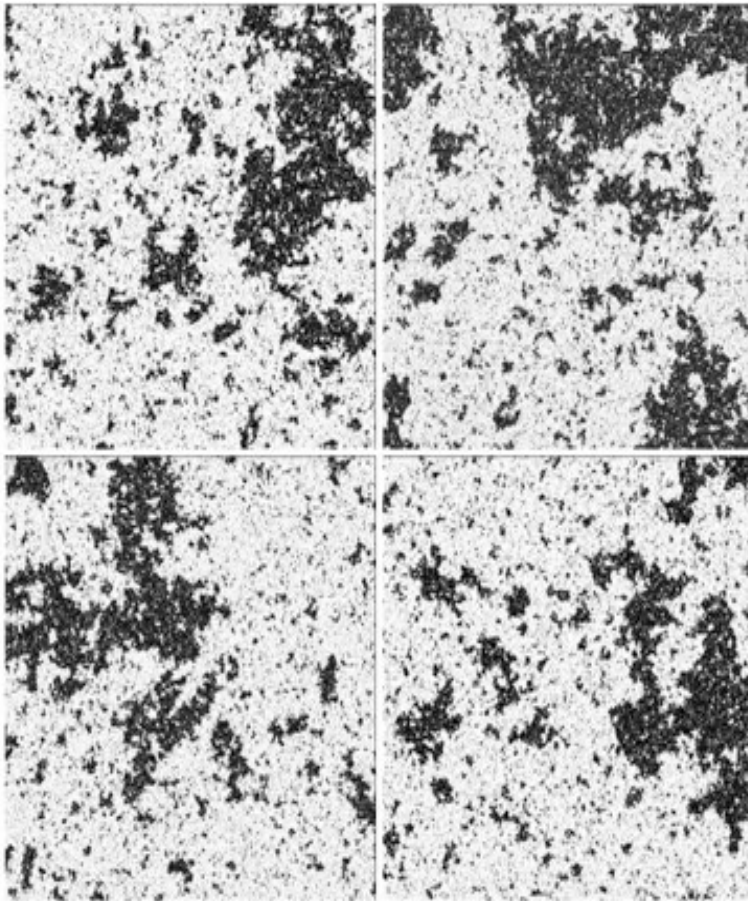
$T = 2 T_c$



Scale-free behavior in space

$$\xi \sim |T - T_c|^{-\nu}$$

At $T = T_c$: correlation length diverges



Fluctuations emerge at all scales: *scale-free behavior*

DIVERGENCE OF THE HIGHER MOMENTS

$$\langle k^m \rangle = (g-1) K_{\min}^{g-1} \int_{K_{\min}}^{\infty} k^{m-\lambda} dk = \frac{(g-1)}{(m-g+1)} K_{\min}^{g-1} \left[k^{m-g+1} \right]_{K_{\min}}^{\infty}$$

For a fixed λ this means all moments $m > \gamma-1$ diverge.

Network	Size	$\langle k \rangle$	κ	γ_{out}	γ_{in}
WWW	325 729	4.51	900	2.45	2.1
WWW	4×10^7	7		2.38	2.1
WWW	2×10^8	7.5	4000	2.72	2.1
WWW, site	260 000				1.94
Internet, domain*	3015–4389	3.42–3.76	30–40	2.1–2.2	2.1–2.2
Internet, router*	3888	2.57	30	2.48	2.48
Internet, router*	150 000	2.66	60	2.4	2.4
Movie actors*	212 250	28.78	900	2.3	2.3
Co-authors, SPIRES*	56 627	173	1100	1.2	1.2
Co-authors, neuro.*	209 293	11.54	400	2.1	2.1
Co-authors, math.*	70 975	3.9	120	2.5	2.5
Sexual contacts*	2810			3.4	3.4
Metabolic, <i>E. coli</i>	778	7.4	110	2.2	2.2
Protein, <i>S. cerev.</i> *	1870	2.39		2.4	2.4
Ythan estuary*	134	8.7	35	1.05	1.05
Silwood Park*	154	4.75	27	1.13	1.13
Citation	783 339	8.57			3
Phone call	53×10^6	3.16		2.1	2.1
Words, co-occurrence*	460 902	70.13		2.7	2.7
Words, synonyms*	22 311	13.48		2.8	2.8

Most degree exponents are smaller than 3

→ $\langle k^2 \rangle$ diverges in the $N \rightarrow \infty$ limit!!!

What is the meaning of the observed divergence?

Most degree exponents are smaller than 3 → $\langle k^2 \rangle$ diverges!!!

What does it mean?

$$s_k = (\langle k^2 \rangle - \langle k \rangle^2)^{1/2} \rightarrow \infty$$

$$k = \langle k \rangle \pm s_k$$

Network	Size	$\langle k \rangle$	κ	γ_{out}	γ_{in}		
WWW	325 729	4.51	900	2.45	2.1	WWW:	$\langle k \rangle = 7 \pm \infty$
WWW	4×10^7	7		2.38	2.1		
WWW	2×10^8	7.5	4000	2.72	2.1		
WWW, site	260 000				1.94		
Internet, domain*	3015–4389	3.42–3.76	30–40	2.1–2.2	2.1–2.2	Internet:	$\langle k \rangle = 3.5 \pm \infty$
Internet, router*	3888	2.57	30	2.48	2.48		
Internet, router*	150 000	2.66	60	2.4	2.4		
Movie actors*	212 250	28.78	900	2.3	2.3		
Co-authors, SPIRES*	56 627	173	1100	1.2	1.2		
Co-authors, neuro.*	209 293	11.54	400	2.1	2.1		
Co-authors, math.*	70 975	3.9	120	2.5	2.5	Metabolic:	$\langle k \rangle = 7.4 \pm \infty$
Sexual contacts*	2810			3.4	3.4		
Metabolic, <i>E. coli</i>	778	7.4	110	2.2	2.2		
Protein, <i>S. cerev.</i> *	1870	2.39		2.4	2.4		
Ythan estuary*	134	8.7	35	1.05	1.05	Phone call:	$\langle k \rangle = 3.16 \pm \infty$
Silwood Park*	154	4.75	27	1.13	1.13		
Citation	783 339	8.57			3		
Phone call	53×10^5	3.16		2.1	2.1		
Words, co-occurrence*	460 902	70.13		2.7	2.7		
Words, synonyms*	22 311	13.48		2.8	2.8		

The average values are not meaningful, as fluctuations are too large!

DISTANCES IN SCALE-FREE NETWORKS

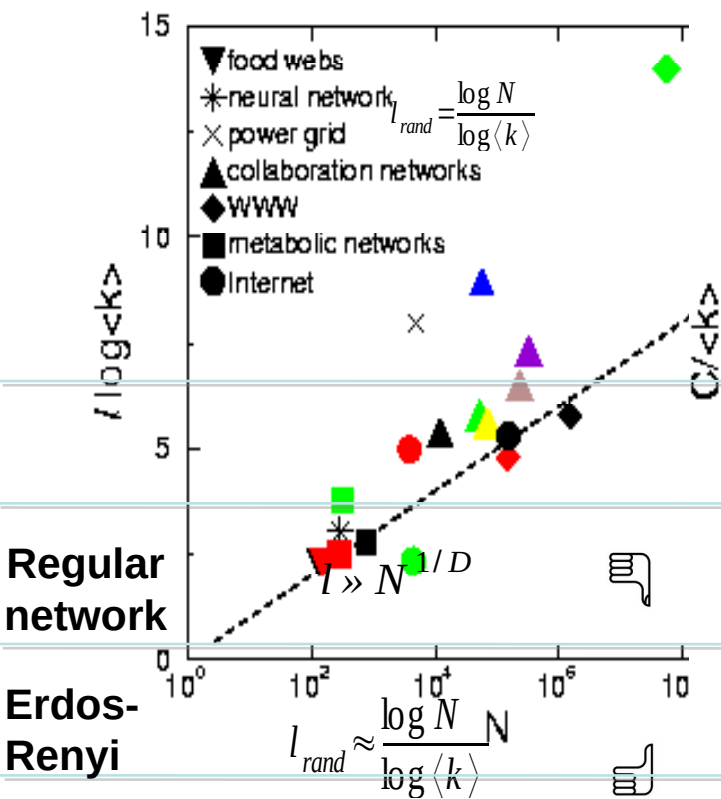
$$K_{\max} = K_{\min} N^{\frac{1}{\gamma-1}}$$

Ultra Small World	< l > ~ {	const.	$\gamma = 2$	Size of the biggest hub is of order $O(N)$. Most nodes can be connected within two layers of it, thus the average path length will be independent of the system size.
		$\frac{\ln \ln N}{\ln(\gamma - 1)}$	$2 < \gamma < 3$	The average path length increases slower than logarithmically. In a random network all nodes have comparable degree, thus most paths will have comparable length. In a scale-free network the vast majority of the path go through the few high degree hubs, reducing the distances between nodes.
		$\frac{\ln N}{\ln \ln N}$	$\gamma = 3$	Some key models produce $\gamma=3$, so the result is of particular importance for them. This was first derived by Bollobas and collaborators for the network diameter in the context of a dynamical model, but it holds for the average path length as well.
Small World		$\ln N$	$\gamma > 3$	The second moment of the distribution is finite, thus in many ways the network behaves as a random network. Hence the average path length follows the result that we derived for the random network model earlier.

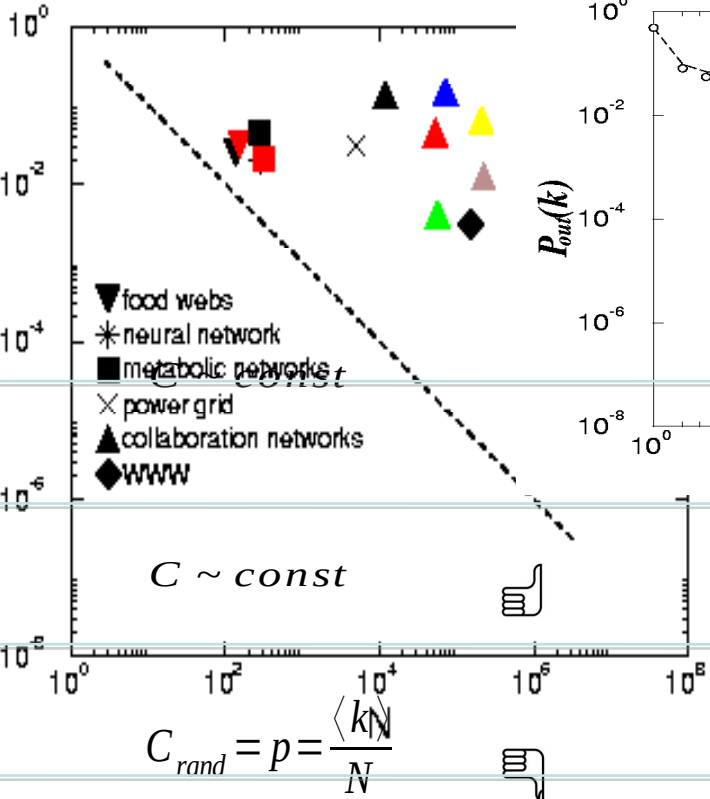
Cohen, Havlin Phys. Rev. Lett. 90, 58701(2003); Cohen, Havlin and ben-Avraham, in Handbook of Graphs and Networks, Eds. Bornholdt and Shuster (Willy-VCH, NY, 2002) Chap. 4; Confirmed also by: Dorogovtsev et al (2002), Chung and Lu (2002); (Bollobas, Riordan, 2002; Bollobas, 1985; Newman, 2001

EMPIRICAL DATA FOR REAL NETWORKS

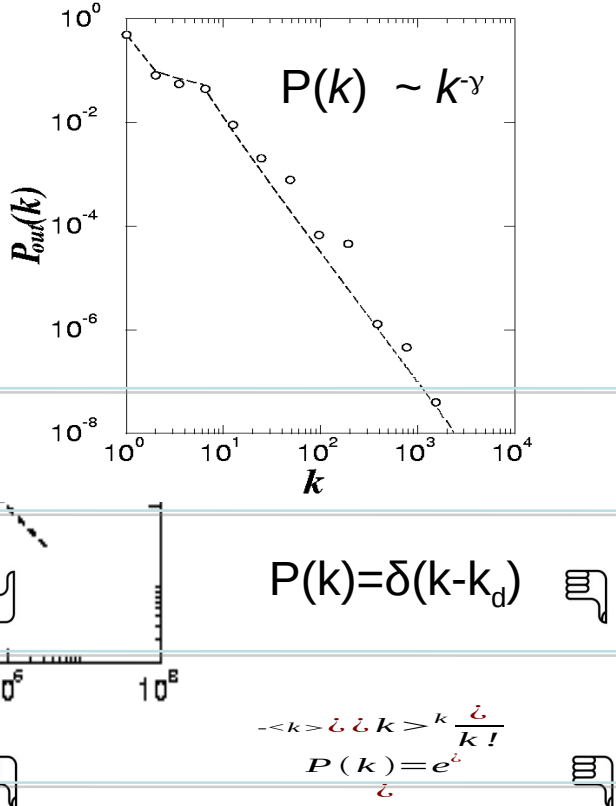
Pathlenght



Clustering



Degree Distr.



Watts-Strogatz $l_{rand} \approx \frac{\log N}{\log \langle k \rangle}$

$C \sim const$

Exponential

Barabasi-Albert $l \approx \frac{\ln N}{\ln \ln N}$

$C \sim \frac{(\ln N)^2}{N}$

$P(k) \sim k^{-\gamma}$

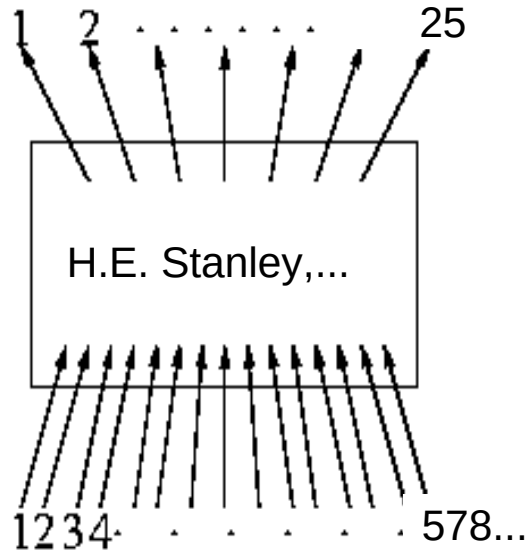
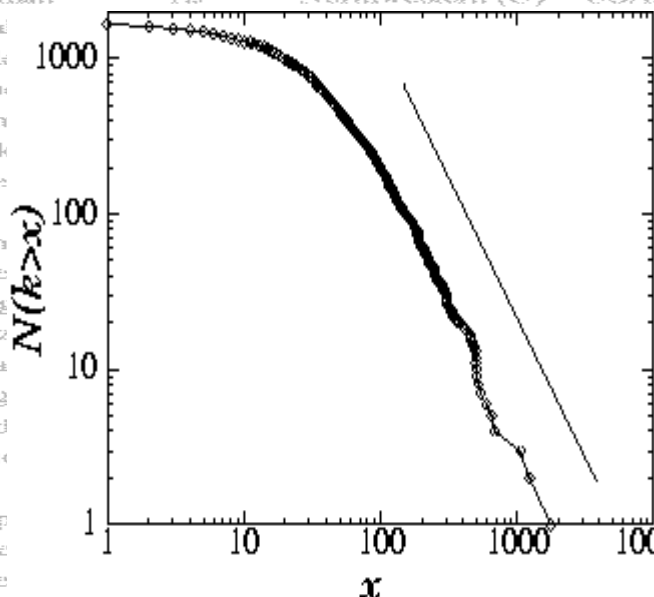
SCIENCE CITATION INDEX (ВПЕРВЫЕ в 1965 году был обнаружен степенной закон распределения узлов по числу связей. Price, Science, 1965)

Out of over 500,000 Examined
(see <http://www.sst.nrel.gov>)

Nodes: papers
Links: citations

Author Name	Institute	Country	Field	avg. cites	total art.	total cites	rank by total cit.
Stetter	Princeton (U)	USA, NJ	High-energy (T)	168	138	23235	1
Gossard	UCSB (U)	USA, CA	Semiconductors (E)				2
Cava	Bell Labs (I)	USA, NJ	Superconductivity (E)				3
Ballogg	Bell Labs (I)	USA, NJ	Superconductivity (E)				4
Floog	Max-Planck (NL)	Germany	Semiconductors (E)				5
Ellis	Euro Nuclear Cent.	Switzerland	Astrophysics (E)				6
Fisk	Florida State (U)	USA, FL	Solid State (E)				7
Cardona	Max Planck (NL)	Germany	Semiconductors (E)				8
Nanopoulos	Texas A&M (U)	USA, TX	High-energy (T)				9
Heeger	UCSB (U)	USA, CA	Polymers (E)				10
Lee*	PA						11
Suzuki*	T						12
Anderson	Princeton (U)	USA, NJ	Solid State (E)				13
Suzuki*							14
Freeman	Northwestern (U)	USA, IL	Solid State (E)				15
Tani							16
Muller			Solid State (E)				17
Schrieffer			Solid State (E)				18
Chen			Optics (E)				19
Mork			Semiconductors (E)				19
Miller			Semiconductors (E)				21
Chu			Superconductivity (E)	44	213	9453	22
Bednorz			Superconductivity (E)	85	85	9311	23
Cohen			Solid State (E)	55	284	9311	23
Metzger			Superconductivity (E)	86	108	9300	25
Wasz			Superconductivity (E)	57	162	9170	26
Shira			Superconductivity (E)	33	269	8841	27
Wieg			Semiconductors (E)	85	104	8822	28
Vand			Magnetism (E)	67	129	8686	29
Uchi				28	301	8520	30
Hor			Superconductivity (E)	72	119	8512	31
Murphy			Astronomy (E)	111	76	8439	32
Birge			Superconductivity (E)	41	286	8375	33
Jorge			Superconductivity (E)	50	167	8298	34
Hinks	Argonne (NL)	USA, IL	Superconductivity (E)	37	223	8263	35

1736 PRL papers (1988)



$P(k) \sim k^{-\gamma}$
($\gamma = 3$)

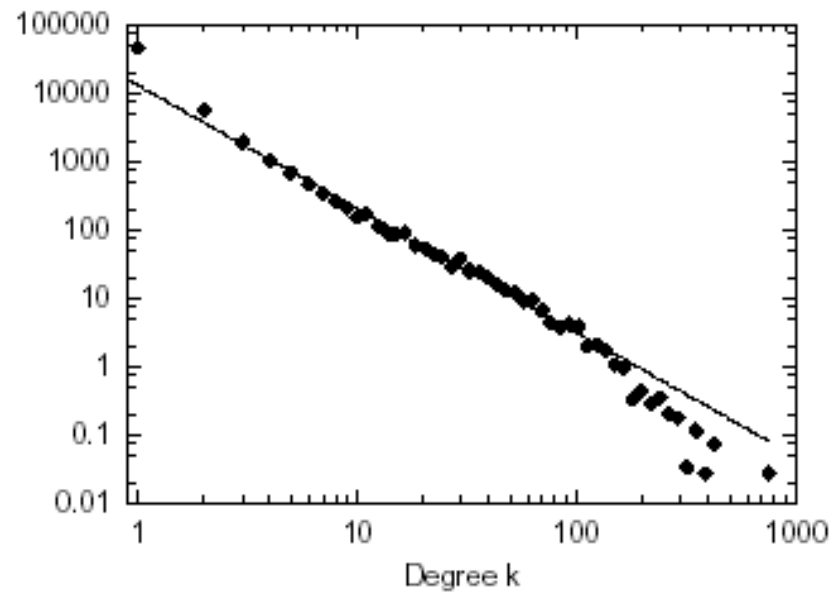
(S. Redner, 1998)

ONLINE COMMUNITIES

Nodes: online user

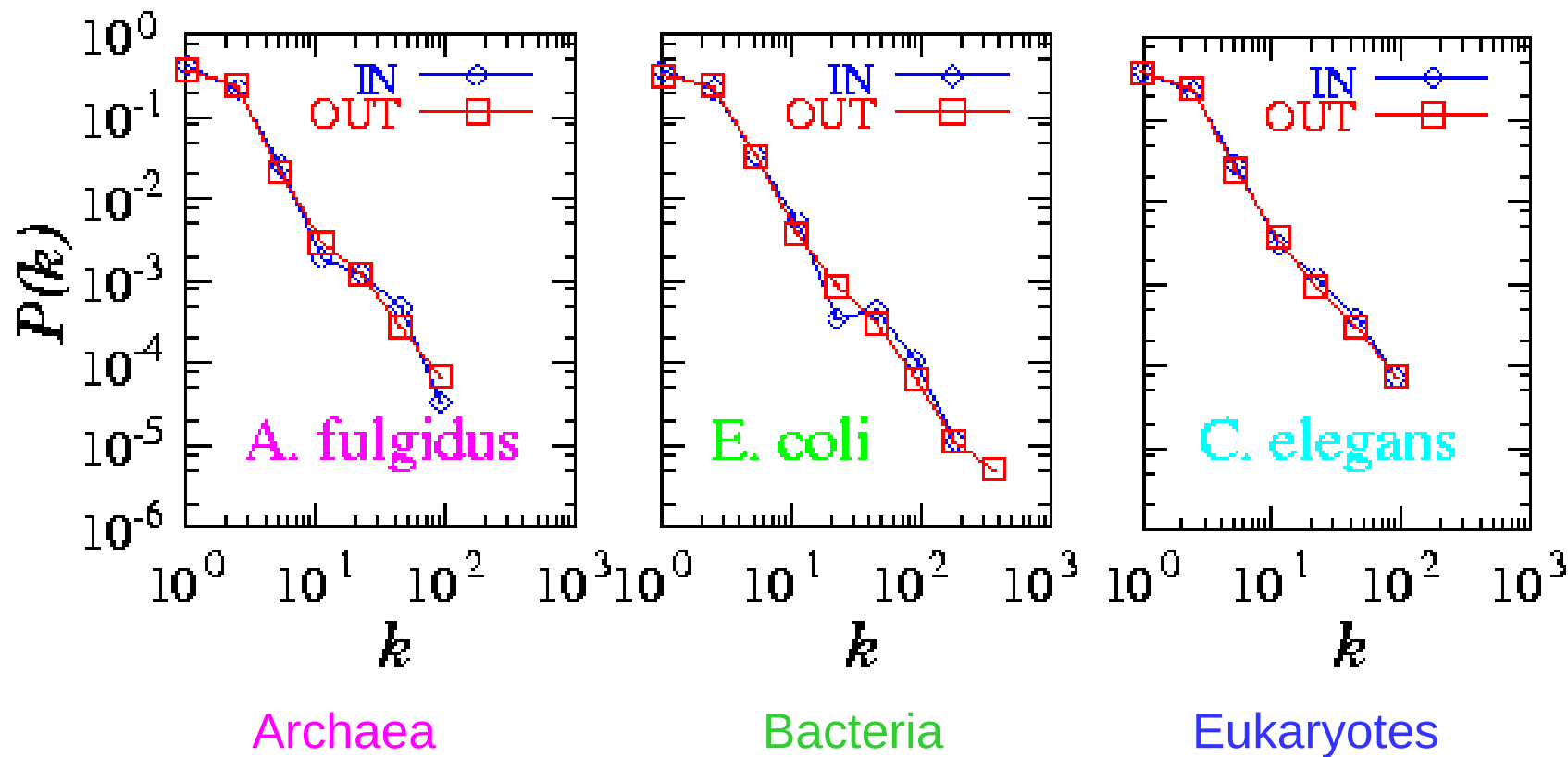
Links: email contact

Kiel University log files
112 days, $N=59,912$ nodes



Ebel, Mielsch, Bornholdtz, PRE 2002.

METABOLIC NETWORK



Organisms from all three domains of life are **scale-free!**

$$P_{in}(k) \approx k^{-2.2}$$

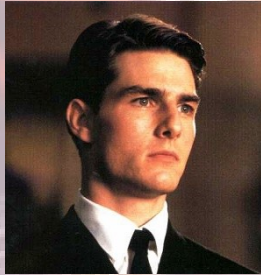
$$P_{out}(k) \approx k^{-2.2}$$

H. Jeong, B. Tombor, R. Albert, Z.N. Oltvai, and A.L. Barabasi, *Nature*, 407 651 (2000)

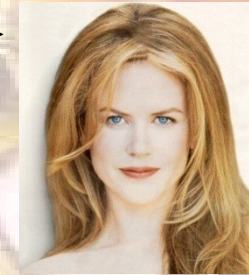
ACTOR NETWORK

Nodes: actors

Links: cast jointly



Days of Thunder (1990)
Far and Away (1992)
Eyes Wide Shut (1999)

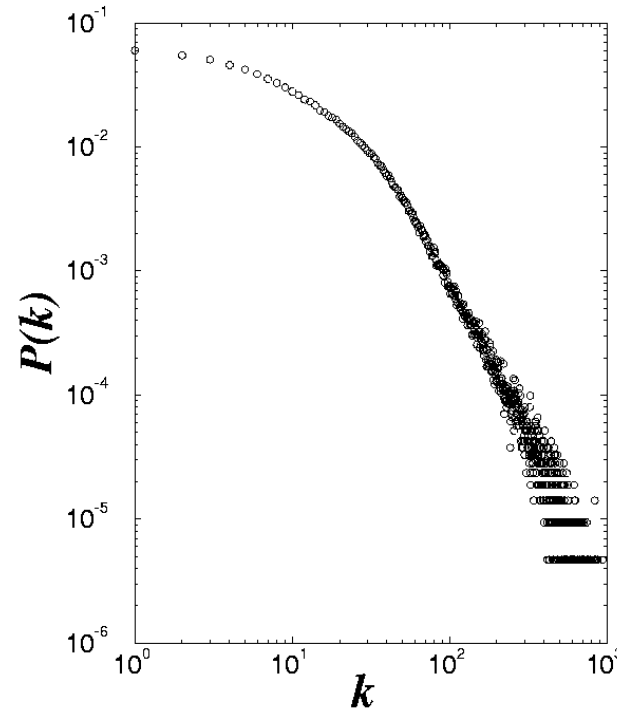


$N = 212,250$ actors

$\langle k \rangle = 28.78$

$P(k) \sim k^{-\gamma}$

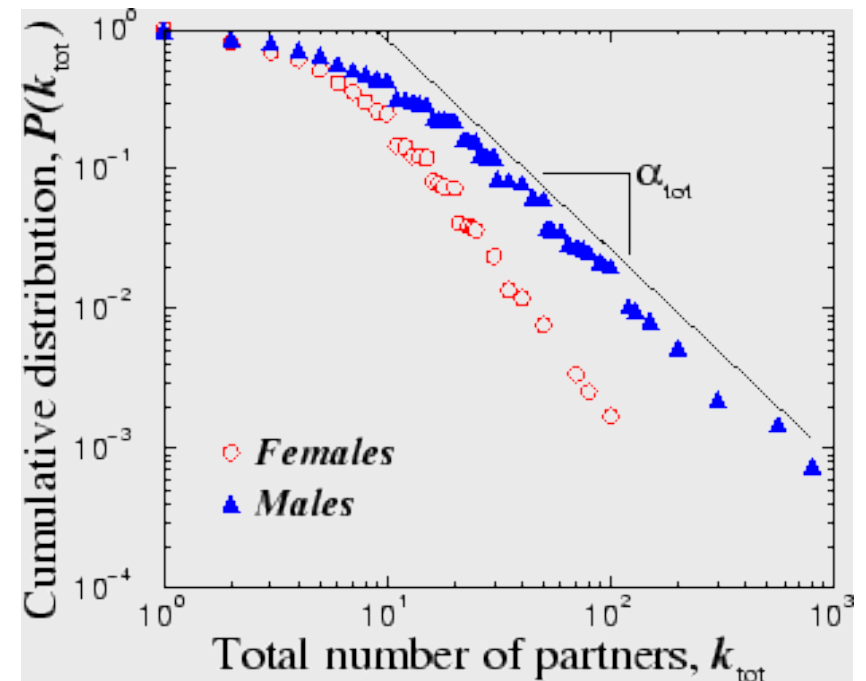
$\gamma = 2.3$





Nodes: people (Females; Males)

Links: sexual relationships



4781 Swedes; 18-74;
59% response rate.

Liljeros et al. Nature 2001

Many real world networks have a similar architecture:

Scale-free networks

WWW, Internet (routers and domains), electronic circuits, computer software, movie actors, coauthorship networks, sexual web, instant messaging, email web, citations, phone calls, metabolic, protein interaction, protein domains, brain function web, linguistic networks, comic book characters, international trade, bank system, encryption trust net, energy landscapes, earthquakes, astrophysical network...

UNIVERSALITY AGAIN

Network	Size	$\langle k \rangle$	κ	γ_{out}	γ_{in}
WWW	325 729	4.51	900	2.45	2.1
WWW	4×10^7	7		2.38	2.1
WWW	2×10^8	7.5	4000	2.72	2.1
WWW, site	260 000				1.94
Internet, domain*	3015–4389	3.42–3.76	30–40	2.1–2.2	2.1–2.2
Internet, router*	3888	2.57	30	2.48	2.48
Internet, router*	150 000	2.66	60	2.4	2.4
Movie actors*	212 250	28.78	900	2.3	2.3
Co-authors, SPIRES*	56 627	173	1100	1.2	1.2
Co-authors, neuro.*	209 293	11.54	400	2.1	2.1
Co-authors, math.*	70 975	3.9	120	2.5	2.5
Sexual contacts*	2810			3.4	3.4
Metabolic, <i>E. coli</i>	778	7.4	110	2.2	2.2
Protein, <i>S. cerev.</i> *	1870	2.39		2.4	2.4
Ythan estuary*	134	8.7	35	1.05	1.05
Silwood Park*	154	4.75	27	1.13	1.13
Citation	783 339	8.57			3
Phone call	53×10^6	3.16		2.1	2.1
Words, co-occurrence*	460 902	70.13		2.7	2.7
Words, synonyms*	22 311	13.48		2.8	2.8

Critical phenomena:

Universality means that the exponents are the same for different systems... they are independent of details.

Networks:

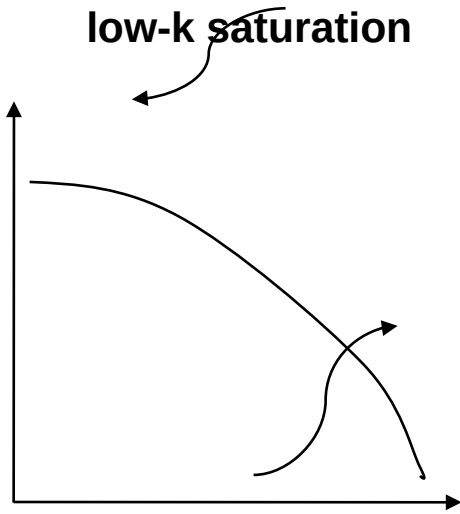
The exponents vary from system to system.

Most are between 2 and 3

Universality:

the emergence of common features across different networks. Like the scale-free property.

COMMON MISCONCEPTIONS



High-k cutoff

Common Misconceptions

-if there is a low-k saturation, it is not scale-free

-if there is a high-k cutoff, it is not scale-free

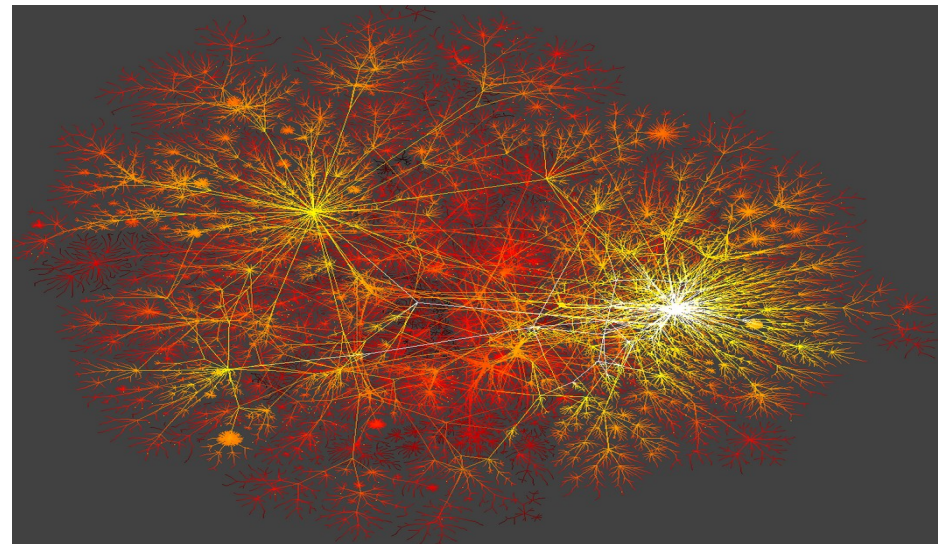
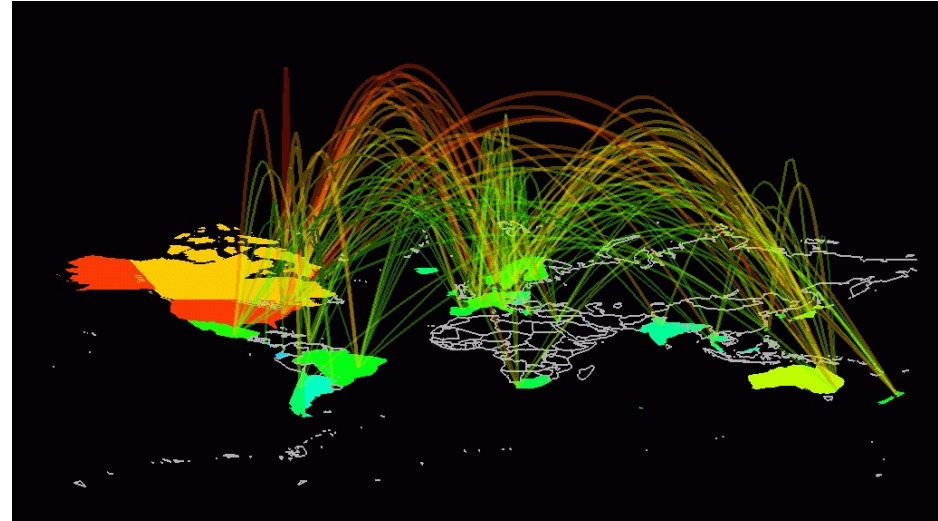
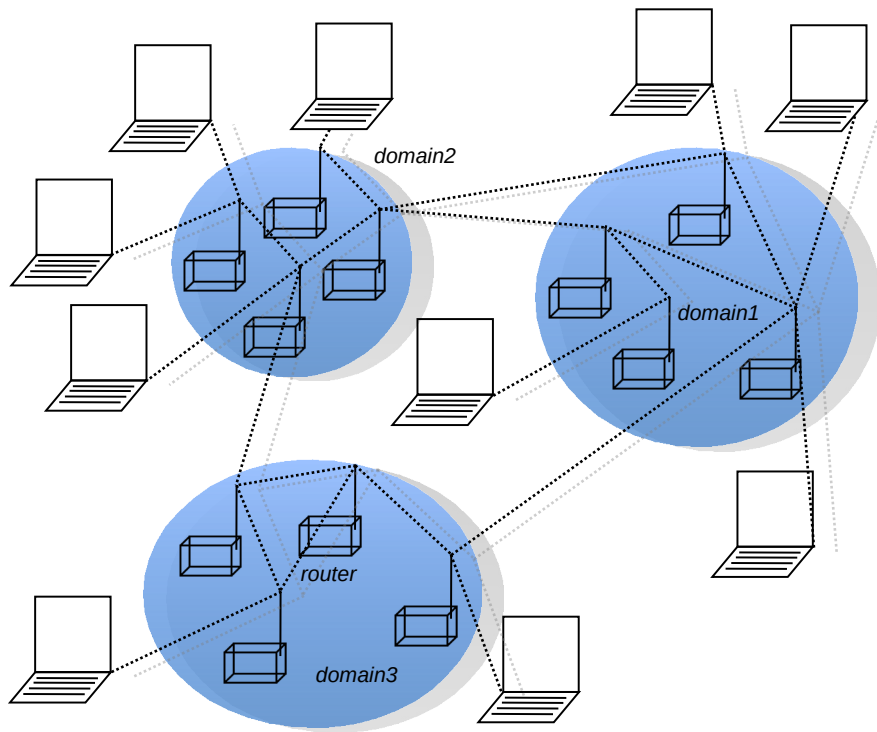
Most real networks:

$$P(k) \sim (k+k_0)^{-\gamma} \exp(-k/k_1)$$



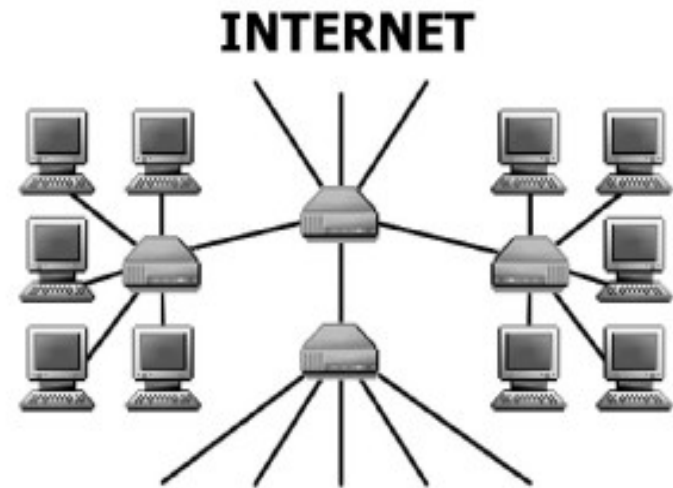
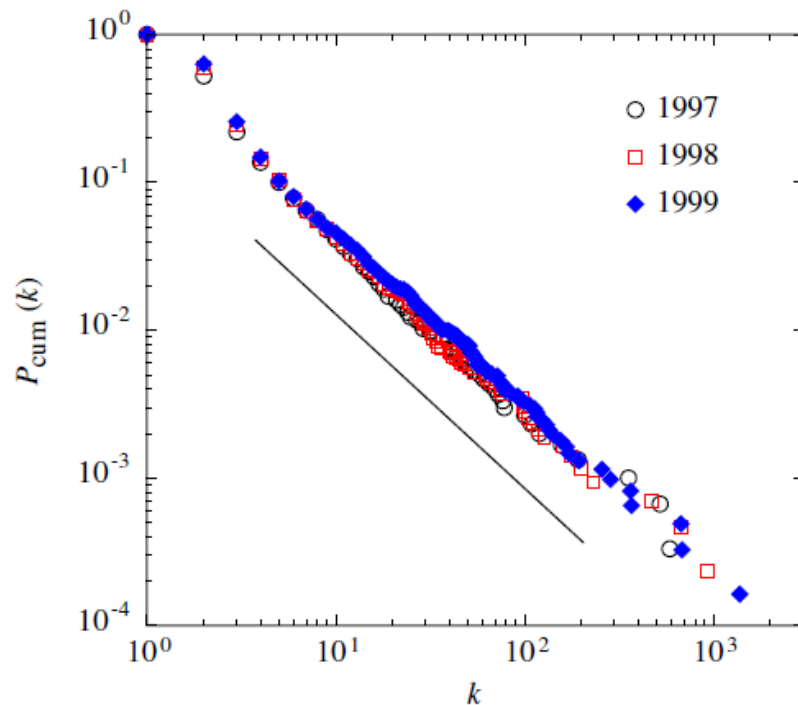
- > Graph theory**
- > Social network theory**
- > Statistical physics**
- > Computer science**
- > Biology**
- > Statistics**

INTERNET



ИНТЕРНЕТ.

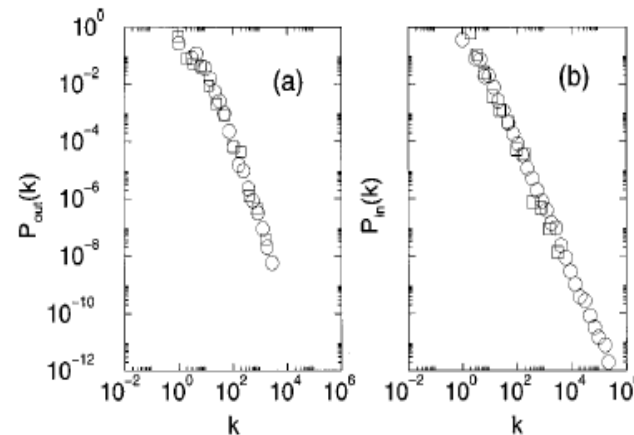
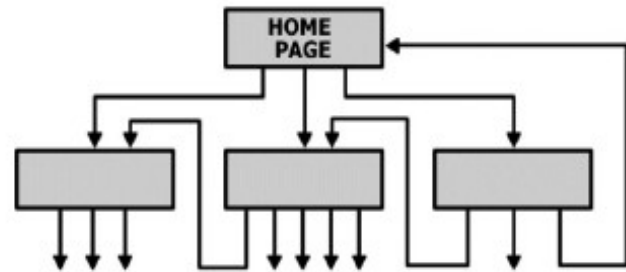
Несмотря на очень динамичную природу ИНТЕРНЕТА показатель степени постоянен во времени



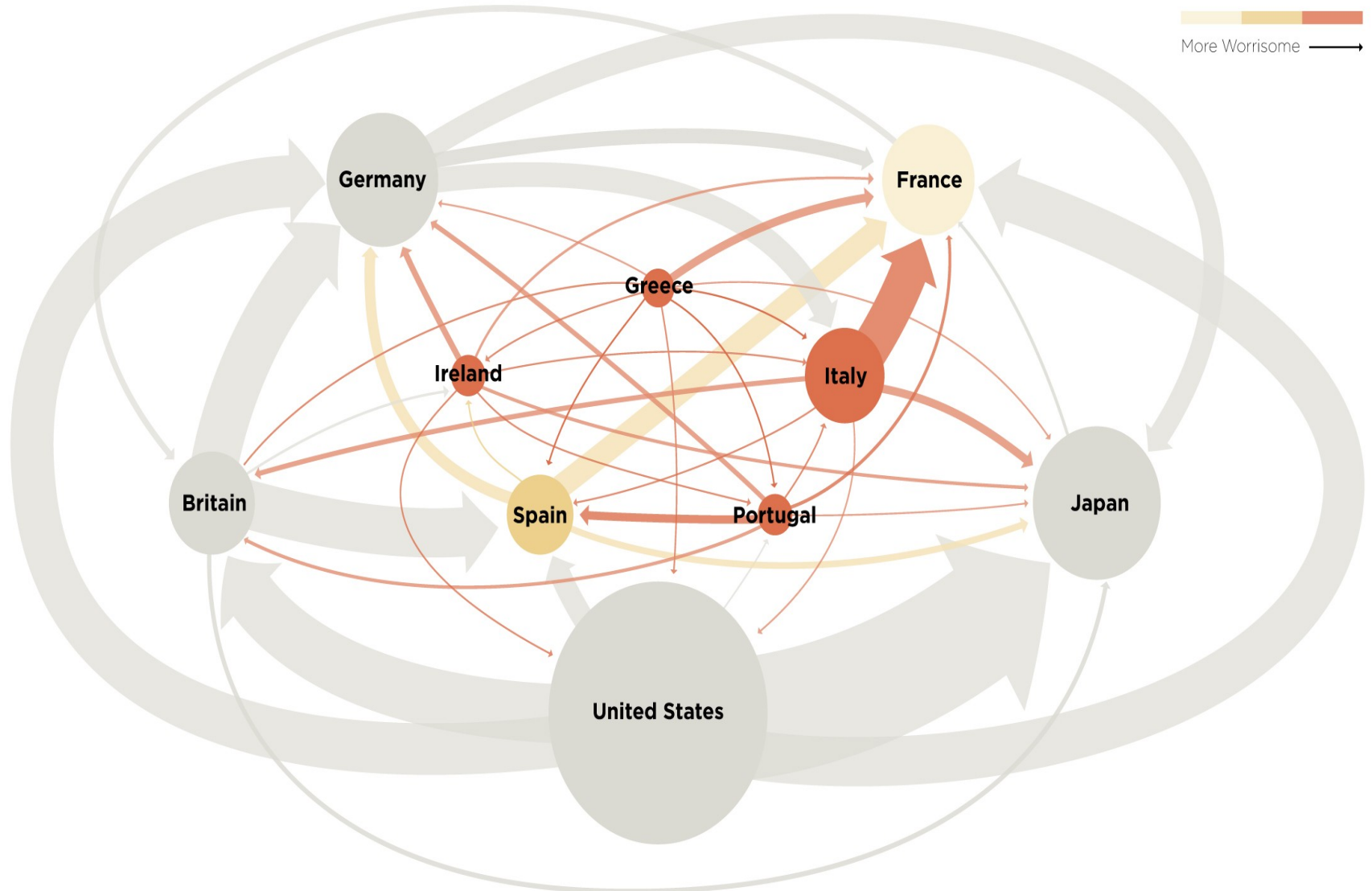
WWW

- А) распределение
выходные связи для
325729 узлов
- В) распределение
входные связи для
этих же узлов

WORLD-WIDE WEB



The not so subtle financial networks: 2011



КОРРЕЛЯЦИИ В СЕТЯХ

АССОРТАТИВНОСТЬ

И

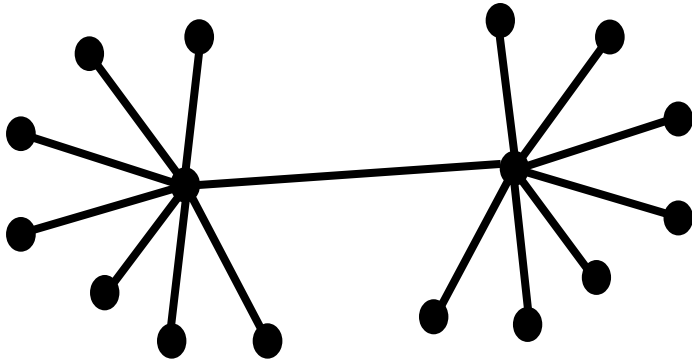
ДИССОРТАТИВНОСТЬ

АССОТИВНОСТЬ

- Birds of Feather – птицы одного полета.
- Это обозначение явления «подобное стремится к подобному» в социальной системе
- ЖЕНИТЬБА
- Rich Club Phenomenon – явление элитарного клуба

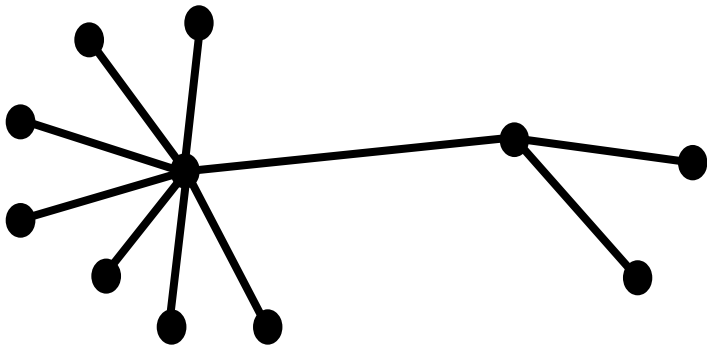
MULTIPOINT DEGREE CORRELATIONS

$P(k)$: not enough to characterize a network



Large degree nodes tend to connect to large degree nodes

Ex: social networks



Large degree nodes tend to connect to small degree nodes

Ex: technological networks

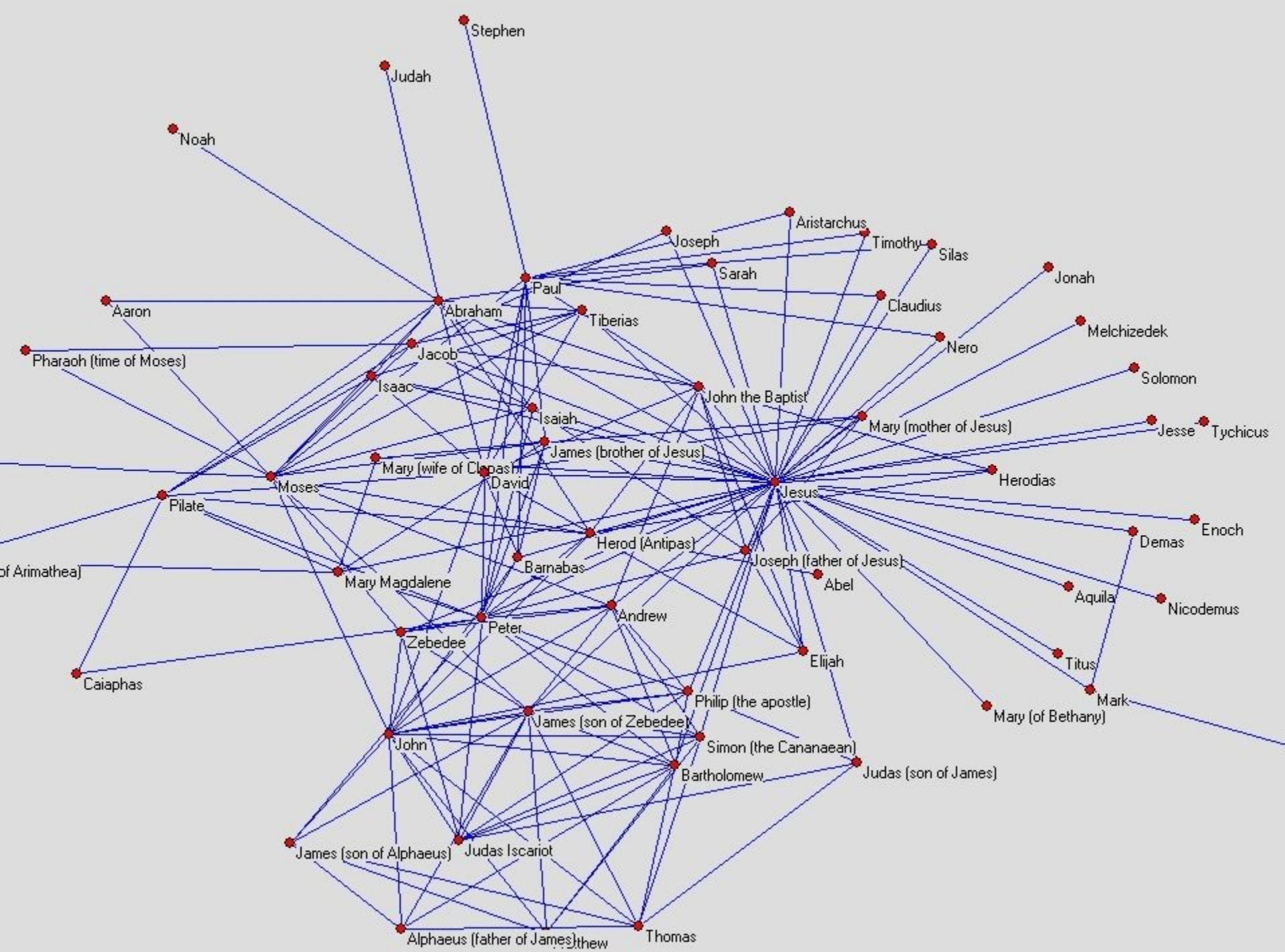
Network	<i>n</i>	<i>r</i>
Physics coauthorship (a)	52 909	0.363
Biology coauthorship (a)	1 520 251	0.127
Mathematics coauthorship (b)	253 339	0.120
Film actor collaborations (c)	449 913	0.208
Company directors (d)	7 673	0.276
Internet (e)	10 697	−0.189
World-Wide Web (f)	269 504	−0.065
Protein interactions (g)	2 115	−0.156
Neural network (h)	307	−0.163
Marine food web (i)	134	−0.247
Freshwater food web (j)	92	−0.276
Random graph (u)		0
Callaway <i>et al.</i> (v)		$\delta/(1 + 2\delta)$
Barabási and Albert (w)		0

Social networks
are *assortative*

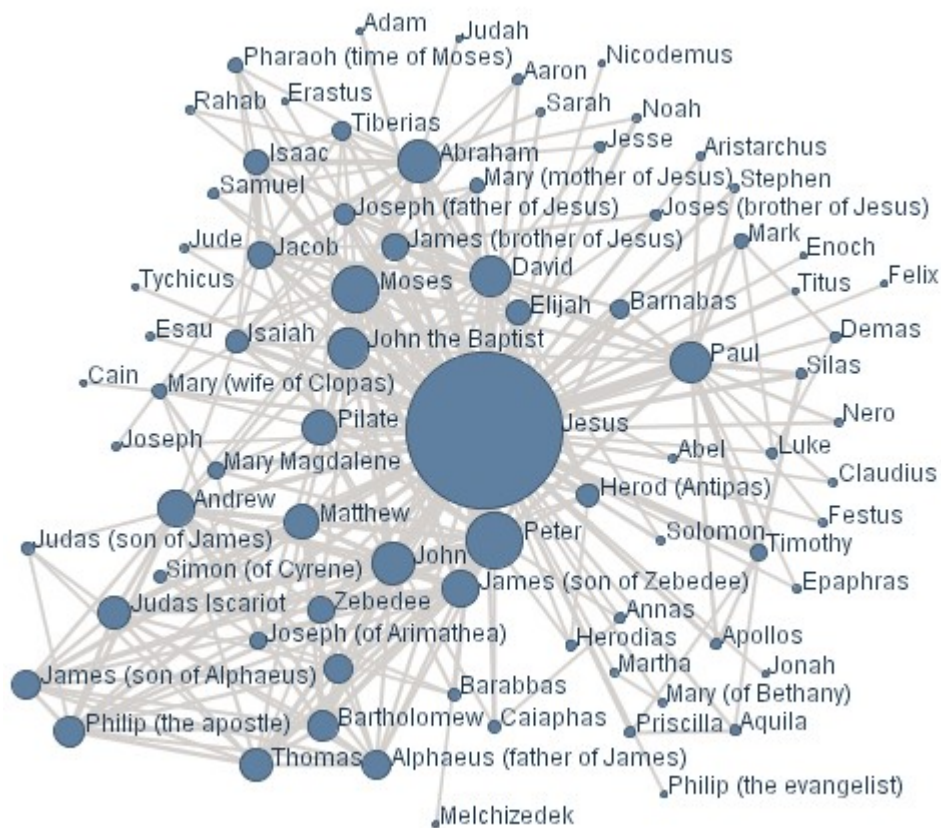
Biological,
technological
networks are
disassortative

r>0: assortative network:
Hubs tend to connect to other hubs.

r<0: disassortative network:
Hubs tend to connect to small nodes.



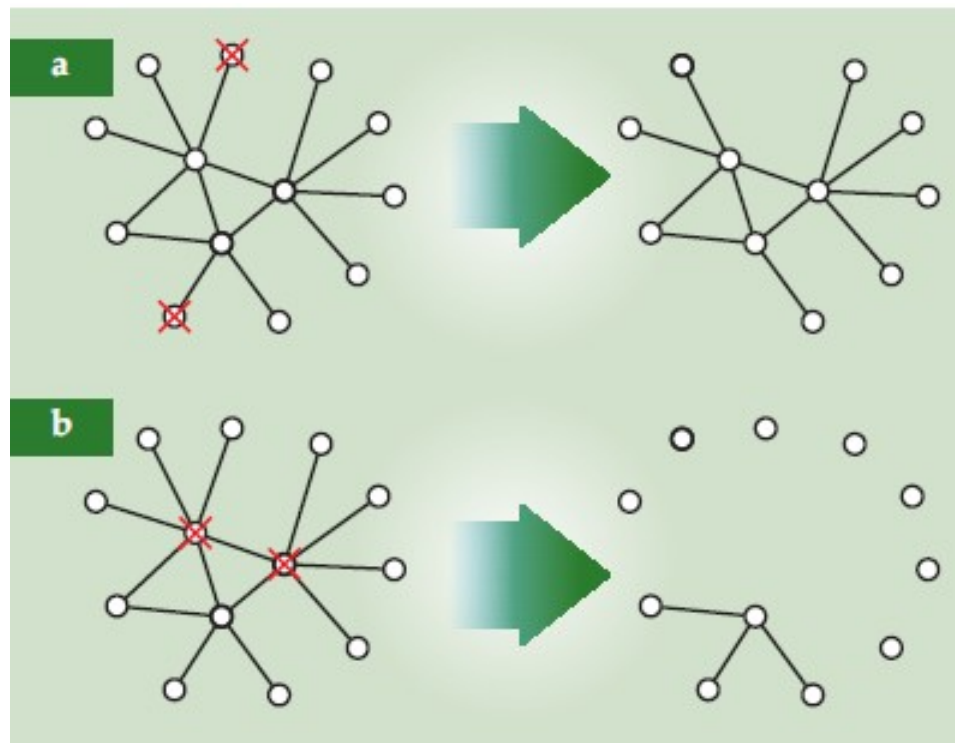
Сеть Нового Завета
не является социальной сетью
Average clustering: 0.74
Assortativity -0.133



СЕТИ ПЕРСОНАЖЕЙ РОМАНОВ НЕ ЯВЛЯЮТСЯ СОЦИАЛЬНЫМИ

- Л.Толстой Анна Каренина 138 -0.35 0.65
- Гомер. Илиада. 561 -0.118 0.40
- В.Гюго. Отверженные. 80 -0.165 0.55
- Ч. Диккенс. Д.Копперфилд 87 -0.258 0.69
- М.Твен. Г. Финн 74 -0.173 0.77

УСТОЙЧИВОСТЬ К СЛУЧАЙНЫМ ПОВРЕЖДЕНИЯМ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ К АТАКАМ



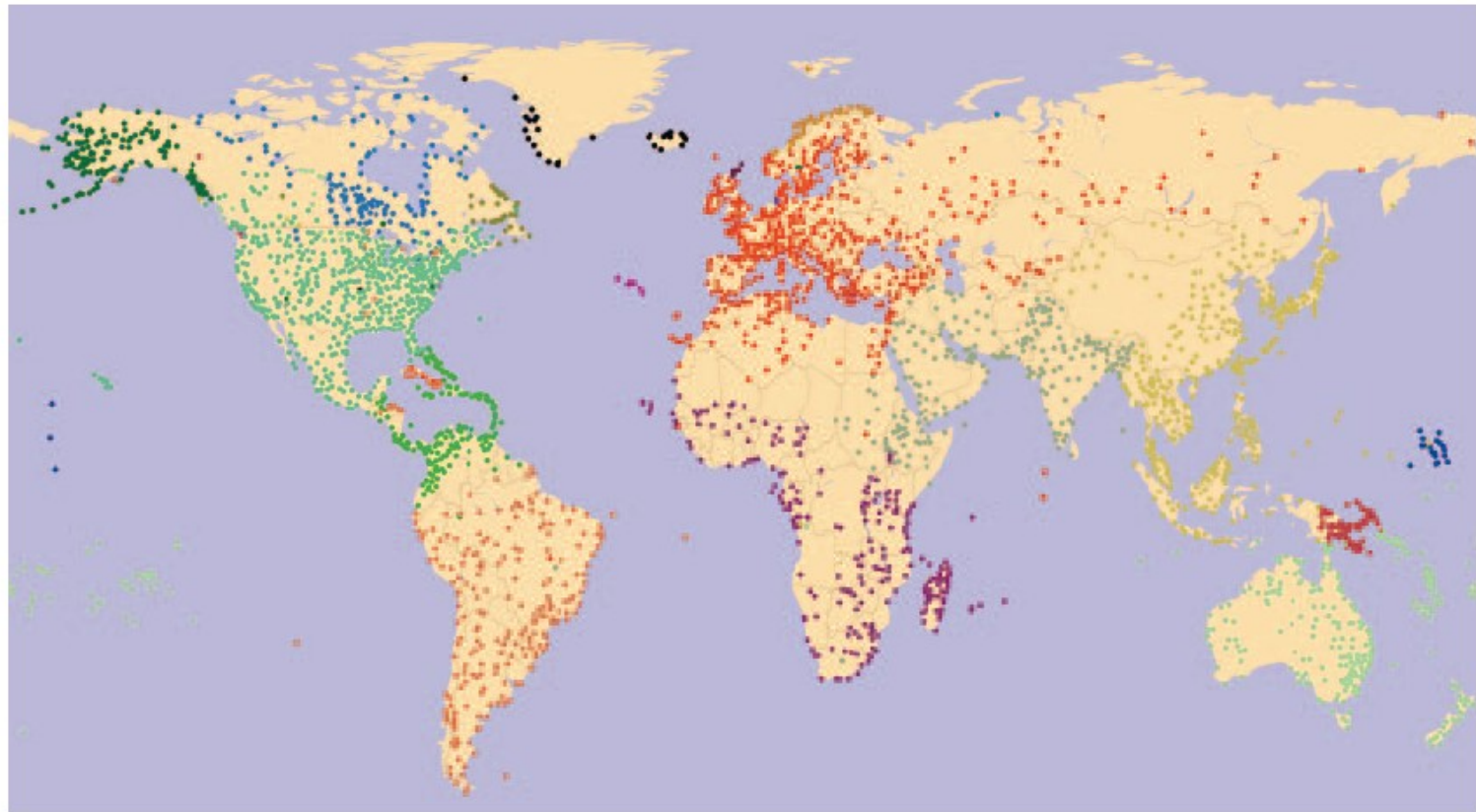
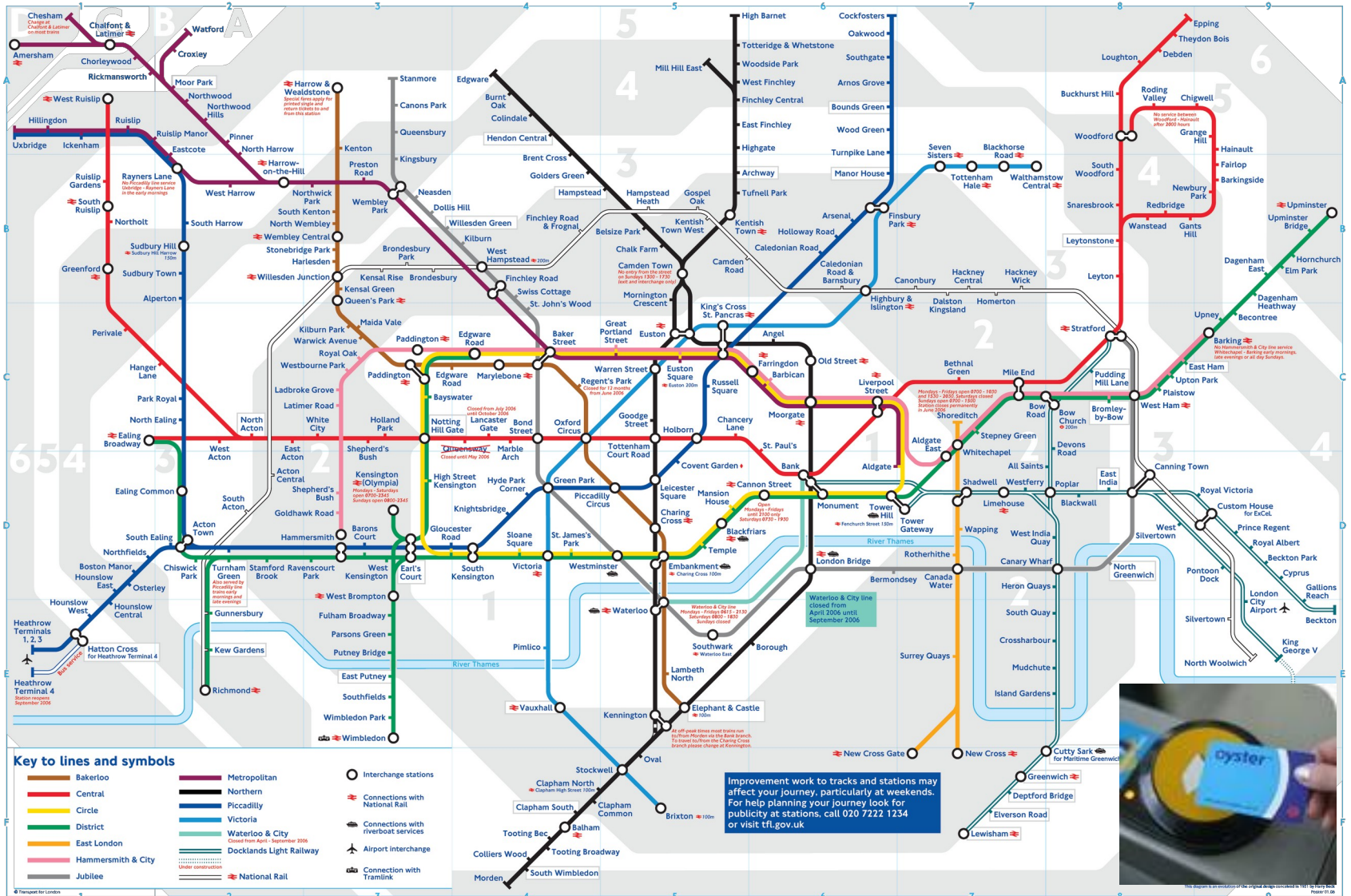


Fig. 3. Communities in the giant component of the worldwide air transportation network. Each node represents a location, and each color corresponds to a community.

Smartcards from London



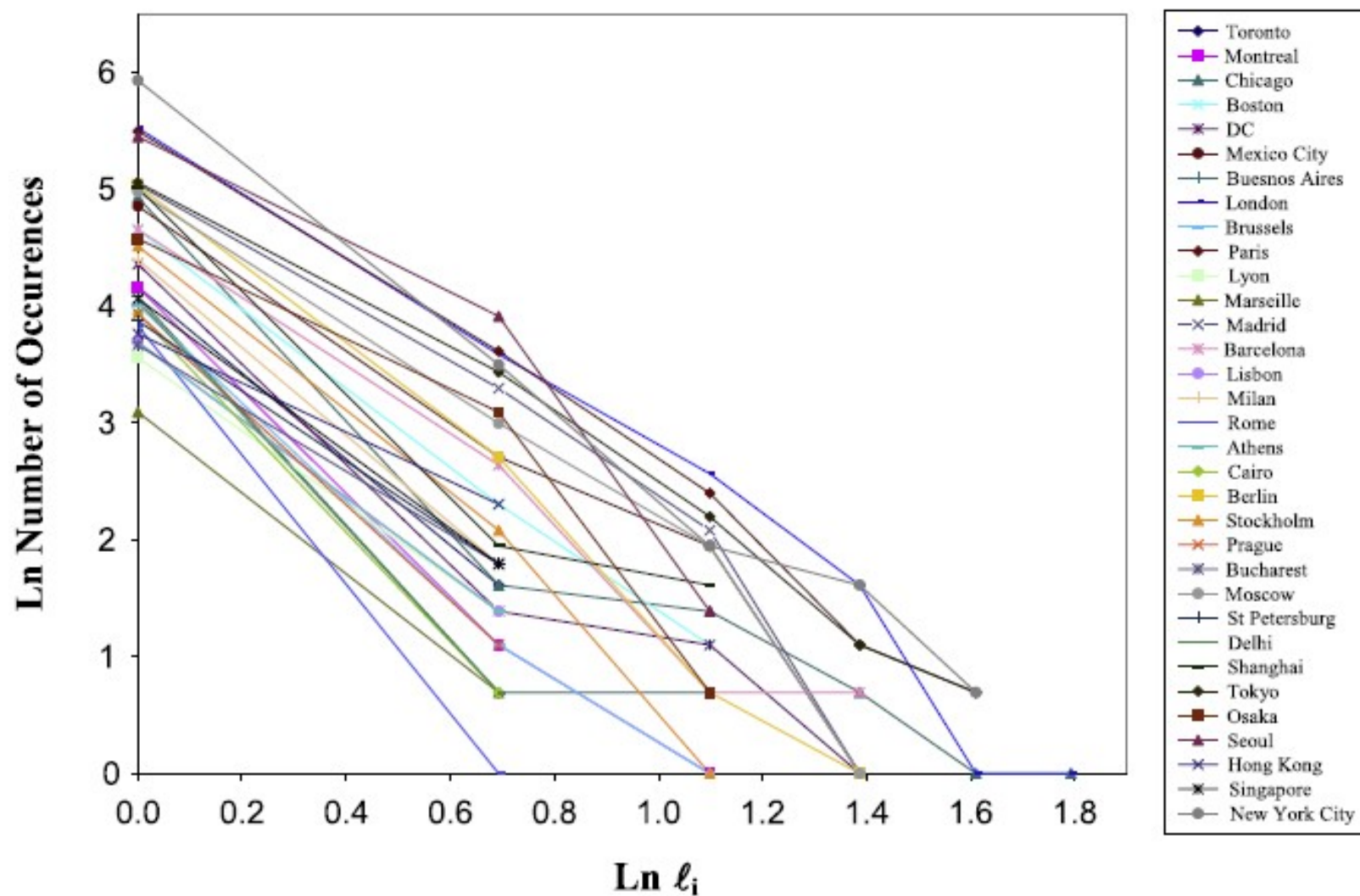


Fig. 3. Log-log frequency distribution of line attribute for 33 metro networks.

Была проанализирована надежность
метрополитена 33 городов мира,
включая Москву и Петербург

САМЫМ НАДЕЖНЫМ
ОКАЗАЛОСЬ МЕТРО ТОКИО

Degree Centrality

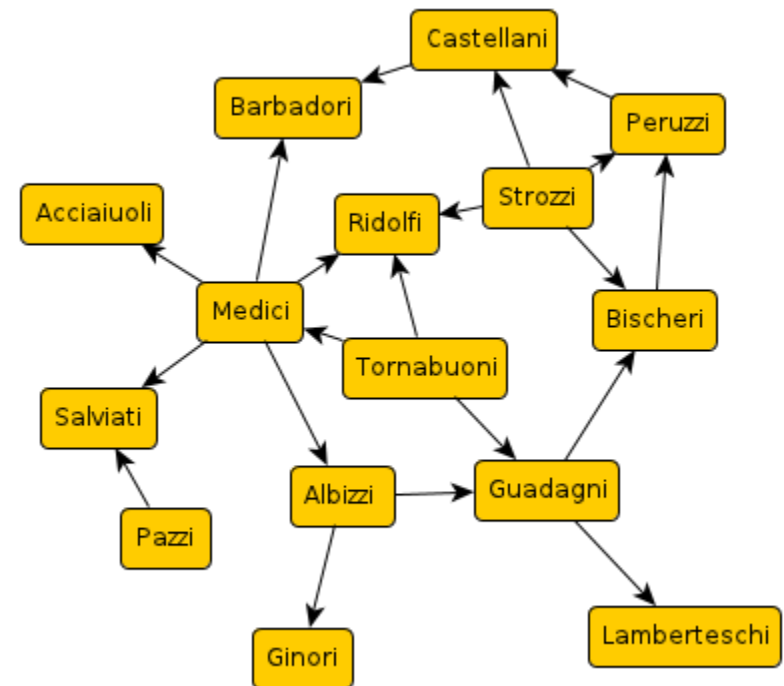
- Which are the most important or CENTRAL
- vertices in a network?
- There are many possible definitions of importance, and correspondingly many centrality measures for networks.
- The simplest centrality measure in a network is just the degree of a vertex, the number of edges connected to it: **DEGREE CENTRALITY**

Betweenness Centrality – нагрузка узла

- Betweenness centrality measures the extend to which a vertex lies on path between other vertices.

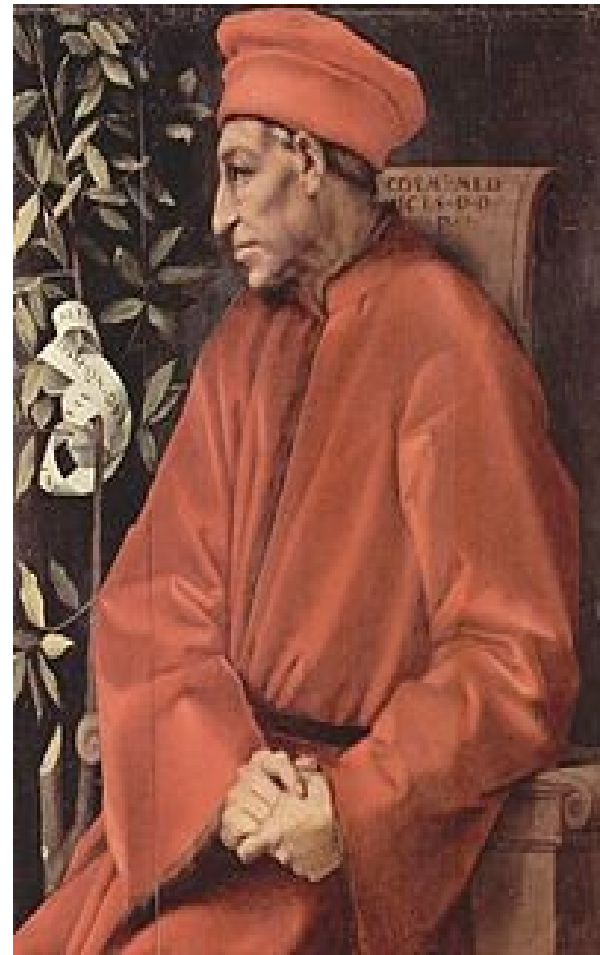
Сеть брачных связей богатых семей Флоренции XV века

- $B_{\text{Medici}}=0.522$
- $B_{\text{Guadagni}}=0.255$



Медичи, Козимо (Старший)

- Дата рождения: [27 сентября 1389](#))
- Место рождения: [Флоренция](#) Дата смерти: [1 августа 1464](#)) (74 года)
- Место смерти: Флоренция
- Стратерн Пол. Медичи. Крестные отцы Ренессанса. М., 2010



Станции московского метро

№	Станция	Betweenness centrality
1	Киевская	2919.18
2	Октябрьская	2678.03
3	Курская/Чкаловская	2647.69
4	Баррикадная/Краснопресненская	2420.67
5	Таганская/Марксистская	2382.95
6	Парк Культуры	2166.47
7	Третьяковская/Новокузнецкая	1956.88
8	Павелецкая	1823.54
9	Менделеевская/Новослободская	1722.70
10	Охотный ряд/Театральная/Площадь Революции	1607.79

CLOSENESS CENTRALITY

Еще одним показателем важности узла может служить показатель closeness centrality («близость»), характеризующий среднюю близость к данному узлу всех остальных узлов. Формальное определение этого показателя следующее:

«Близость» (closeness centrality) C_i узла i есть величина

$$C_i = \frac{\sum_{j, j \neq i} d_{ij}}{N - 1} ,$$

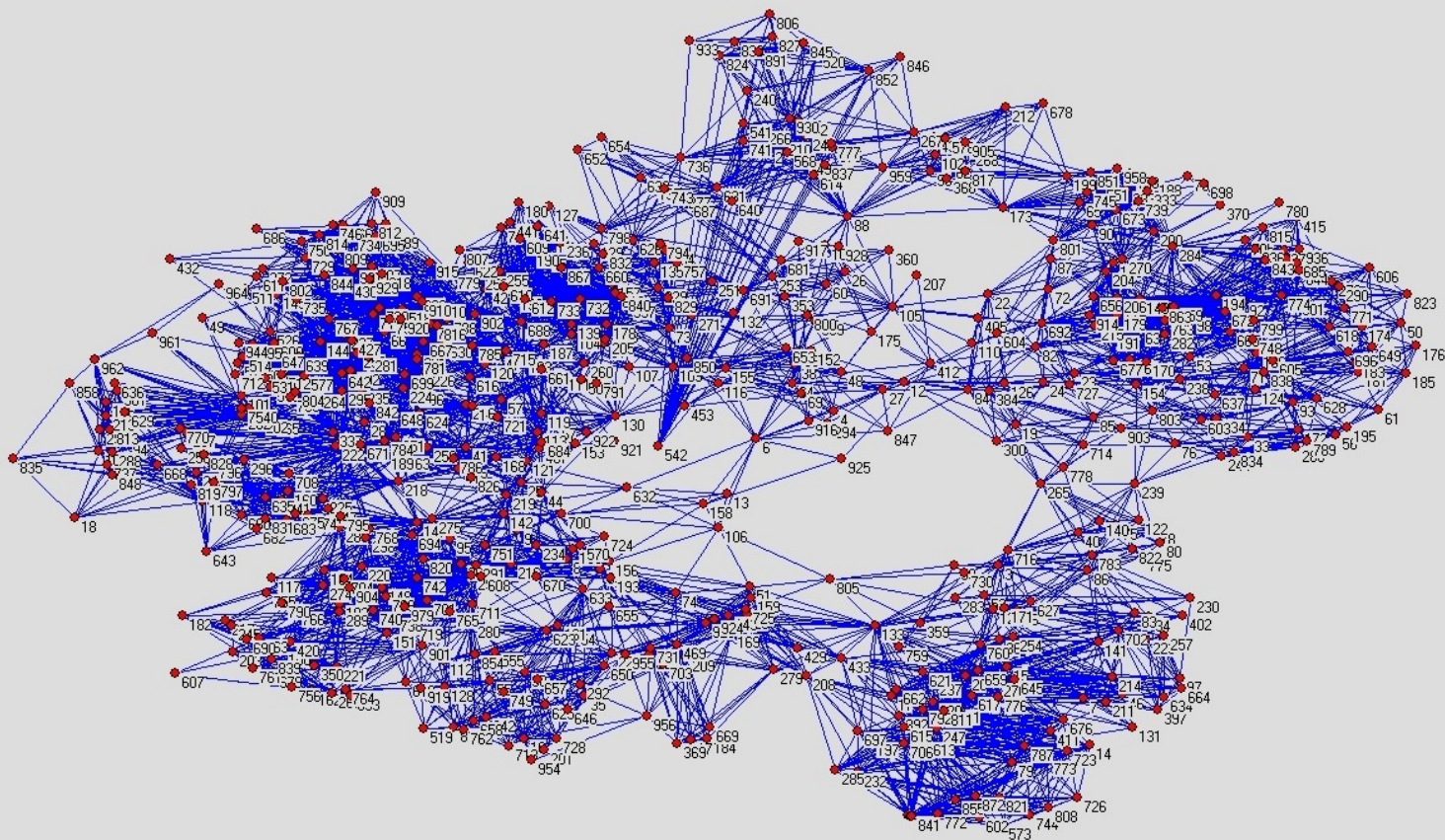
где N - общее число узлов, d_{ij} - число связей по кратчайшему маршруту между узлами i и j .

Closeness Centrality для станций МОСКОВСКОГО метро

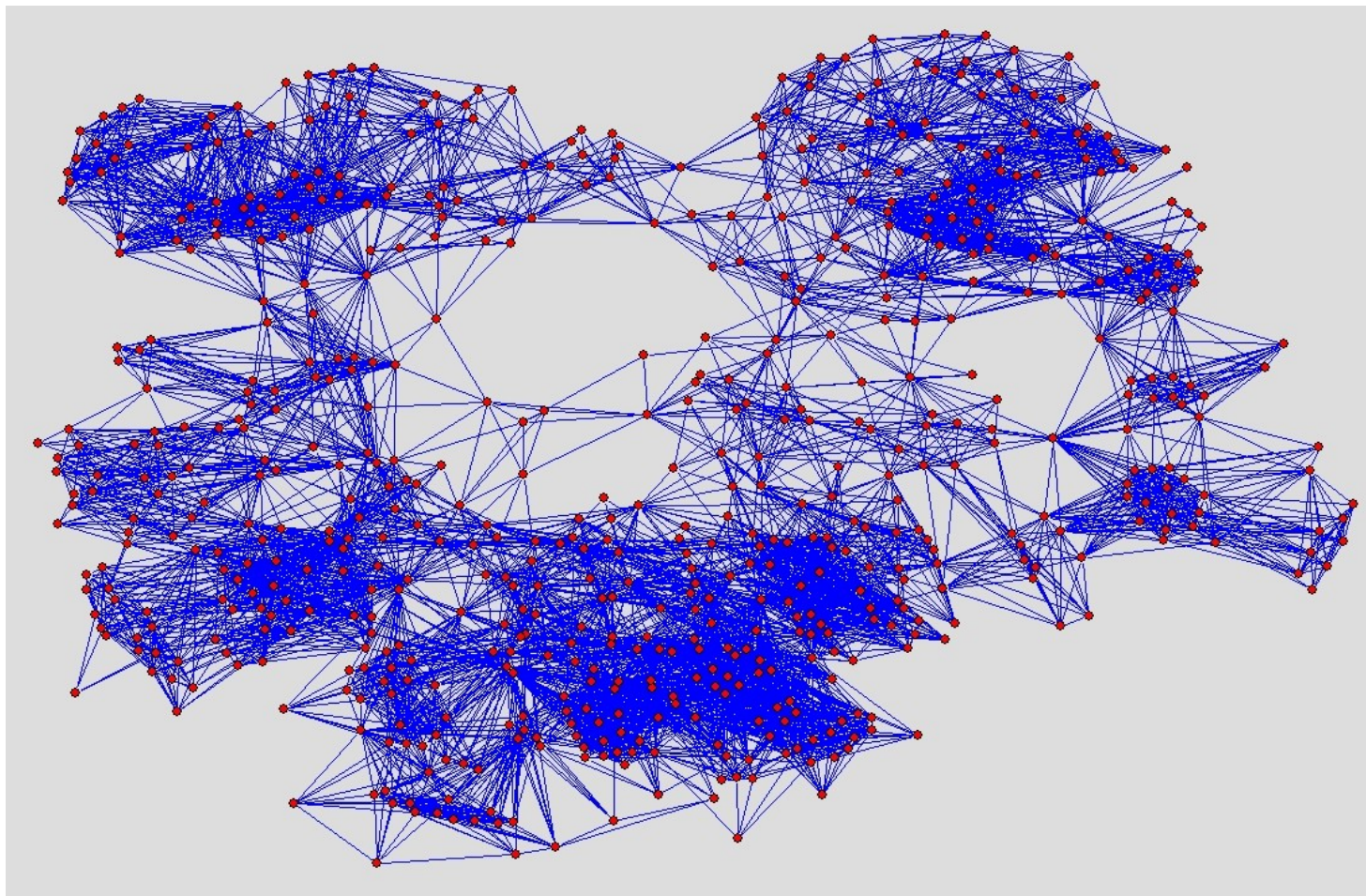
№	Станция	Closeness centrality
1	Охотный ряд/Театральная/Площадь Революции	5.76
2	Третьяковская/Новокузнецкая	5.78
3	Чеховская/Пушкинская/Тверская	5.89
4	Курская/Чкаловская	5.90
5	Таганская/Марксистская	5.94
6	Октябрьская	5.99
7	Китай-город	6.08
8	Баррикадная/Краснопресненская	6.08
9	Парк Культуры	6.13
10	<u>Боровицкая</u> /Библиотека им. Ленина	6.14

Сеть автобусных маршрутов Москвы

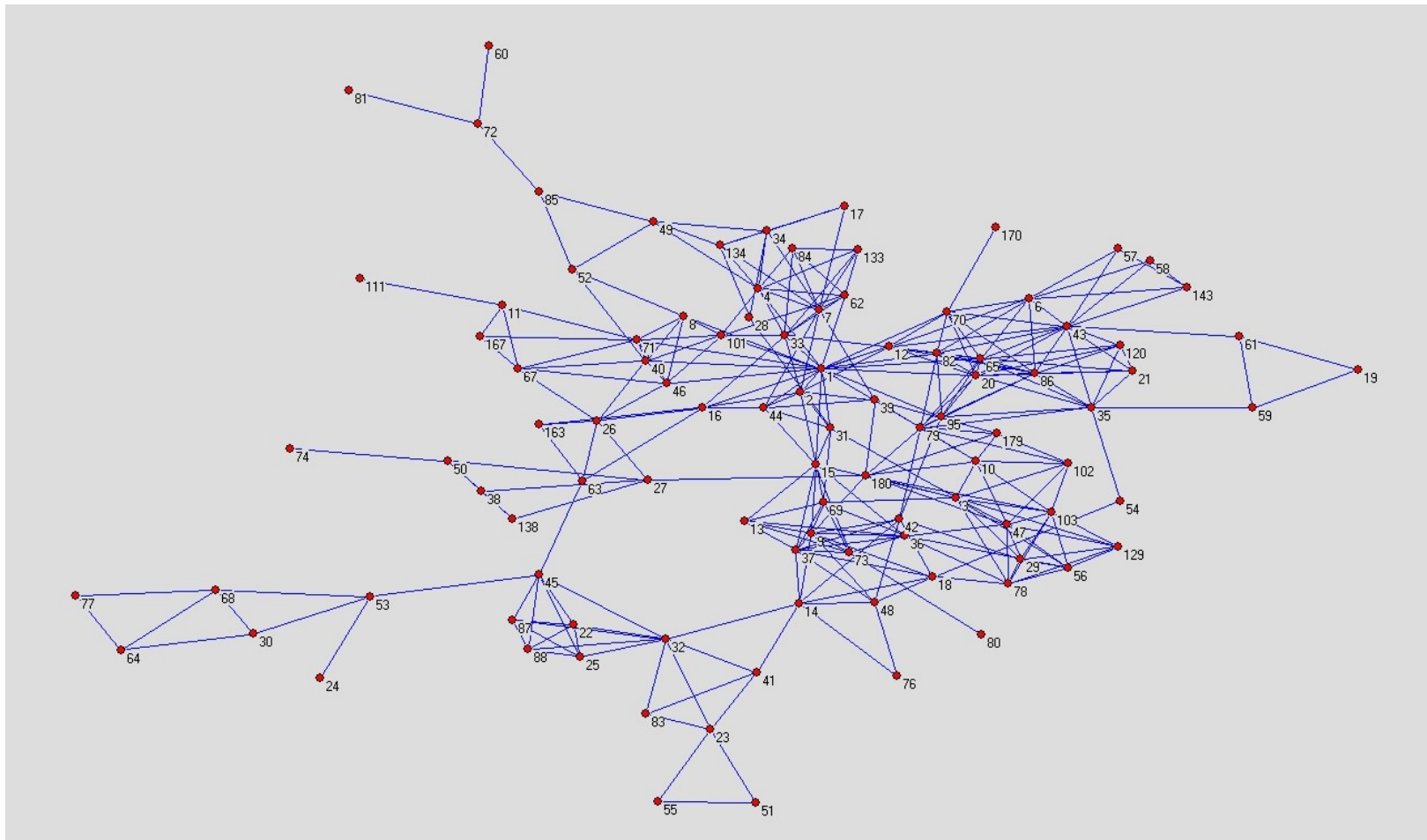
Number of nodes: 644
Number of edges: 6338
Average clustering: 0.66
Average shortest path length: 4.6
Assortativity: 0.345



Сеть автобусных маршрутов Москвы



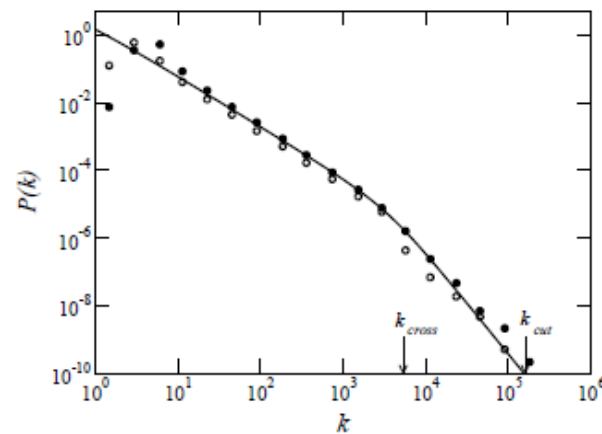
Троллейбусные маршруты Москвы



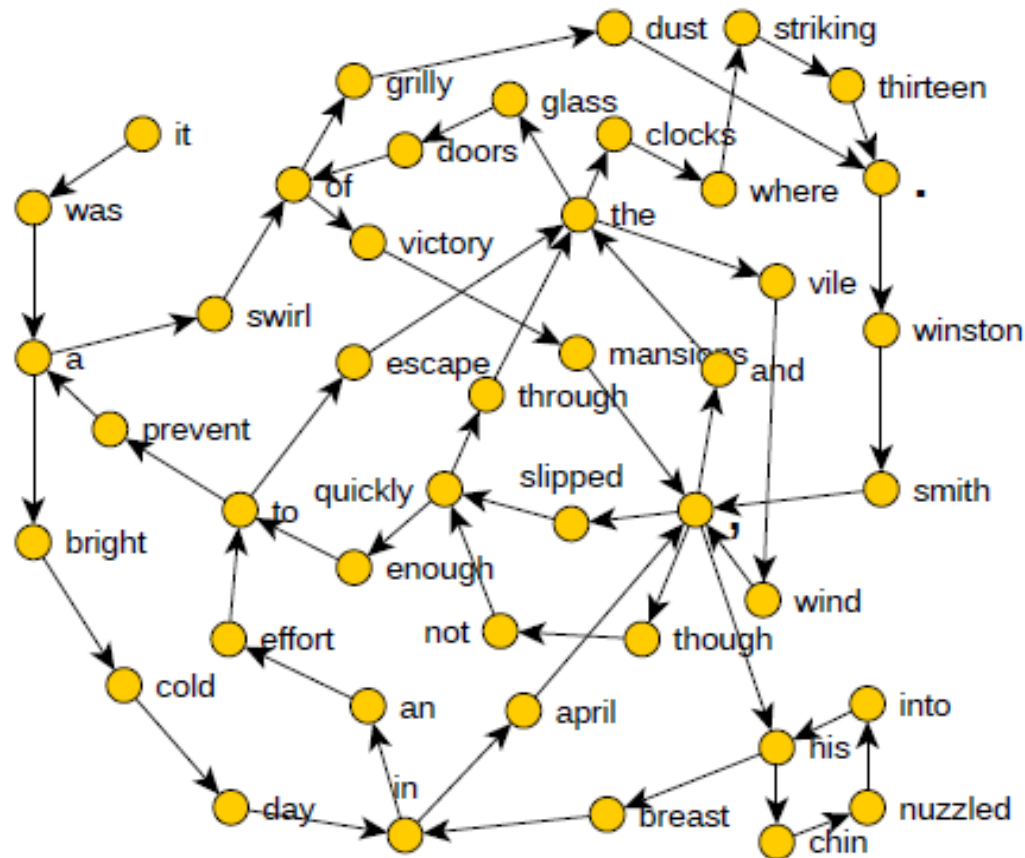
- НАЗЕМНЫЙ
ОБЩЕСТВЕННЫЙ
ТРАНСПОРТ МОСКВЫ
ЯВЛЯЕТСЯ
СОЦИАЛЬНОЙ СЕТЬЮ

КОГНИТИВНЫЕ СЕТИ

R. Ferrer i Cancho and R.V. Solé (2001a), The small-world of human language,
Proc. R. Soc. B **268**, 2261.



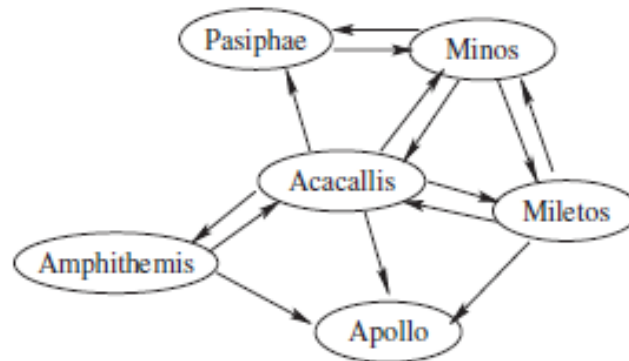
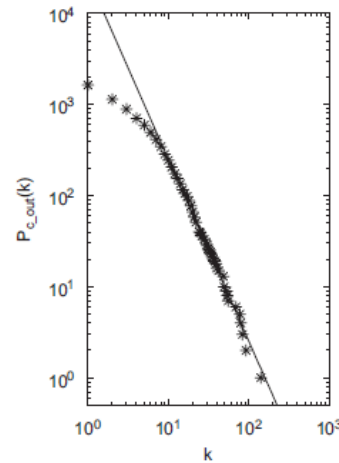
Masucci A. P. and Rodgers G. J. Network properties of written human language. Physical Review E 74, 026102 (2006).



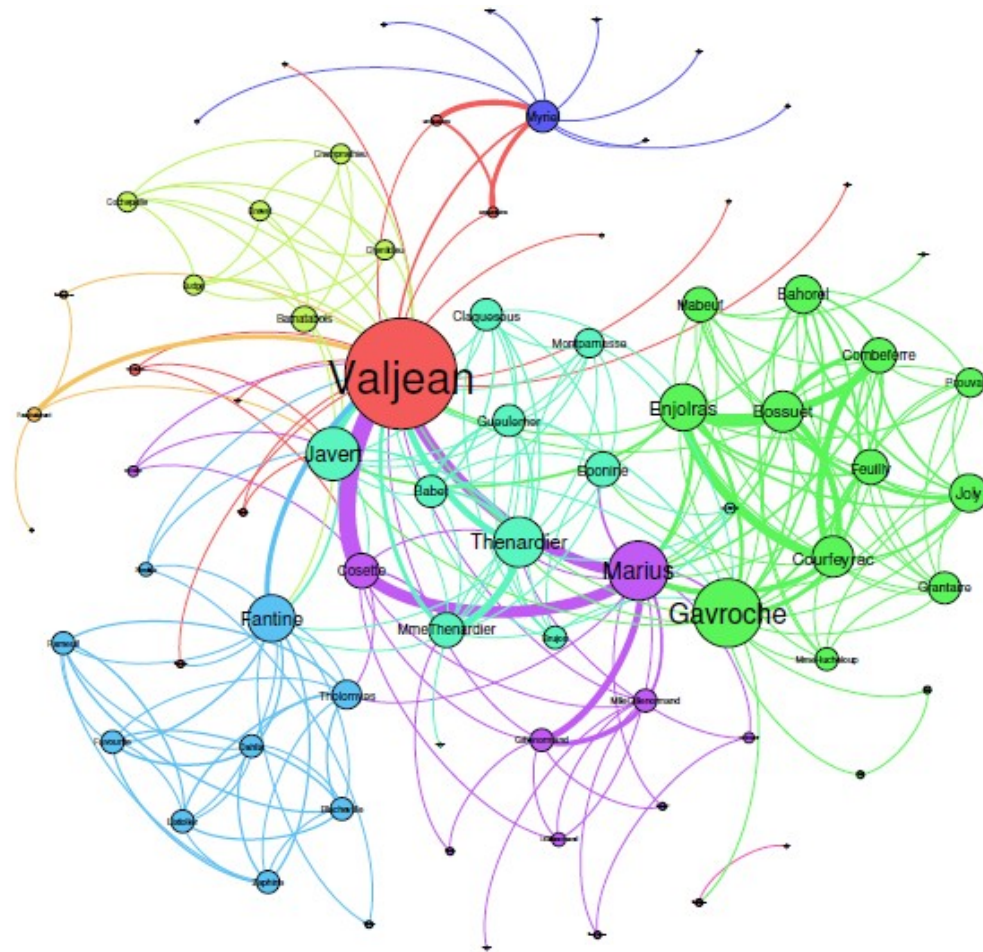
A directed network of Greek and Roman mythology

Yeon-Mu Choia, Hyun-Joo Kim

Physica A 382 (2007) 665–671



Characters in Les Misérables, centred on the main character Valjean. СЕТИ ГЕРОЕВ ЛИТЕРАТУРНЫХ ПРОИЗВЕДЕНИЙ НЕ ЯВЛЯЮТСЯ СОЦИАЛЬНЫМИ СЕТЯМИ!!!!





Contents lists available at ScienceDirect

Physica A

journal homepage: www.elsevier.com/locate/physa

Complex network structure of musical compositions: Algorithmic generation of appealing music

Xiao Fan Liu*, Chi K. Tse, Michael Small

Department of Electronic and Information Engineering, The Hong Kong Polytechnic University, Hung Hom, Kowloon, Hong Kong

Партитура музыкального произведения легко преобразуется в сетевую структуру, если в качестве узлов такой сети взять музыкальные ноты всех возможных длительностей. Нетрудно подсчитать, что число узлов в такой сети не будет превышать 1800. В самом деле, число клавиш у рояля равно 88 и, умножая это число на 20 — число длительностей ноты (половинные, четверти, восьмые и т. д.), получаем 1760. Связи между узлами (нотами) в сети устанавливаются по хронологическому принципу: если нота I начинает звучать в момент времени T , а нота J в этот момент заканчивает свое звучание, то между соответствующими узлами сети имеет место связь.

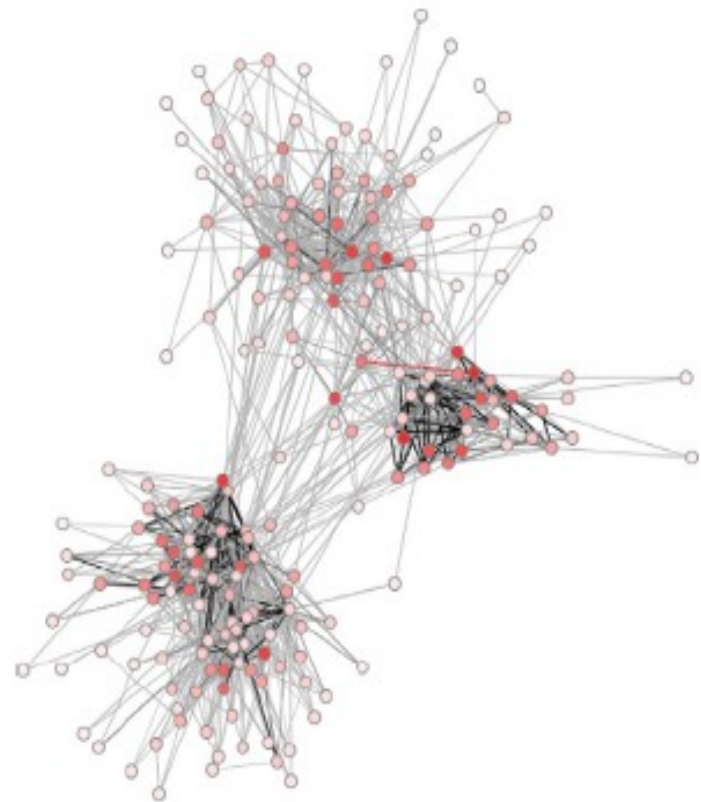
Complex network structure of musical compositions: Algorithmic generation of appealing music

Xiao Fan Liu*, Chi K. Tse, Michael Small

Department of Electronic and Information Engineering, The Hong Kong Polytechnic University, Hung Hom, Kowloon, Hong Kong

$$p = 69 + 12 \times \log_2 \left(\frac{f}{440 \text{ Hz}} \right), \quad p \in \mathbb{N}.$$

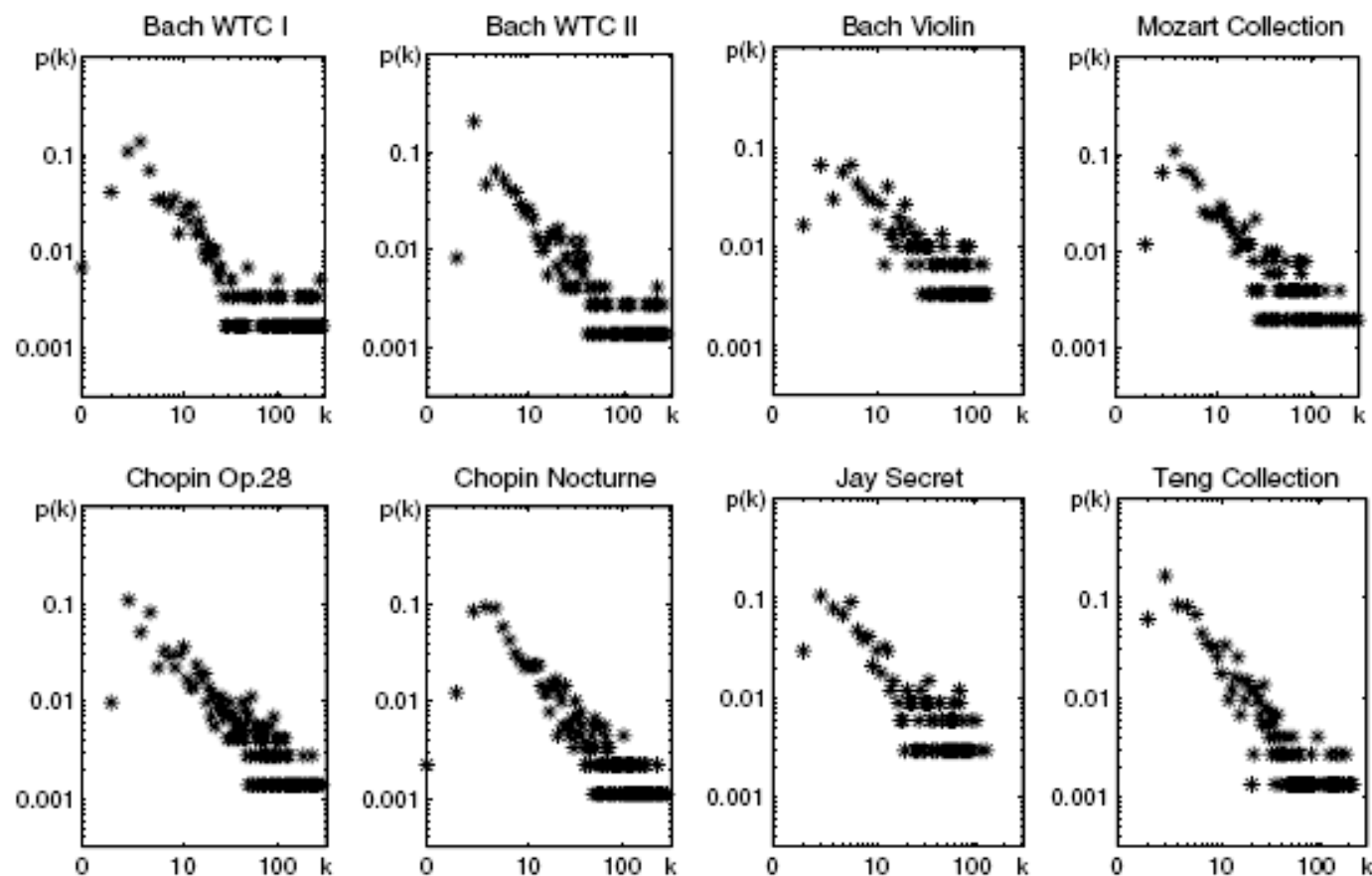
1. Length of composition, T .
2. Total number of nodes, N .
3. Total number of edges, $\sum k$.
4. Mean degree, $\bar{k}$.
5. Mean shortest distance between nodes, $\bar{d}$.
6. Network diameter, $d_{\max}$.
7. Clustering coefficient, C .
8. Centrality coefficient, β .
9. Power-law exponent of
 - edge weight distribution, γ_{ew} ,
 - node degree distribution, γ_{nd} ,
 - node strength distribution, γ_{nw} .



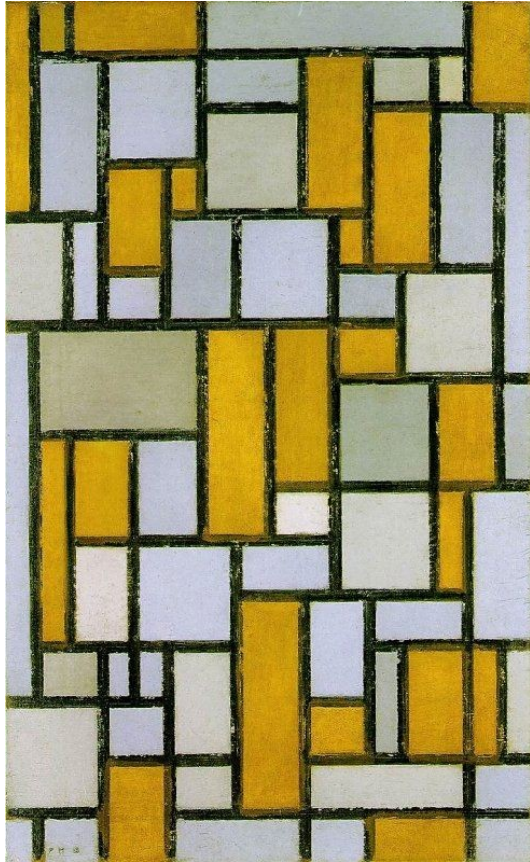
Complex network structure of musical compositions: Algorithmic generation of appealing music

Xiao Fan Liu^{*}, Chi K. Tse, Michael Small

X.F. Liu et al. / Physica A 389 (2010) 126–132

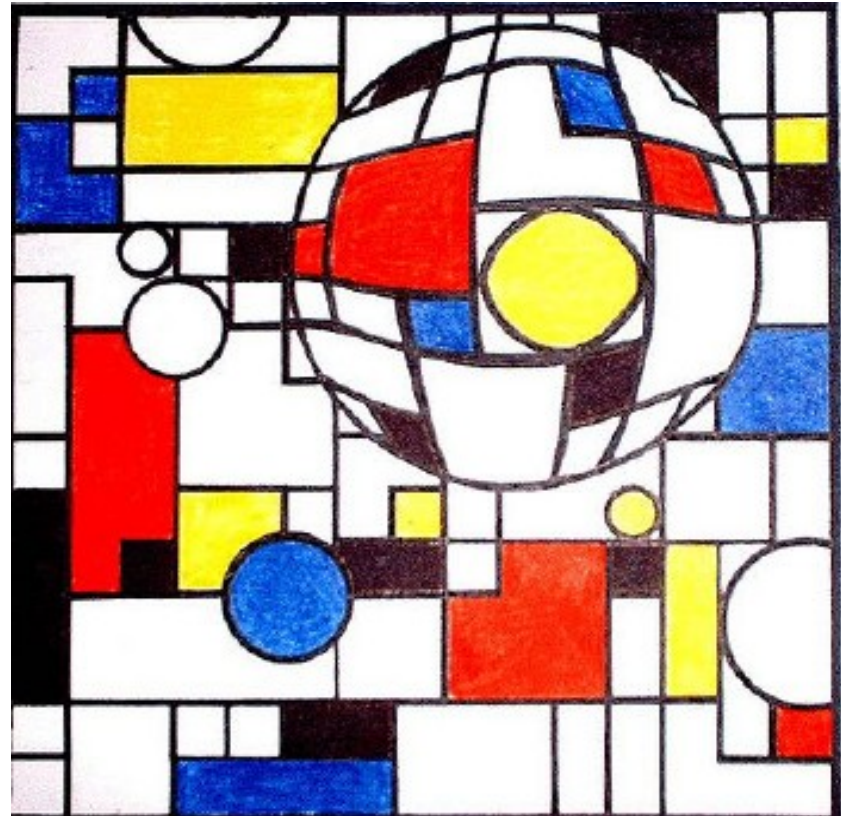


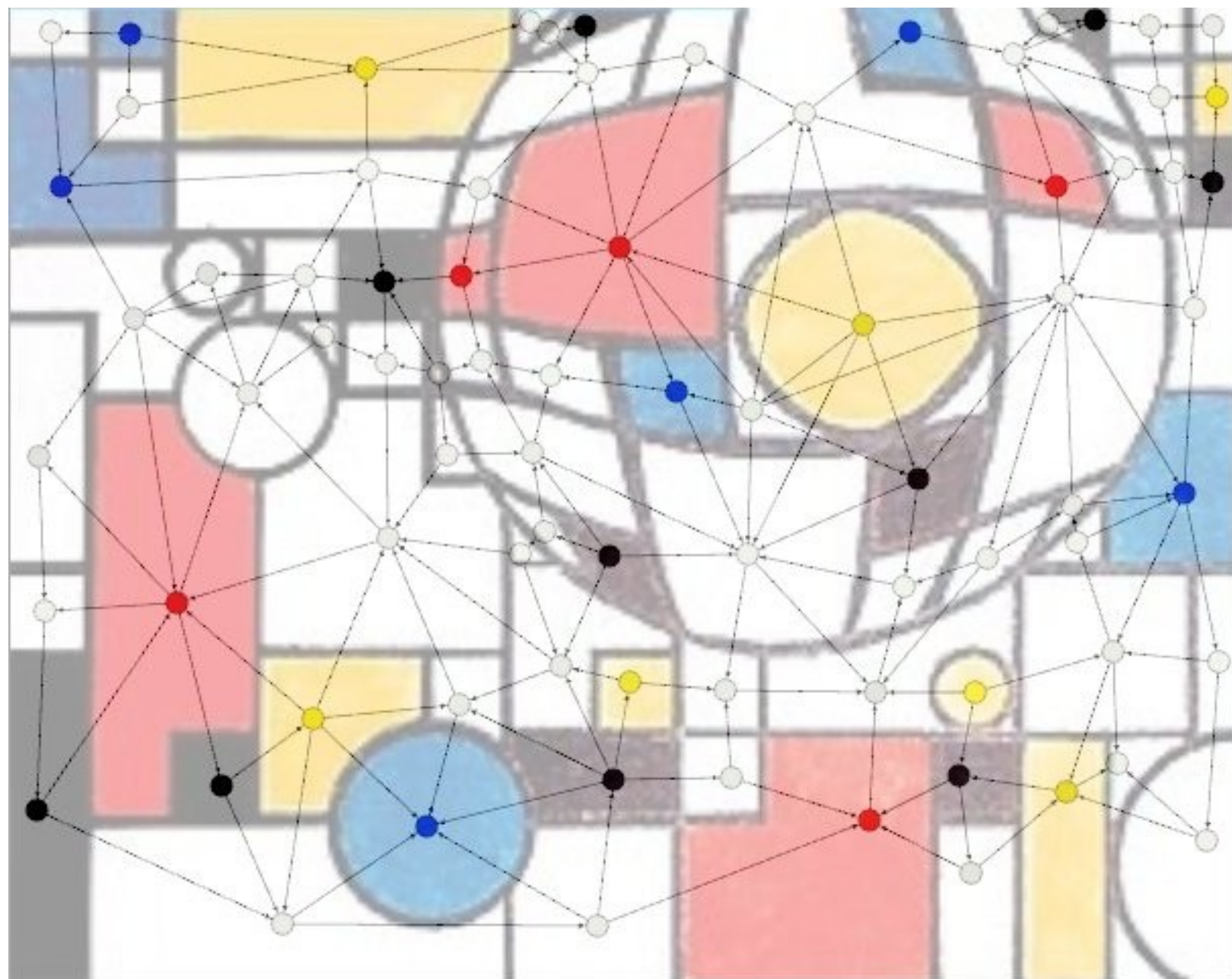
Piet Mondrian (1872 -1944)



Piet Mondrian (1872 -1944)

- “Composition”, 1921





Piet Mondrian (1872 -1944)

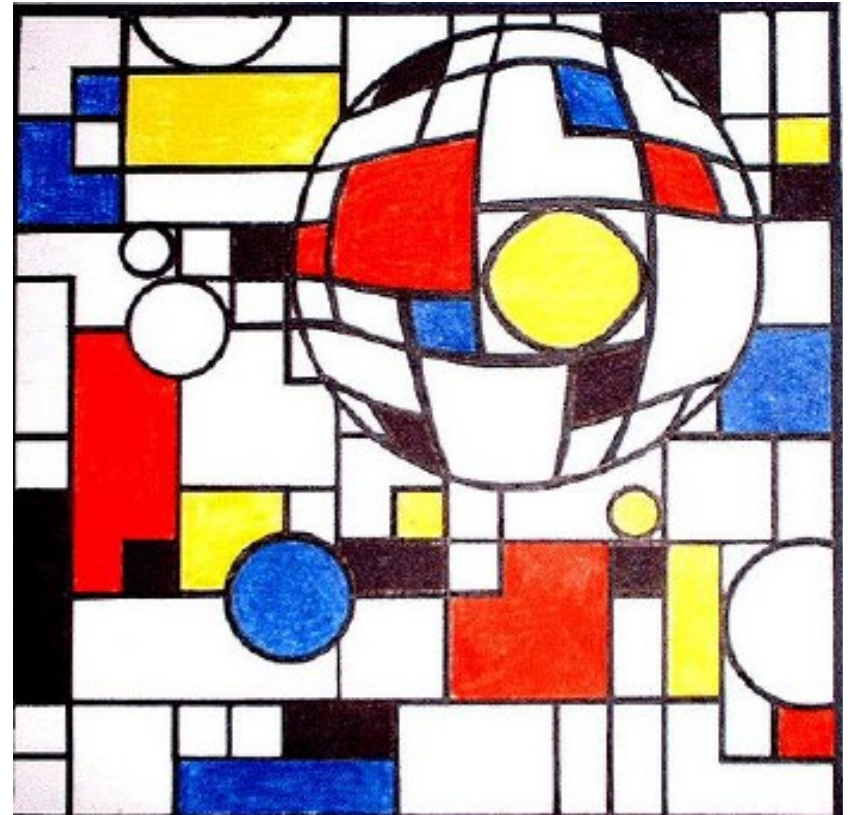
- “Composition”, 1921

- $P \propto q^{-\gamma}.$

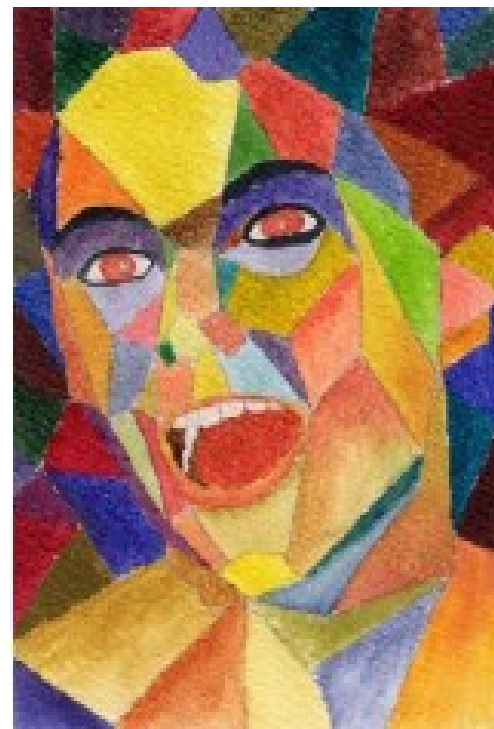
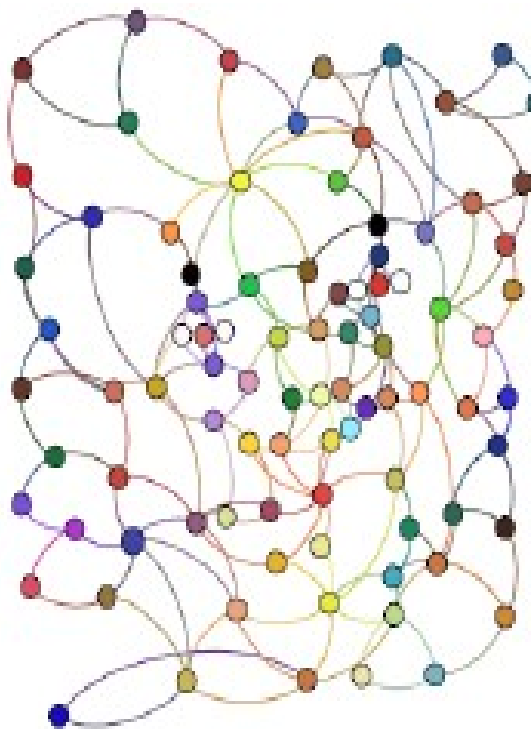
$$\gamma \approx 3.2.$$

$$C \approx 0.2,$$

$$\langle l \rangle \approx 3.2$$



Пабло Пикассо. Портрет. $\gamma=2.43$, $C=0.343$



Kazimir Malevich (1878-1935)

- “Lumberman”

$$P \propto q^{-\gamma},$$

$$\gamma \approx 1.94,$$

$$C \approx 0.37$$

$$\langle l \rangle \approx 4.1$$

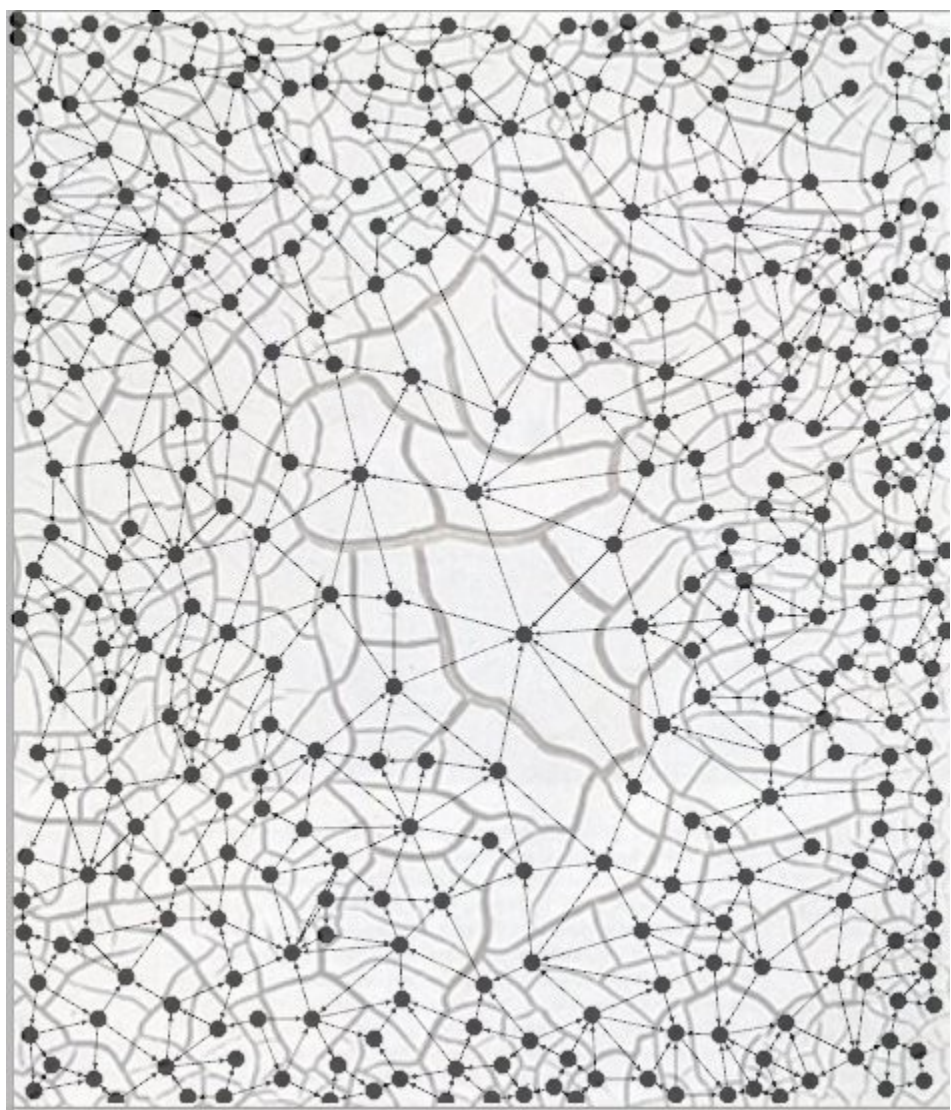


Alberto Burri (1915-1995)

-

- *Cretto G1*





Alberto Burri (1915-1995)

$\gamma \approx 4.25$

- $C=0.279$

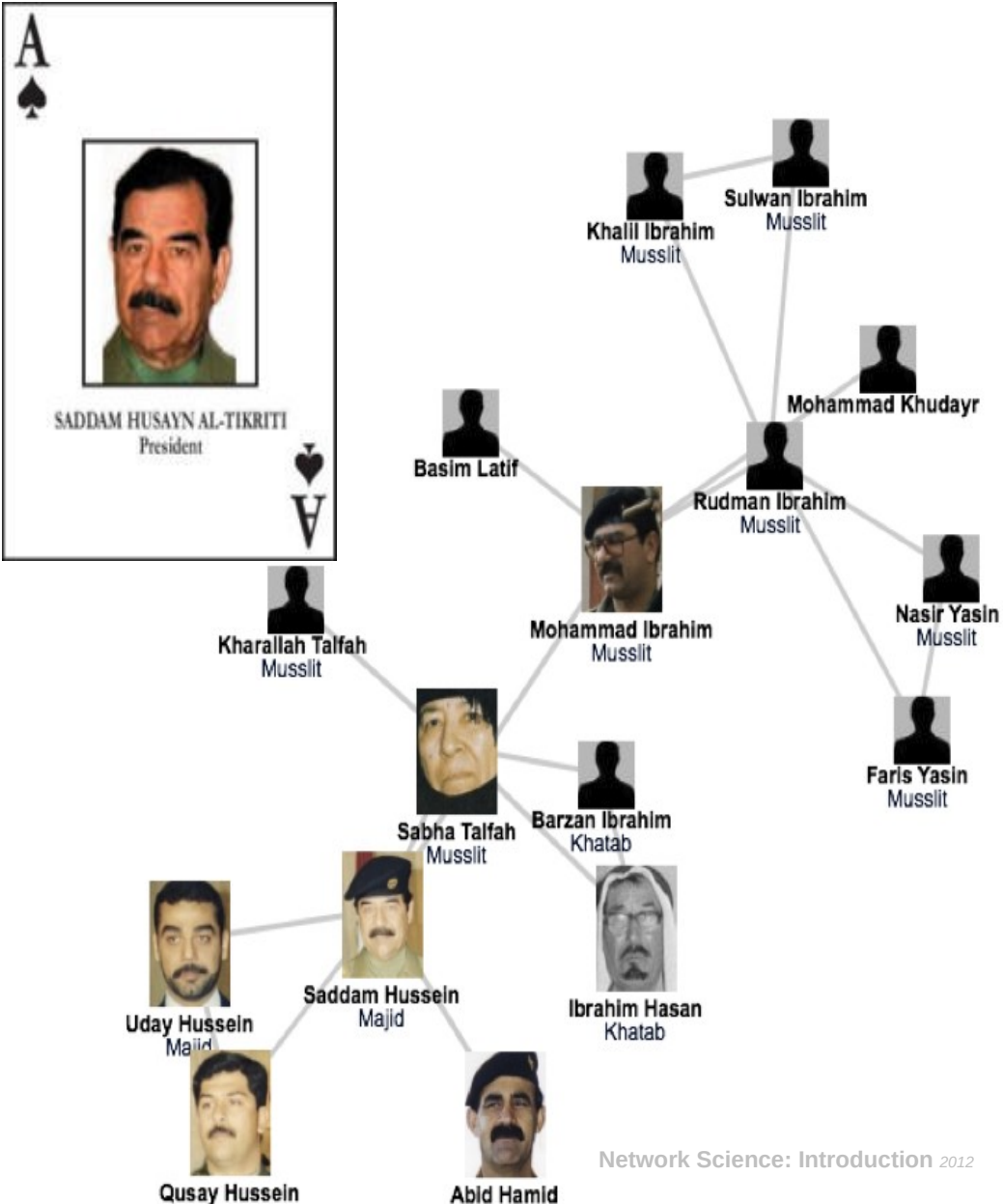
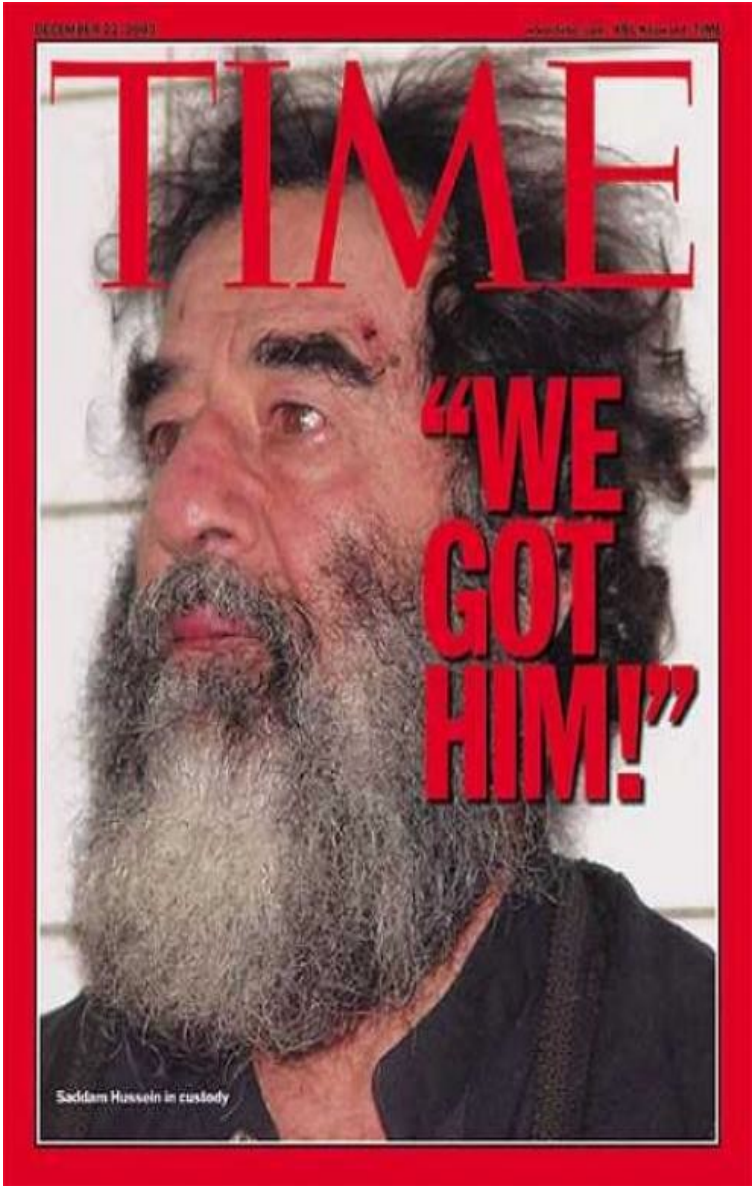


Network Science Center
West Point 



<http://www.ns-cta.org/ns-cta-blog/>

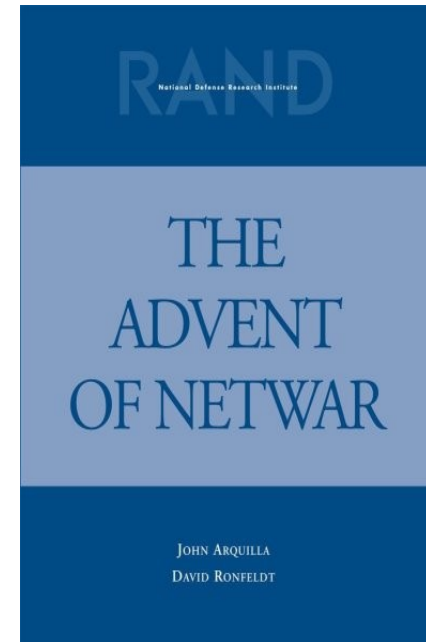
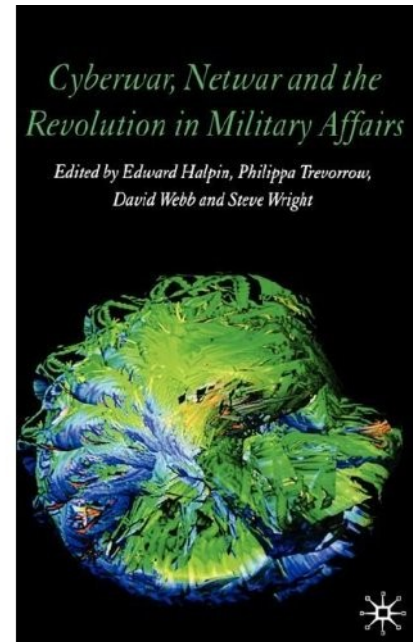
A SIMPLE STORY (1) The fate of Saddam and network science



FIGHTING TERRORISM AND MILITARY



<http://www.slate.com/id/2245232>





*“I think the next century
will be the century
of complexity.”*

Stephen Hawking
January 23, 2000`

Behind each complex system there is a **network**, that defines the interactions between the component.

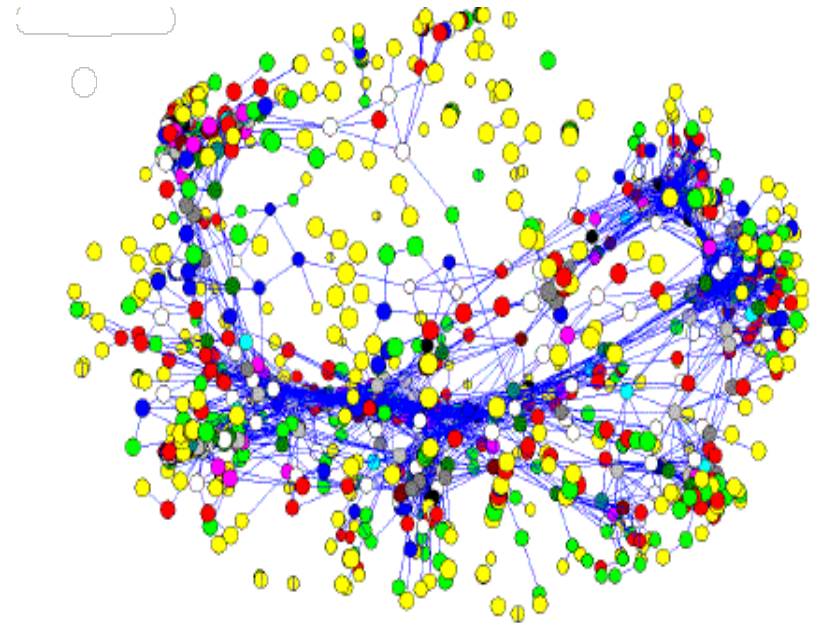
**Human Brain
has between
10-100 billion
neurons.**

- Используя метод магнитно-резонансного изображения, измерялась активность мозга при осуществлении простого моторного действия (стук пальцем по столу) на каждом временном интервале в 2,5 секунды на протяжении 400 таких интервалов. Изучалась область мозга размером $36 \times 64 \times 64$ пространственных ячеек с размером каждой ячейки $3 \times 3,475 \times 3,475$ мм³.

- Каждые две ячейки будем считать функционально связанными между собой, если значение пространственно-временной корреляции между ними превышает некоторый порог .

Функциональная сеть мозга человека

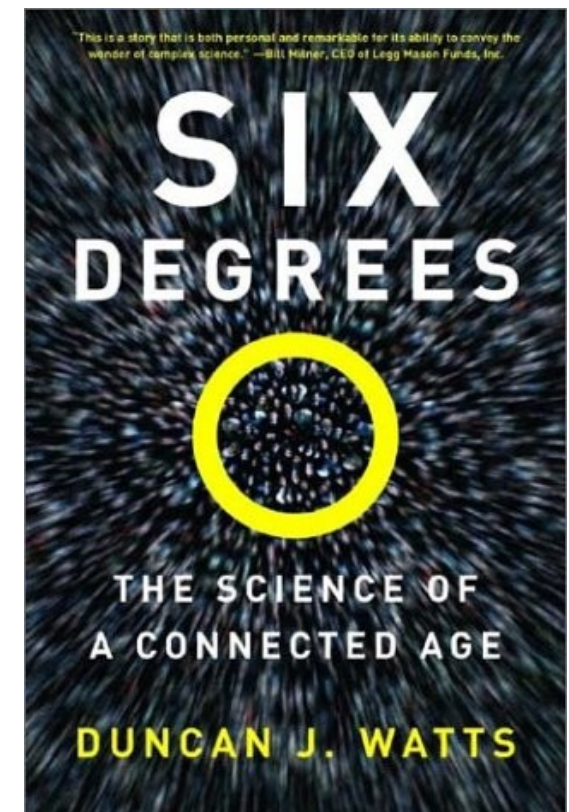
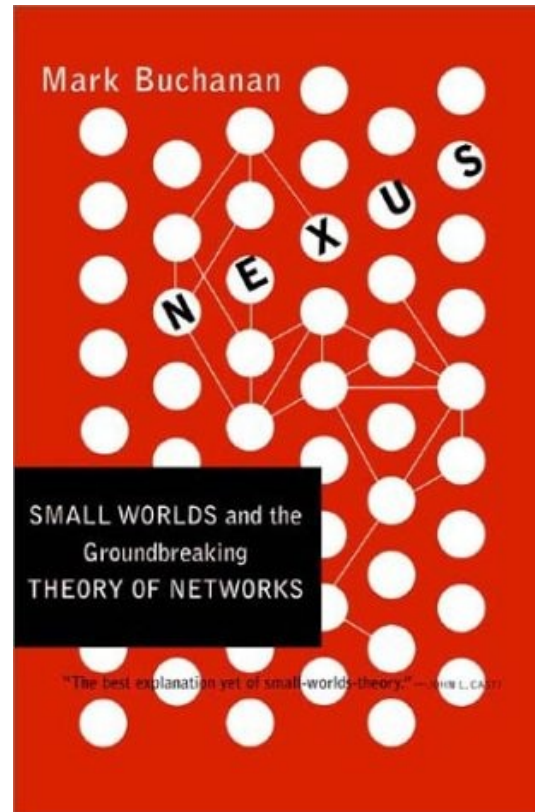
- Функциональная сеть мозга человека при выполнении им простого моторного действия. Показан фрагмент такой сети.
- $P(k) \approx k^{-\gamma}$, $\gamma \approx 2$



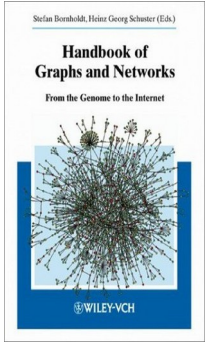
ДРУГИЕ ПРИЛОЖЕНИЯ ТЕОРИИ СЛОЖНЫХ СЕТЕЙ

- 1. РАСПРОСТРАНЕНИЕ ИНФЕКЦИОННЫХ ЗАБОЛЕВАНИЙ (биологических и компьютерных вирусов) в сетях
- 2. СОТРУДНИЧЕСТВО В СЕТЯХ
- 3. СИНХРОНИЗАЦИЯ В СЕТЯХ
- 4. ПОИСК И СОКРЫТИЕ ИНФОРМАЦИИ В СЕТЯХ . НАВИГАЦИЯ.
- 5.
- 6.
-

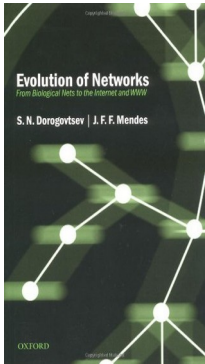
GENERAL AUDIENCE



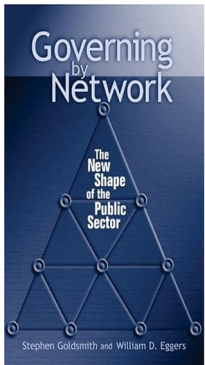
BOOKS



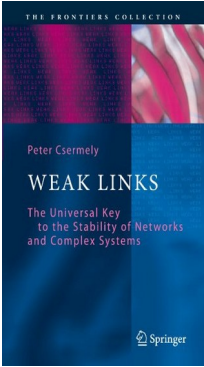
Handbook of Graphs and Networks: From the Genome to the Internet (Wiley-VCH, 2003).



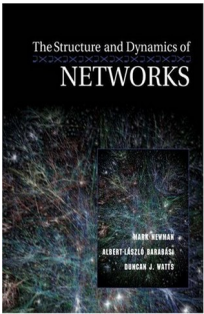
S. N. Dorogovtsev and J. F. F. Mendes, Evolution of Networks: From Biological Nets to the Internet and WWW (Oxford University Press, 2003).



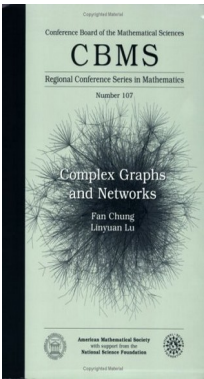
S. Goldsmith, W. D. Eggers, Governing by Network: The New Shape of the Public Sector (Brookings Institution Press, 2004).



P. Csermely, Weak Links: The Universal Key to the Stability of Networks and Complex Systems (The Frontiers Collection) (Springer, 2006), 1st edn.

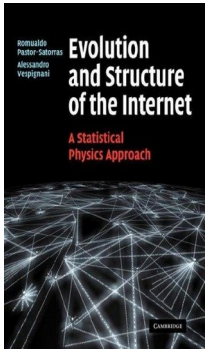


M. Newman, A.-L. Barabási, D. J. Watts, The Structure and Dynamics of Networks: (Princeton Studies in Complexity) (Princeton University Press, 2006), 1st edn.

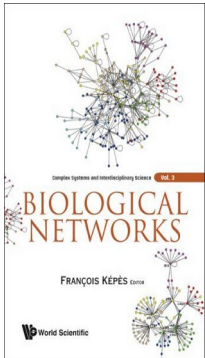


L. L. F. Chung, Complex Graphs and Networks (CBMS Regional Conference Series in Mathematics) (American Mathematical Society, 2006).

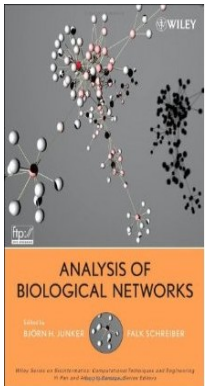
BOOKS



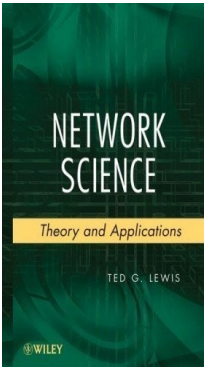
R. Pastor-Satorras, A. Vespignani, Evolution and Structure of the Internet: A Statistical Physics Approach (Cambridge University Press, 2007), 1st edn.



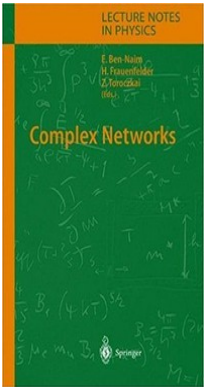
F. Kapos, Biological Networks (Complex Systems and Interdisciplinary Science) (World Scientific Publishing Company, 2007), 1st edn.



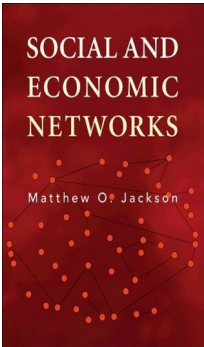
B. H. Junker, F. Schreiber, Analysis of Biological Networks (Wiley Series in Bioinformatics) (Wiley-Interscience, 2008).



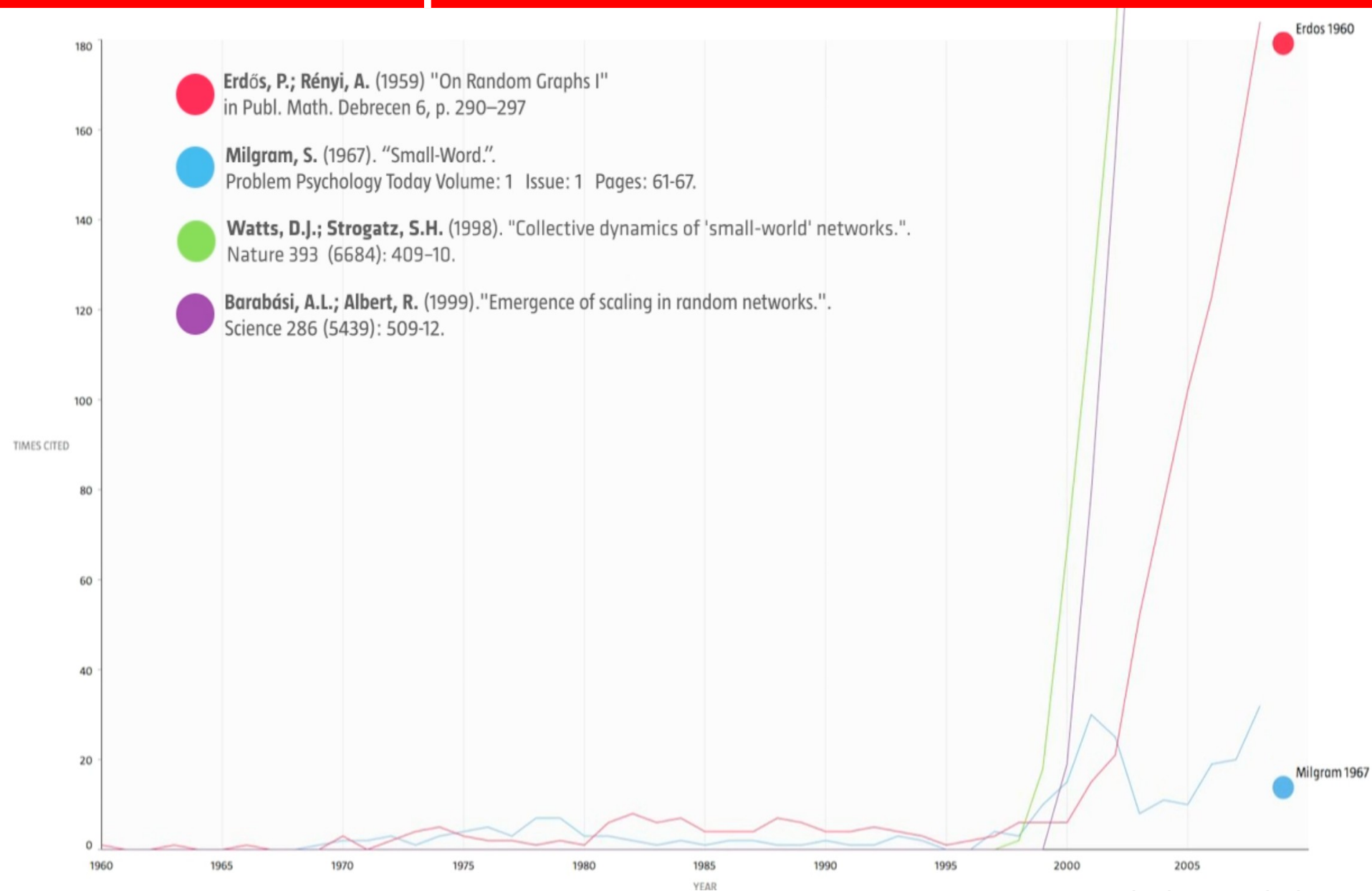
T. G. Lewis, Network Science: Theory and Applications (Wiley, 2009).

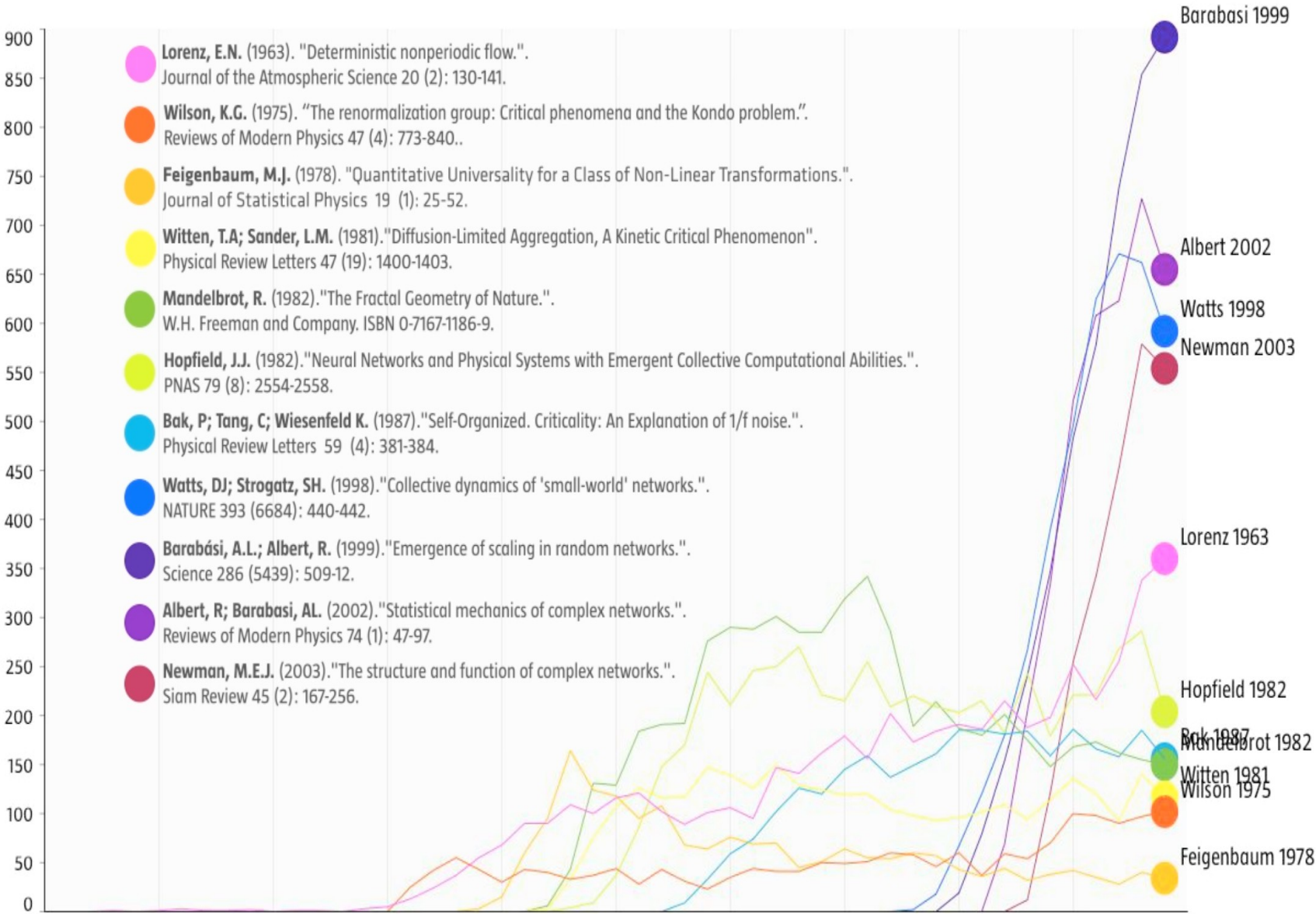


E. Ben Naim, H. Frauenfelder, Z. Torotzai, Complex Networks (Lecture Notes in Physics) (Springer, 2010), 1st edn.



M. O. Jackson, Social and Economic Networks (Princeton University Press, 2010).





- СПАСИБО
 - ЗА
- ВНИМАНИЕ