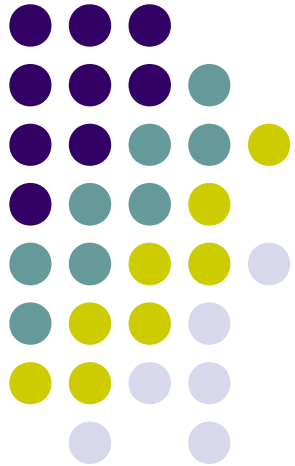
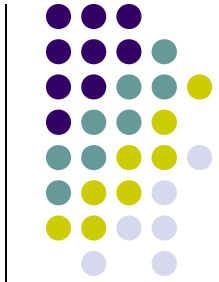
Ю.Н. Орлов

Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН,
кафедра высшей математики МФТИ

Методы статистического анализа литературных текстов



Обсуждаемые вопросы

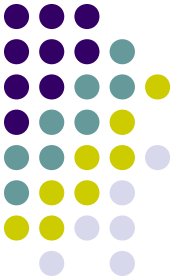


- Точность статистического анализа в зависимости от объема текста.

- Идентификация автора неизвестного текста в библиотеке эталонов, создание эталонов и кластеризация текстов.

- Оператор трансляций распределения текста по буквам и спектральные портреты. Эффект переводчика.

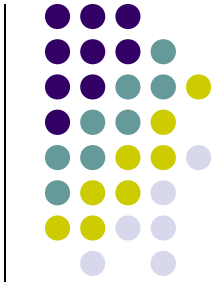
Обсуждаемые вопросы



- Анализ авторских тандемов и проверка текста на однородность. Динамические системы, генерирующие ряд расстояний между одинаковыми буквами в тексте.

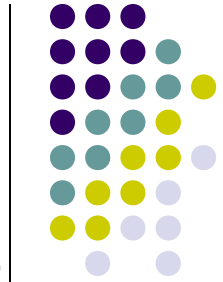
- Анализ европейских языков. Функция распределения букв по частоте встречаемости. Фонетический анализ алфавитов по избыточности или недостаточности символов.

Цель и программа работы



- Сопоставление тексту структуры в фазовом пространстве (букв, слов и т.п.)
- Введение нормы как расстояния между структурами в фазовом пространстве
- Определение проекторов на подпространства с целью классификации: языка текста, эпохи написания, типа (проза или поэзия), формата (роман, очерк, эссе), жанра (детектив, триллер), автора

Текстовый инвариант? – Нет!



- Текстовый инвариант – это функционал F(T) от текстовой структуры. Два текста близки в фазовом пространстве, если близки функционалы:

.

$$\left|F(T_1) - F(T_2)\right| < \varepsilon$$

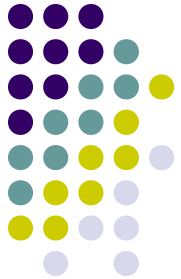
- Цель работы – ввести наилучшим образом расстояние в пространстве структур

,

т.е. рассматривать не разность функционалов, а функционал разности. $\rho_{1,2} = \|T_1 - T_2\|$

1. Статистическая достоверность определения частот употребления букв в литературных произведениях

Выборочное распределение текста по буквам

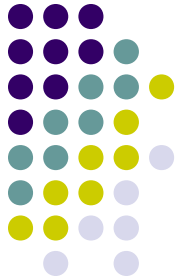


- Пусть ξ – случайная величина (буква или буквосочетание), принимающая значения из конечного упорядоченного множества букв (пар букв, и т.д.) в алфавите.

- 1-ВПФР $f_{1N}(i)$ есть эмпирическая вероятность обнаружения данной (i-ой) буквы в тексте из N символов, 2-ВПФР $f_{2N}(i,j)$ – пары букв, и т.д.

- «Время» – это порядковый номер буквы в тексте. Пробелы и знаки игнорируются.

Стационарный критерий однородности выборки



- *Критерий Колмогорова-Смирнова*

Пусть $F_1(n,x)$ и $F_2(n,x)$ – эмпирические функции распределения, построенные по двум независимым наборам из n испытаний для процесса, имеющего некоторую стационарную непрерывную функцию распределения. Пусть также $D_n = \sup_x \left| F_1(n,x) - F_2(n,x) \right|$.

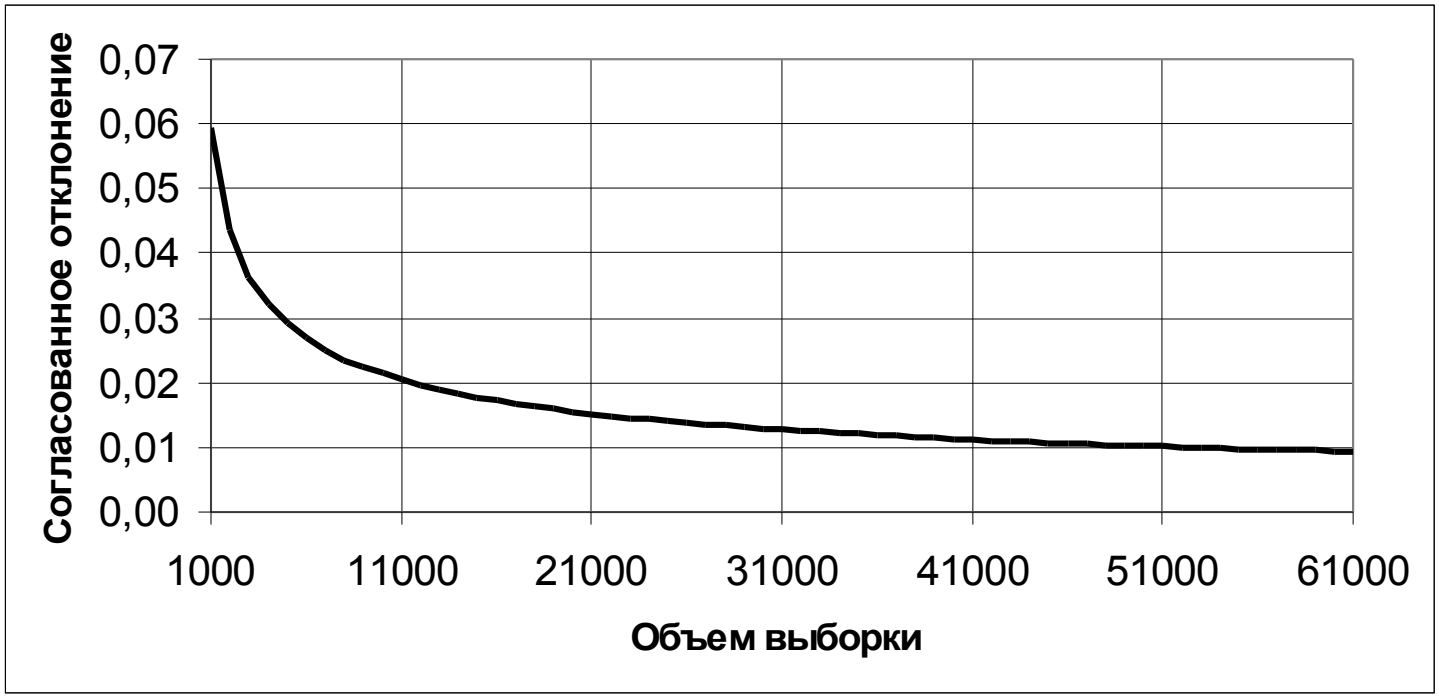
Тогда

$$\lim_{n\to\infty} P\left\{ \sqrt{\frac{n}{2}} D_n < z \right\} = K(z) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} (-1)^k \exp\left(-2k^2 z^2\right)$$

Согласованный уровень стационарности

- Вероятность того, что отклонение D больше ε, равна ε:

$$D = 1 - K\left(\sqrt{\frac{n}{2}}D\right)$$



Стационарно объясняемая доля отклонений между 1-ВПФР

- Пусть G(D) есть эмпирическая плотность распределения статистики D. Тогда доля ε-стационарно объясняемых отклонений равна

$$\eta(n) = \int_0^{\varepsilon(n)} G(D)dD = 1 - \varepsilon(n)?$$

Объем	Стационарная оценка вероятности малых отклонений	Факт
1000	**0,94**	**0,05**
10 000	**0,98**	**0,08**
50 000	**0,99**	**0,10**
100 000	**0,995**	**0,15**

Уровень нестационарности текстов

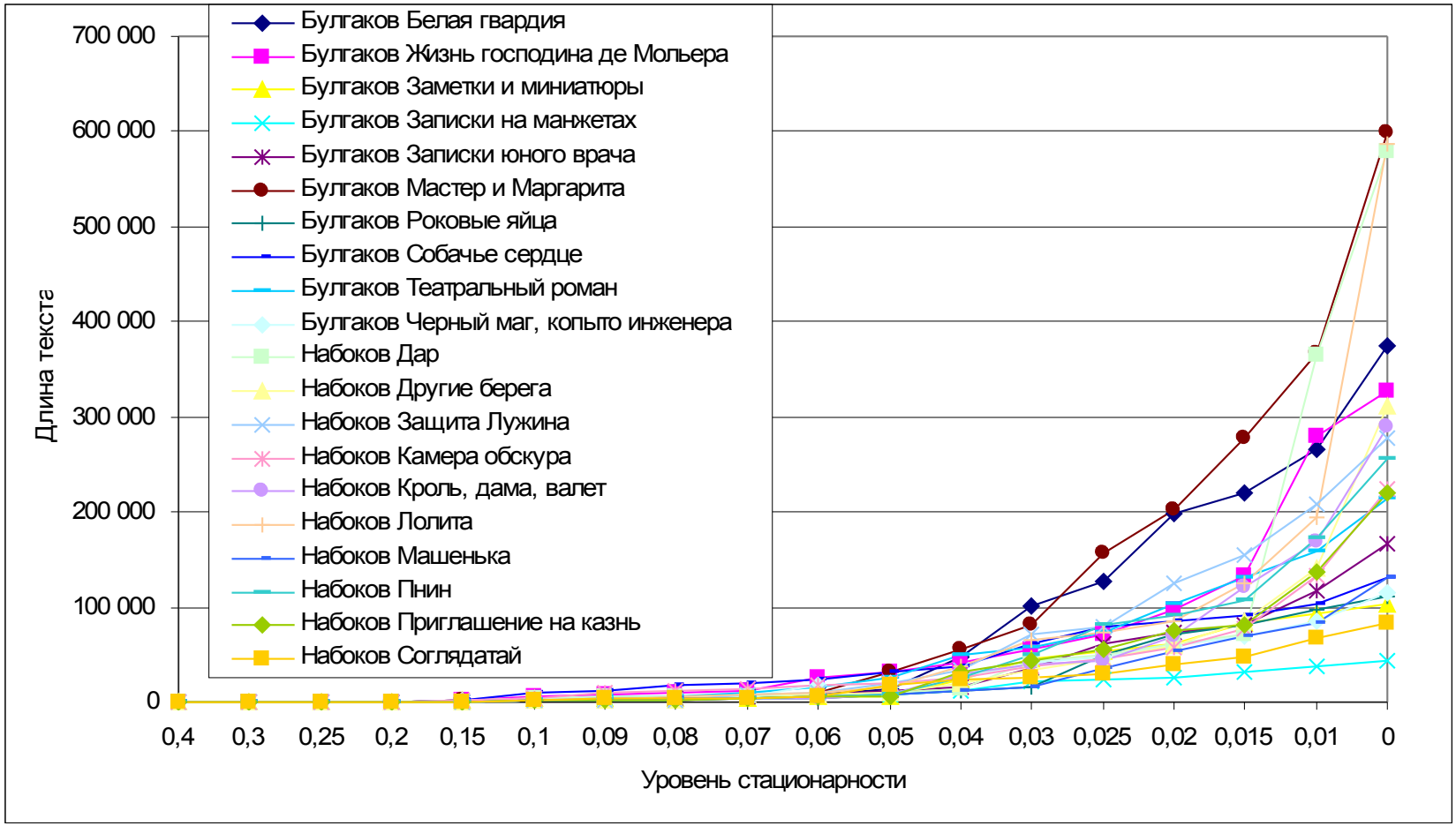
- Расстояние между ПФР текстов:

$$\rho_{12} = \left\| f^{(1)} - f^{(2)} \right\| = \sum_{i=1}^{n} \left| f_{N_1}^{(1)}(i) - f_{N_2}^{(2)}(i) \right|$$

- Чтобы сравнивать распределения текстов разных объемов, следует убедиться в том, что каждый из них стабилизируется:

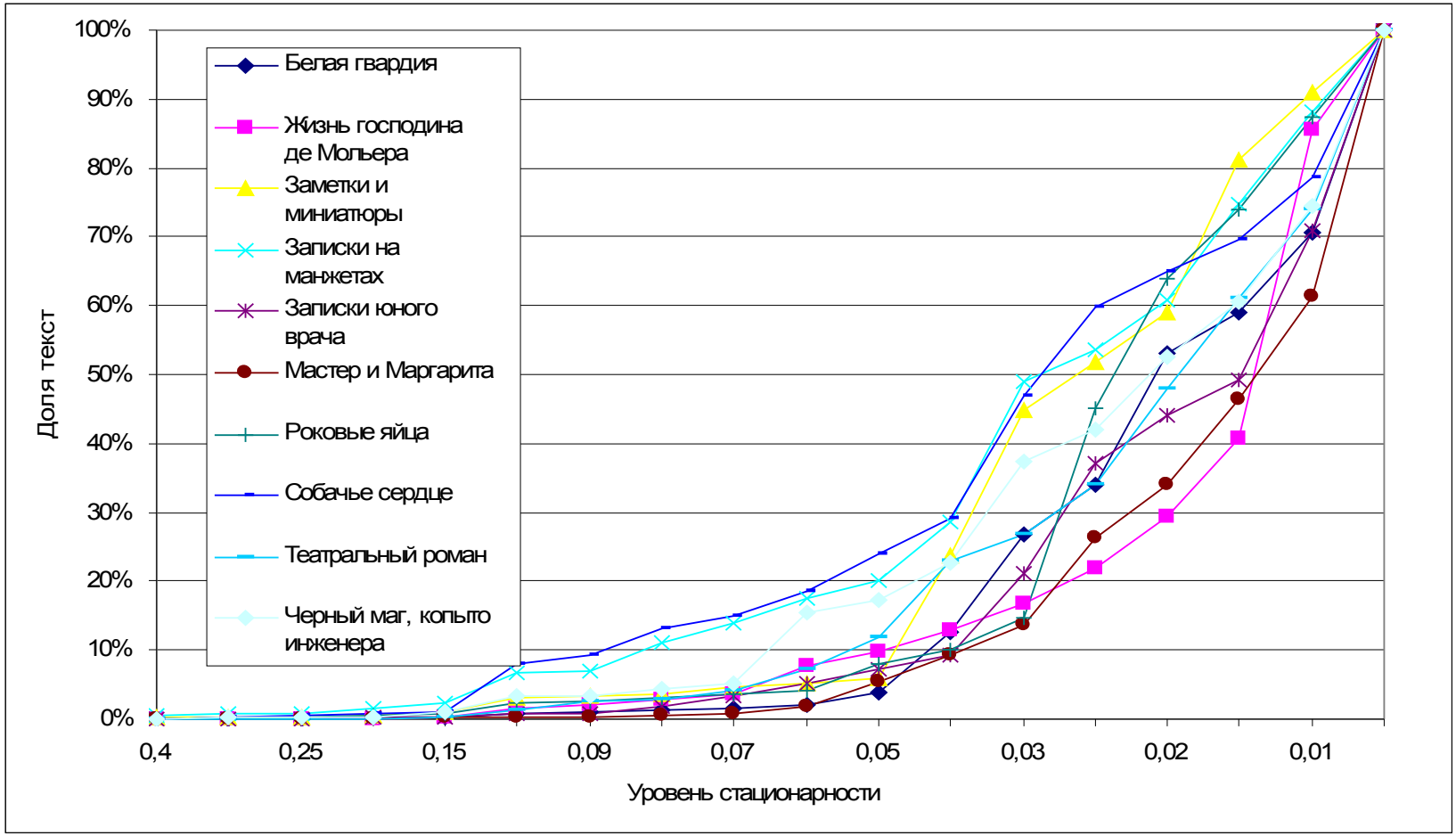
$$\exists\, L(\varepsilon): \forall\ N_1, N_2 \geq L(\varepsilon) \quad \sum_{i=1}^{n} \left| f_{N_1}(i) - f_{N_2}(i) \right| \leq \varepsilon$$

Длина квазистационарности L(ε) для 1-ПФР



Для практических целей, где допустимы небольшие отклонения 1-ПФР отрывка от 1-ПФР всего текста, достаточно сравнительно небольших объемов текстов.

На какой части текста достигается ε-стационарность?



Для подавляющего большинства текстов уровень 0,05-стационарности достигается на объемах, меньших 30% текста.

Оценка минимально достаточной длины текста

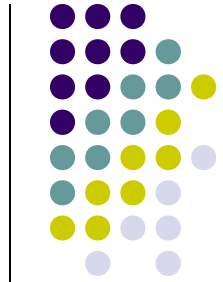
- Предположим, что буквы образуют стационарный ряд. Медианное значение частоты равно $f = 0{,}056$.
- Оценка объема текста для построения распределения с точностью ε:

$$N(\varepsilon) > \frac{1}{f}\left(\frac{t_{1-\varepsilon}}{\varepsilon}\right)^2$$

- При ε=0,05 получается N=30 тыс. знаков

2. Кластеризация текстов, создание эталонных распределений и метод идентификации автора

Идентификация автора текста



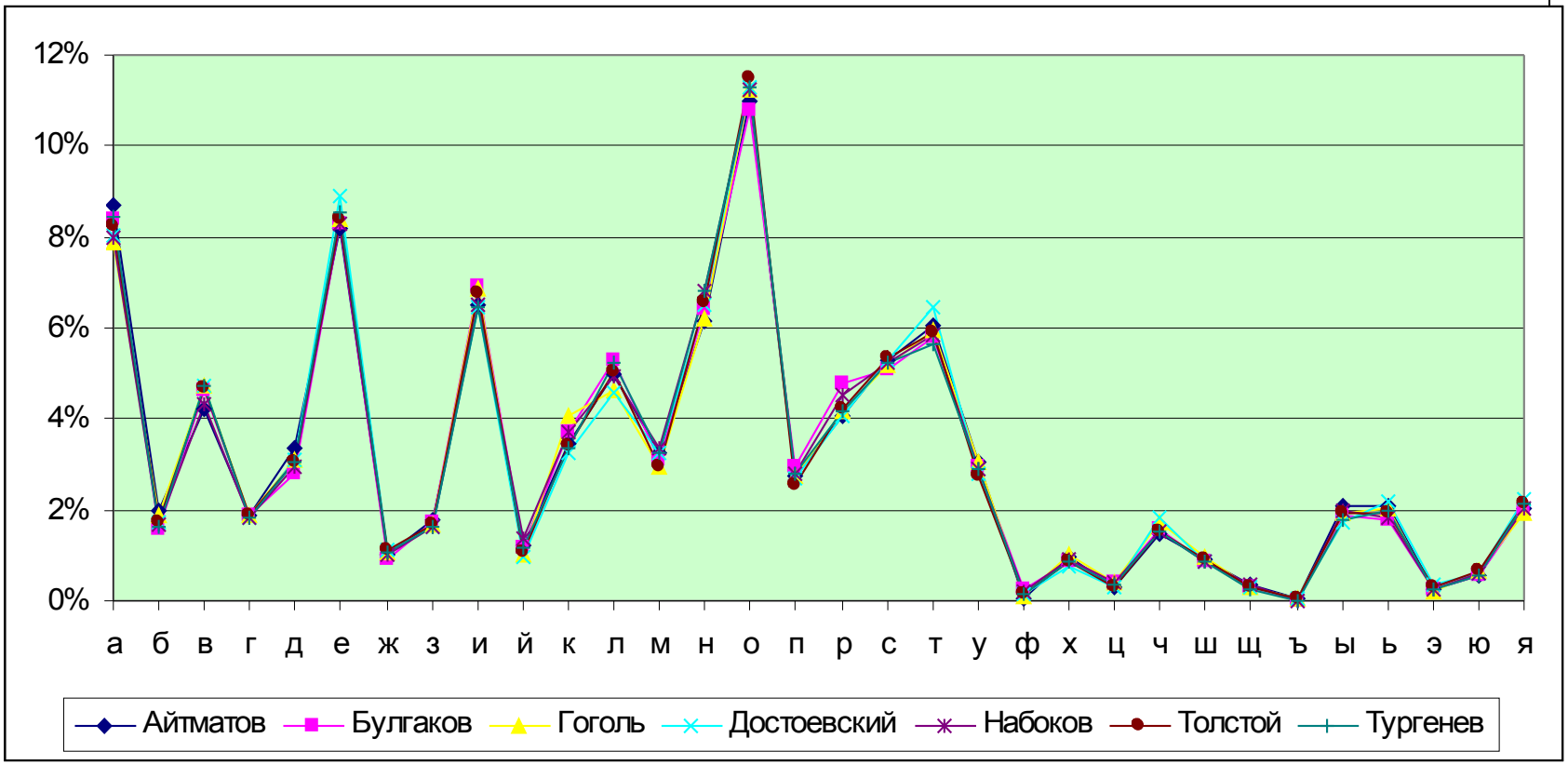
Пусть имеется библиотека из A авторов, у a-го автора K_a текстов, в i-ом тексте $N_{i,a}$ знаков, и $f_{i,a}(j)$ есть ПФР отдельного текста. Вводится эталонная ПФР автора:

$$f_a(j) = \frac{1}{N_a}\sum_{i=1}^{K_a} f_{i,a}(j)N_{i,a}, \quad N_a = \sum_{i=1}^{K_a} N_{i,a}.$$

Пусть $f_0(j)$ - ПФР текста неизвестного автора. Автор определяется по правилу

$$\rho_a^0 = \|f_0 - f_a\|, \quad a^0 = \arg\min_a \rho_a^0$$

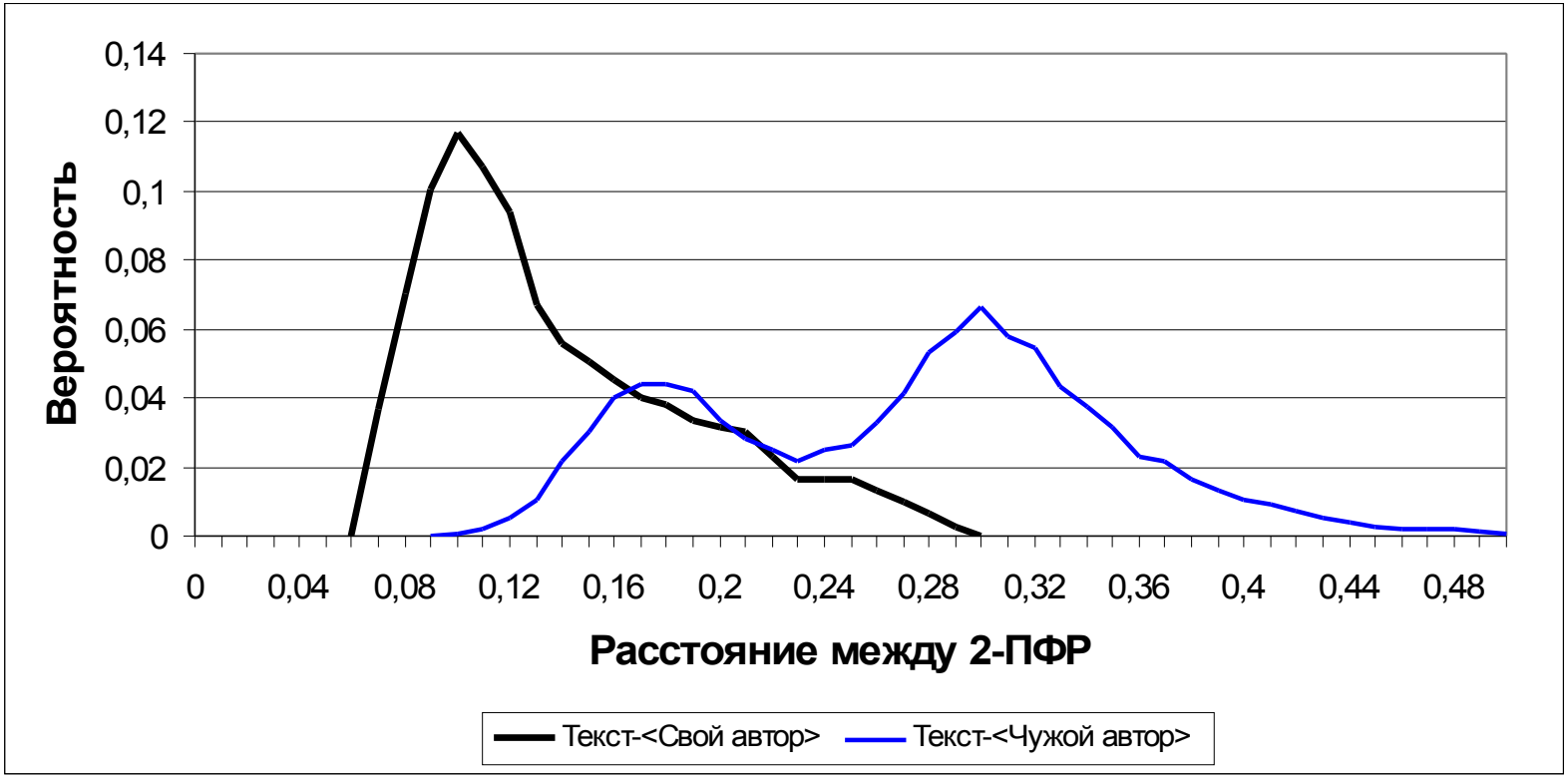
Авторские 1-ПФР



- Вывод: авторские 1-ПФР очень близки, поэтому различие между ними должно выявляться на «тонкой структуре» их взаимных различий, а не функционала от них как таковых

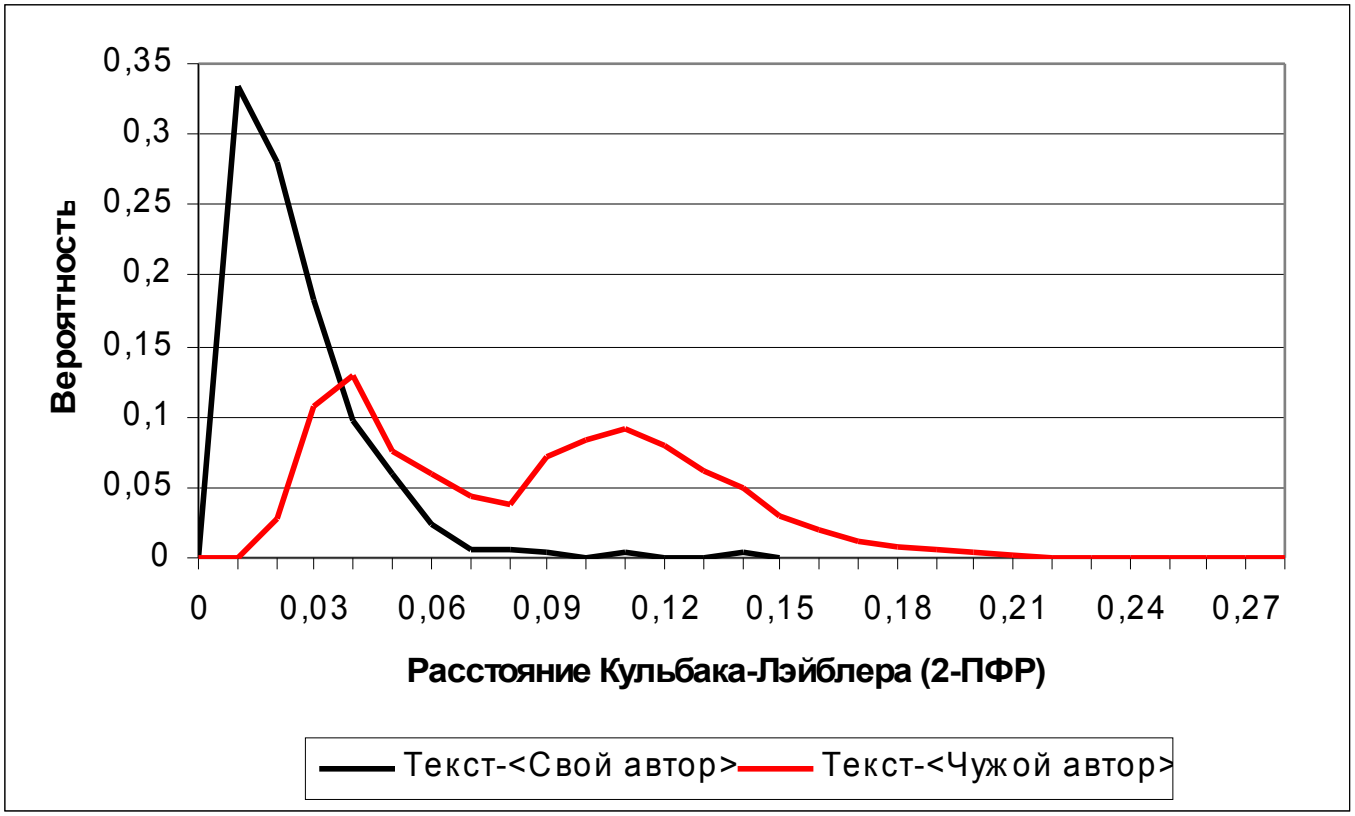
Распределение расстояний между 2-ПФР в норме L1

$$\rho_{a,b} = \|f_a - f_b\|_{L1} = \sum_j |f_a(j) - f_b(j)|$$

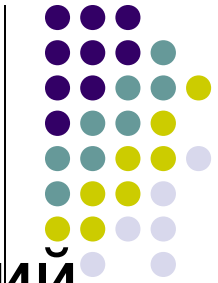


Распределение расстояний между 2-ПФР в норме KL

$$\rho_{a,b} = \|f_a - f_b\|_{KL} = \sum_j f_a(j) \ln\left(\frac{f_a(j)}{f_b(j)}\right)$$



Ошибки 1-го и 2-го родов



$F_a^+(\rho)$ функция распределения расстояний текстов автора от его эталона;

$F_a^-(\rho)$ чужих текстов от него же;

$$\rho_a^+ : \min \rho, F_a^+(\rho) = 1; \quad \rho_a^- : \max \rho, F_a^-(\rho) = 0$$

$F_a^-\left(\rho_a^+\right)$ есть вероятность ошибочно отклонить текст автора, посчитав его чужим (ошибка 1-го рода);

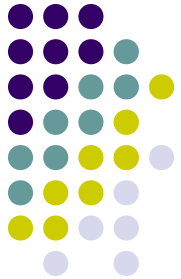
$1 - F_a^+\left(\rho_a^-\right)$ есть вероятность ошибочно признать чужой текст авторским (ошибка 2-го рода)

Мощность статистических методов идентификации автора

1000 текстов, 100 авторов	Ошибка, %
Близость 2-ПФР в норме KL	1
Близость 2-ПФР в норме L1	4
Близость вектора «подсознания» в норме L1	12
Близость 1-ПФР в норме L1	15
Доля служебных слов	68
Информационная энтропия 2-ПФР	71
Доля гласных	81
Среднее число слов в предложении	87

3. Спектральные портреты авторов и эффект переводчика

Оператор трансляций

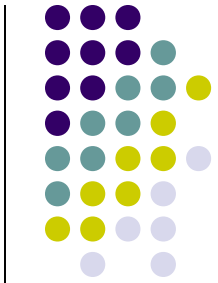


- Пусть $P_{ij}(l)$ есть условная вероятность того, что буква j отстоит от буквы i на $l-1$ символов.

- Пусть также $K_i(t)$ есть i-ая компонента вектора вероятностей того, что буква i реализуется в тексте в момент t.
- Тогда

$$\mathbf{K}(t+l) = P(l)\mathbf{K}(t)$$

Оператор трансляций на 1 шаг



- $P_{ij}(1)$ выражается через 1-ПФР и 2-ПФР:

$$P_{jk}(1) = F(k,j) / f(k)$$

- По формуле полной вероятности

$$f(j) = \sum_k F(k,j) = \sum_k P_{jk}(1) f(k)$$

- Следовательно, 1-ПФР

$$f(j) = \sum_k F(k,j)$$

является с.в. оператора $P_{jk}(1)$, отвечающим с.з. 1.

ε-спектр оператора соседних трансляций

- Число λ называется принадлежащим ε-спектру $\Lambda_\varepsilon(P)$ матрицы P, если существует матрица Δ такая, что

$$\|\Delta\| \le \varepsilon \|P\| \qquad \det(\lambda E - P - \Delta) = 0$$

- Резольвентой матрицы P называется матрица

$$R(\lambda) = (\lambda I - P)^{-1}$$

Тогда $\lambda \in \Lambda_\varepsilon(P)$ если $\|R(\lambda)\| \ge \dfrac{1}{\varepsilon \|P\|}$

Вычисление ε-спектра

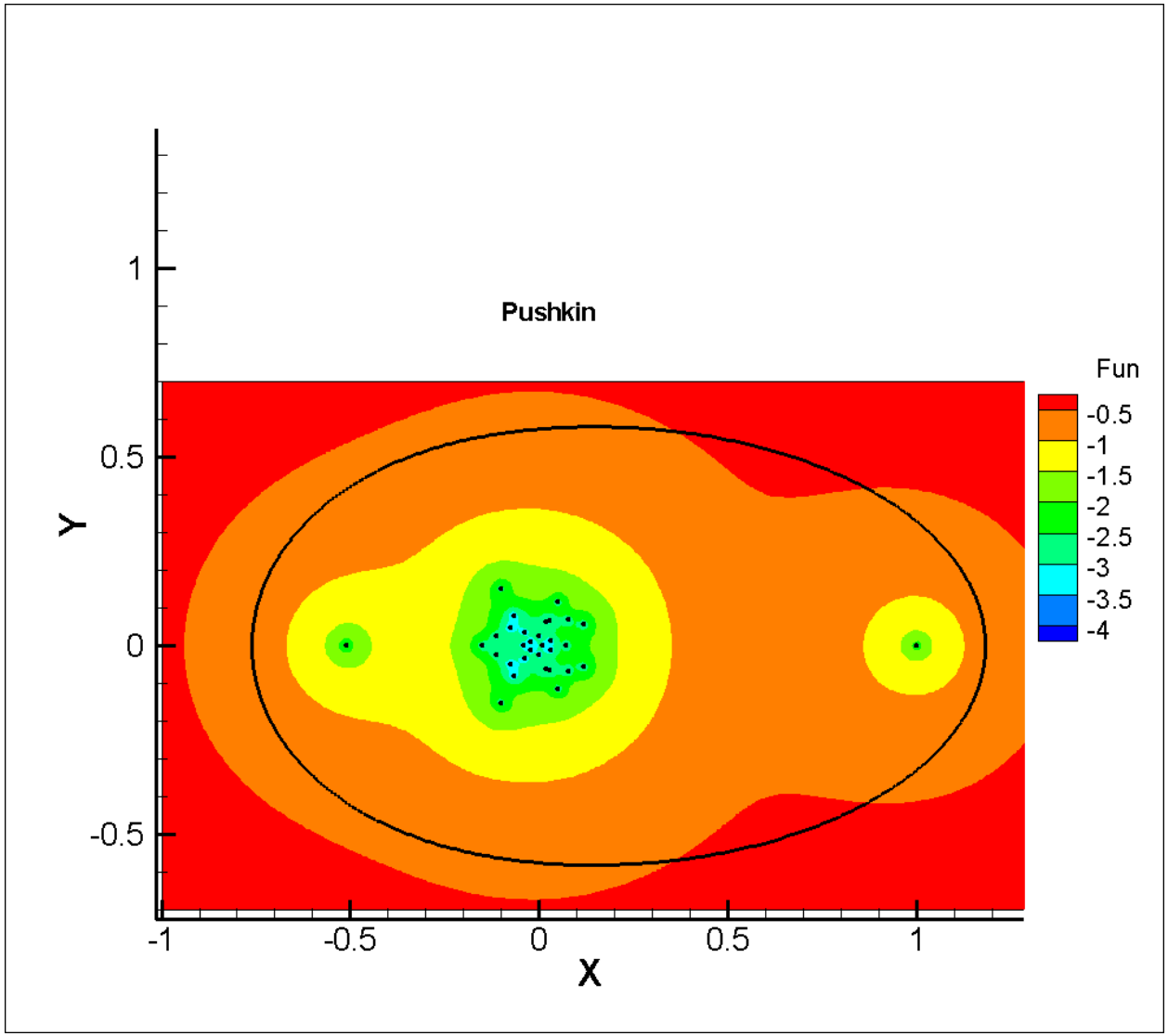
- Параметром дихотомии спектра относительно кривой γ называется норма квадрата резольвенты на данной кривой:

$$\kappa_\gamma(P) = \frac{\|P\|^2}{2\pi r} \oint_\gamma \|R(\lambda)\|^2 d\lambda\,, \quad \gamma : \lambda = re^{i\varphi}$$

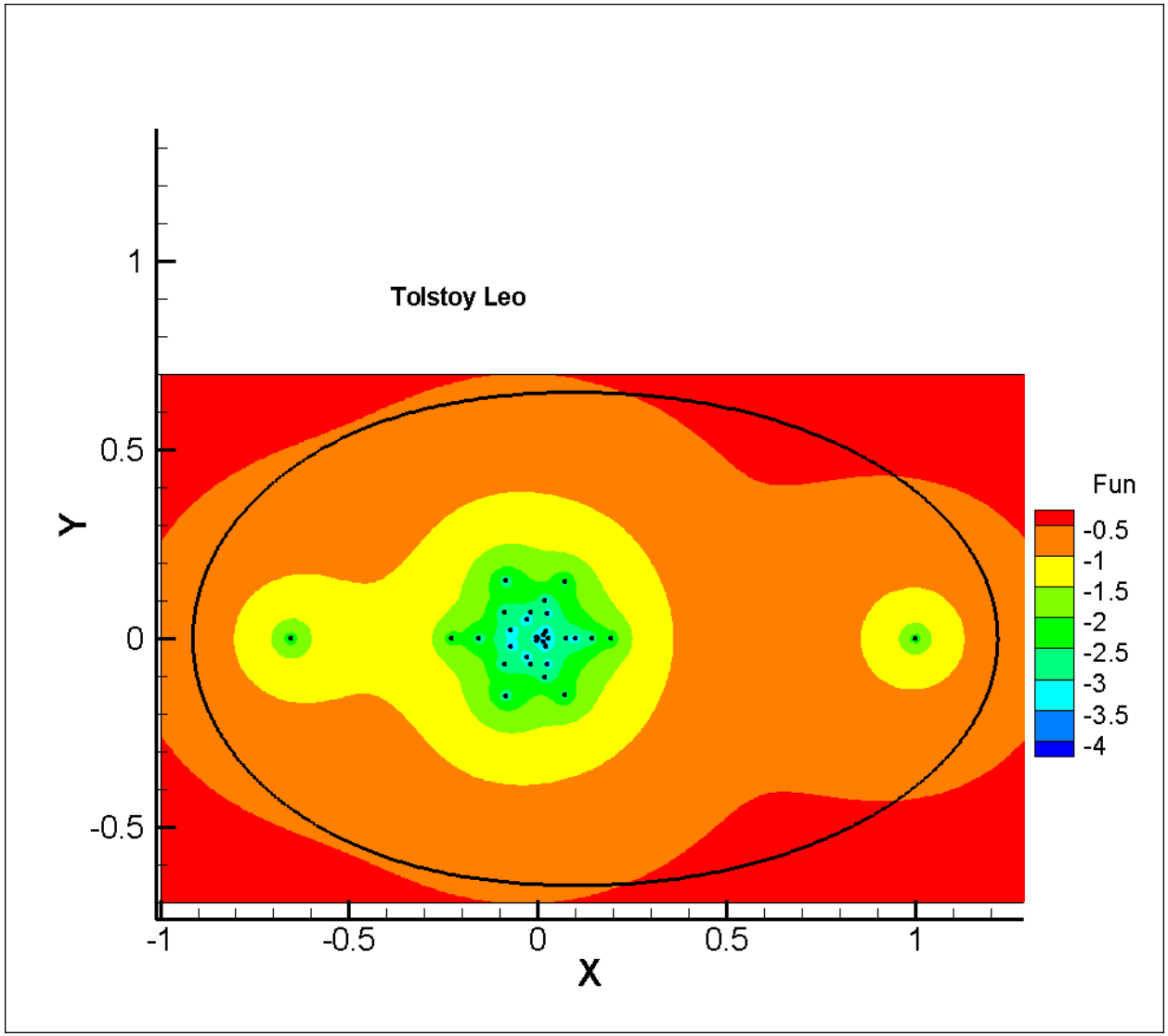
Если на кривой нет точек спектра, то норма резольвенты на этой кривой конечна.

- Спектральные портреты операторов P для разных авторов показывают устойчивость этой структуры для текстов одного автора и различающиеся картины для разных авторов.

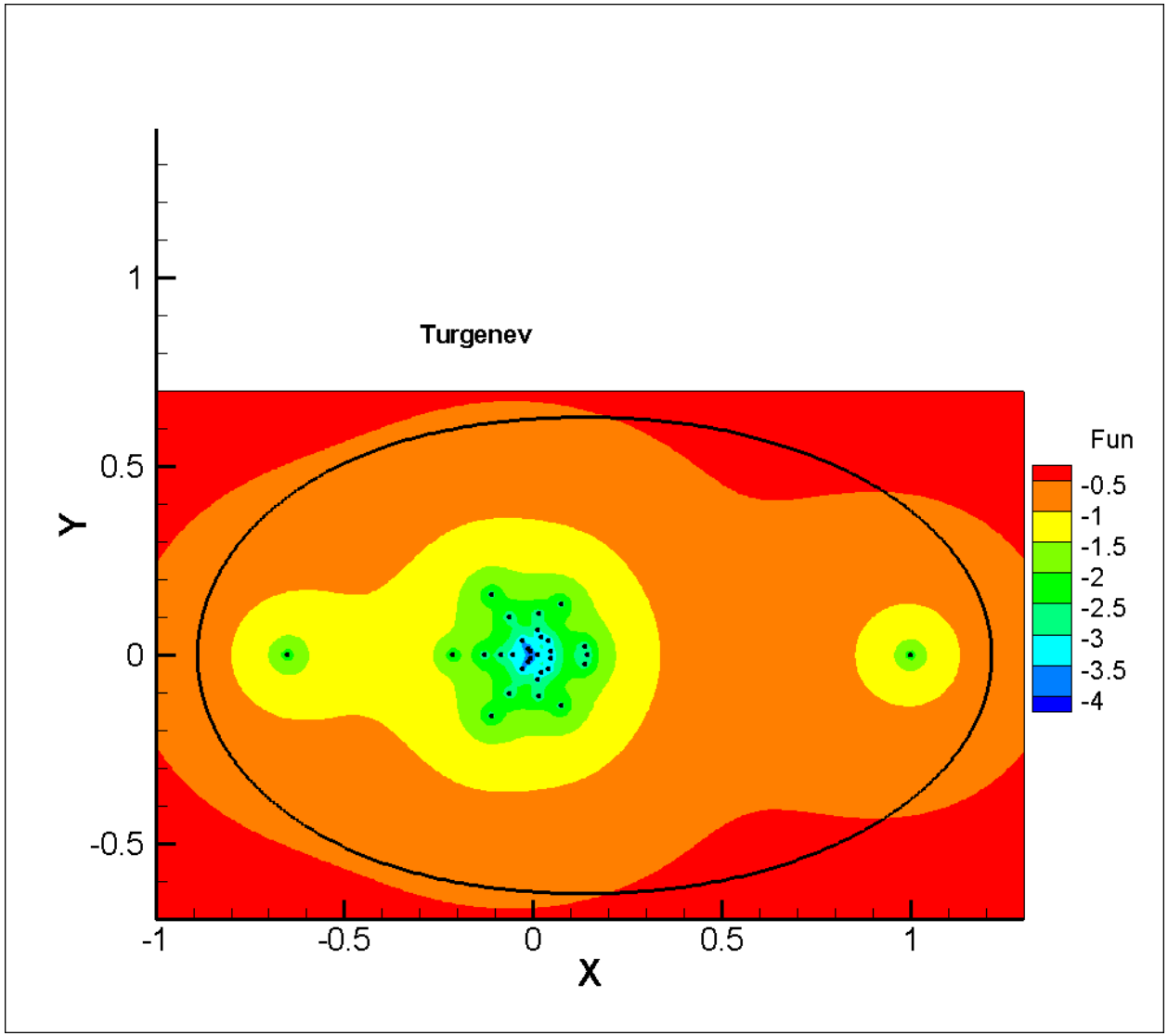
Примеры спектральных портретов писателей



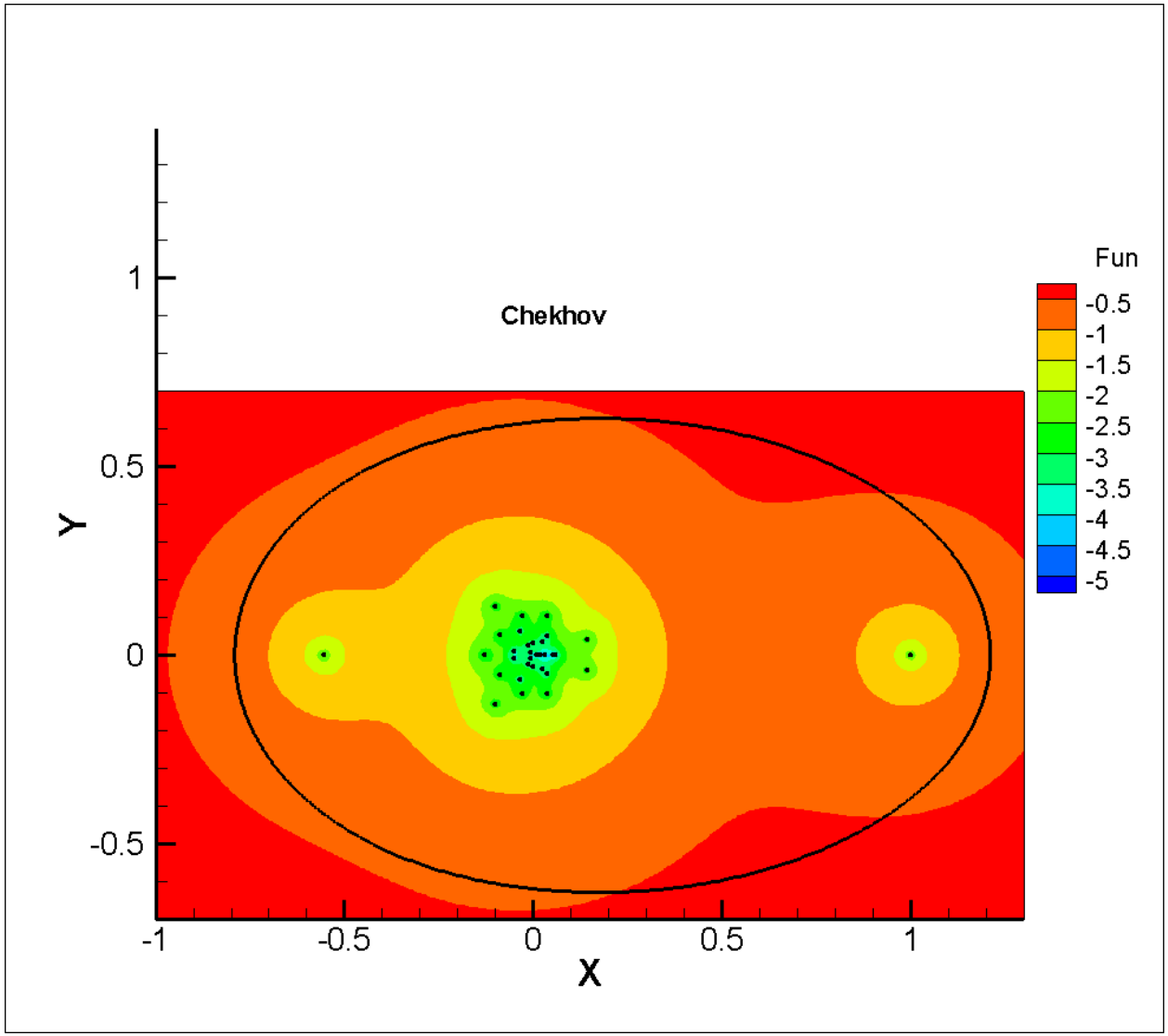
Примеры спектральных портретов писателей



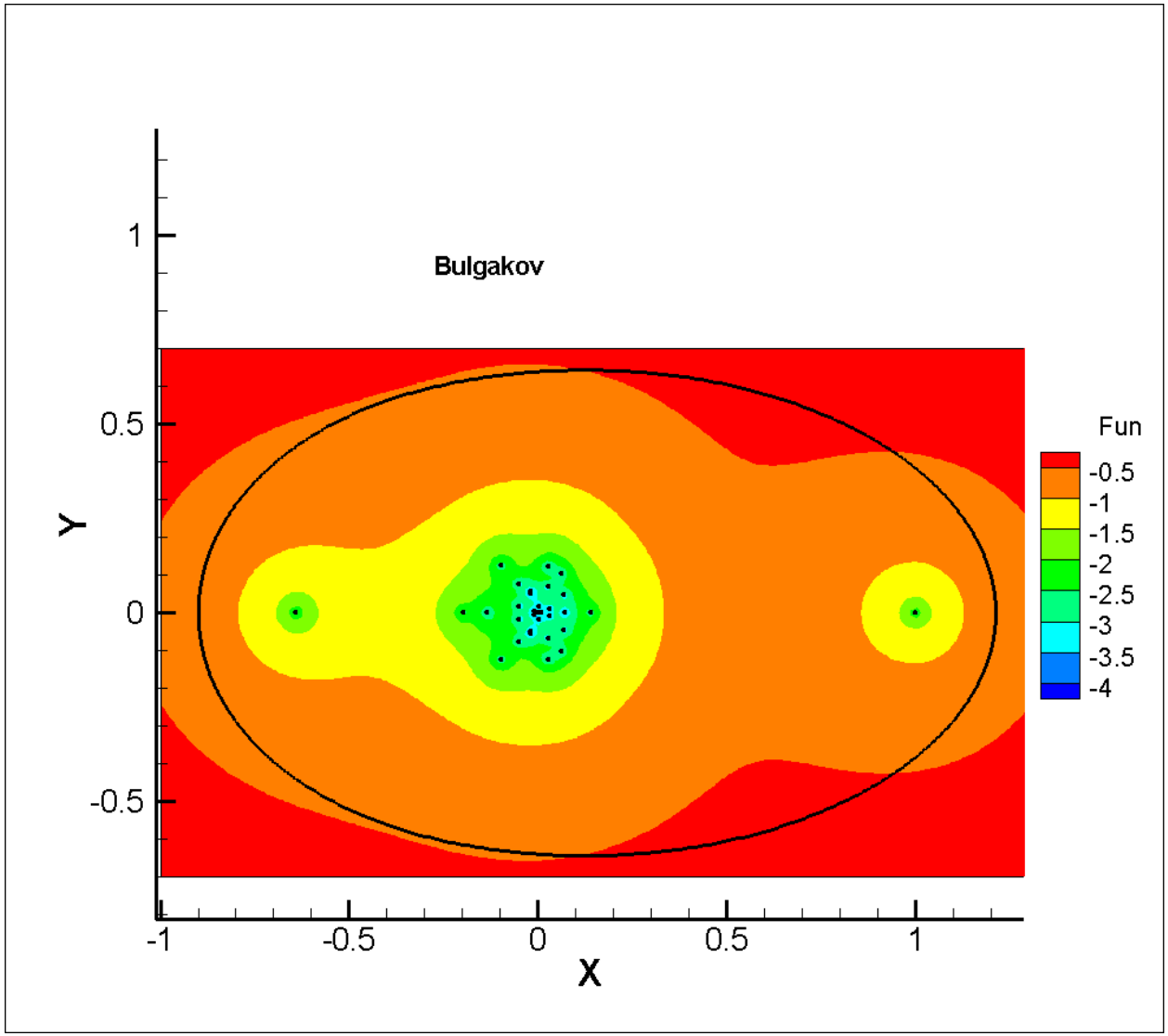
Примеры спектральных портретов писателей



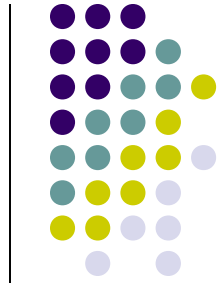
Примеры спектральных портретов писателей



Примеры спектральных портретов писателей



Эффект переводчика и вектор «подсознания»



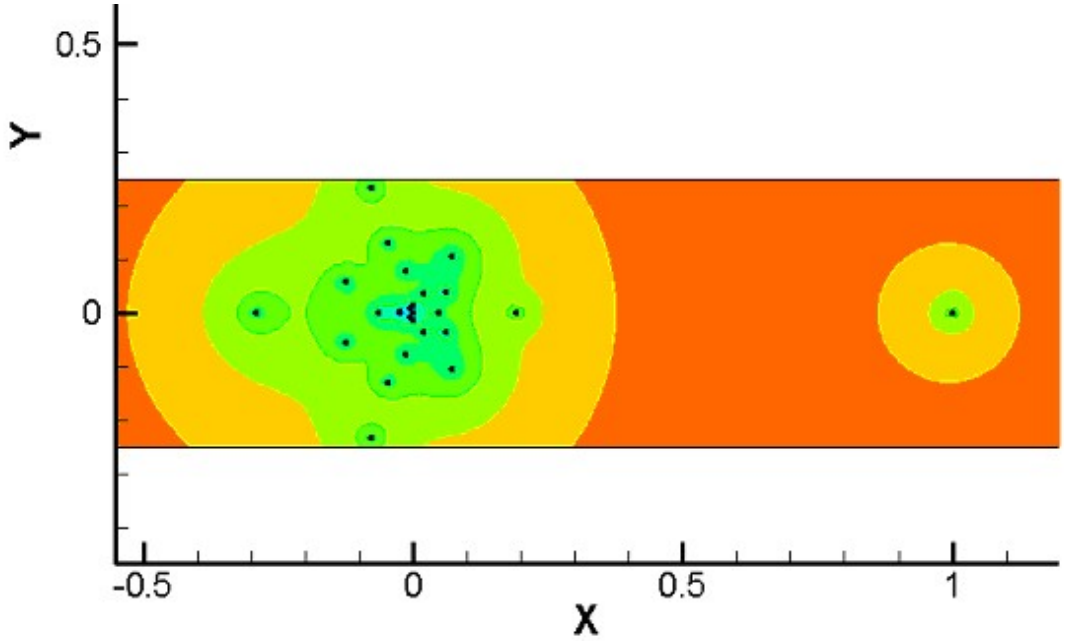
- Кроме с.з. $\lambda_1 =$, которому отвечает с.в. 1-ПФР f, у оператора P(1) еще одно устойчивое с.з. $\mu \approx -0{,}56$. Ему отвечает правый с.в. S и левый S*.

- Оказалось, что $\left(S^*, Bf\right) \approx 0$, т.е. векторы S* и f приближенно образуют главные направления оператора трансляций.

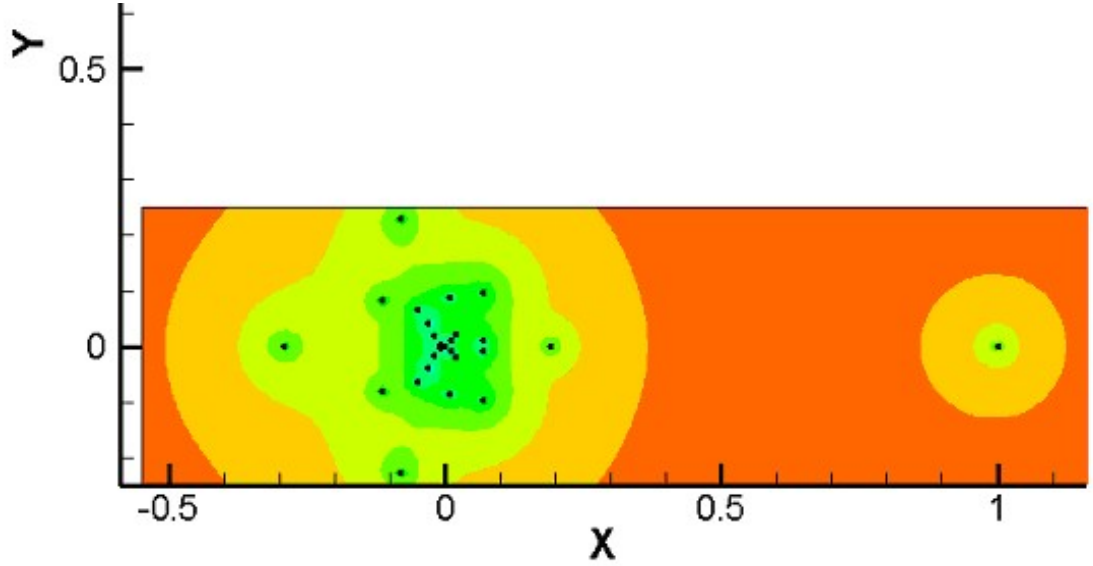
- Вектор S, как и вектор 1-ПФР f, весьма точно идентифицирует автора. Однако в переводах это идентификационное свойство теряется.

- Вывод: изложение можно отличить от сочинения, а переводчик не является соавтором.

Шекспир – оригинальный текст

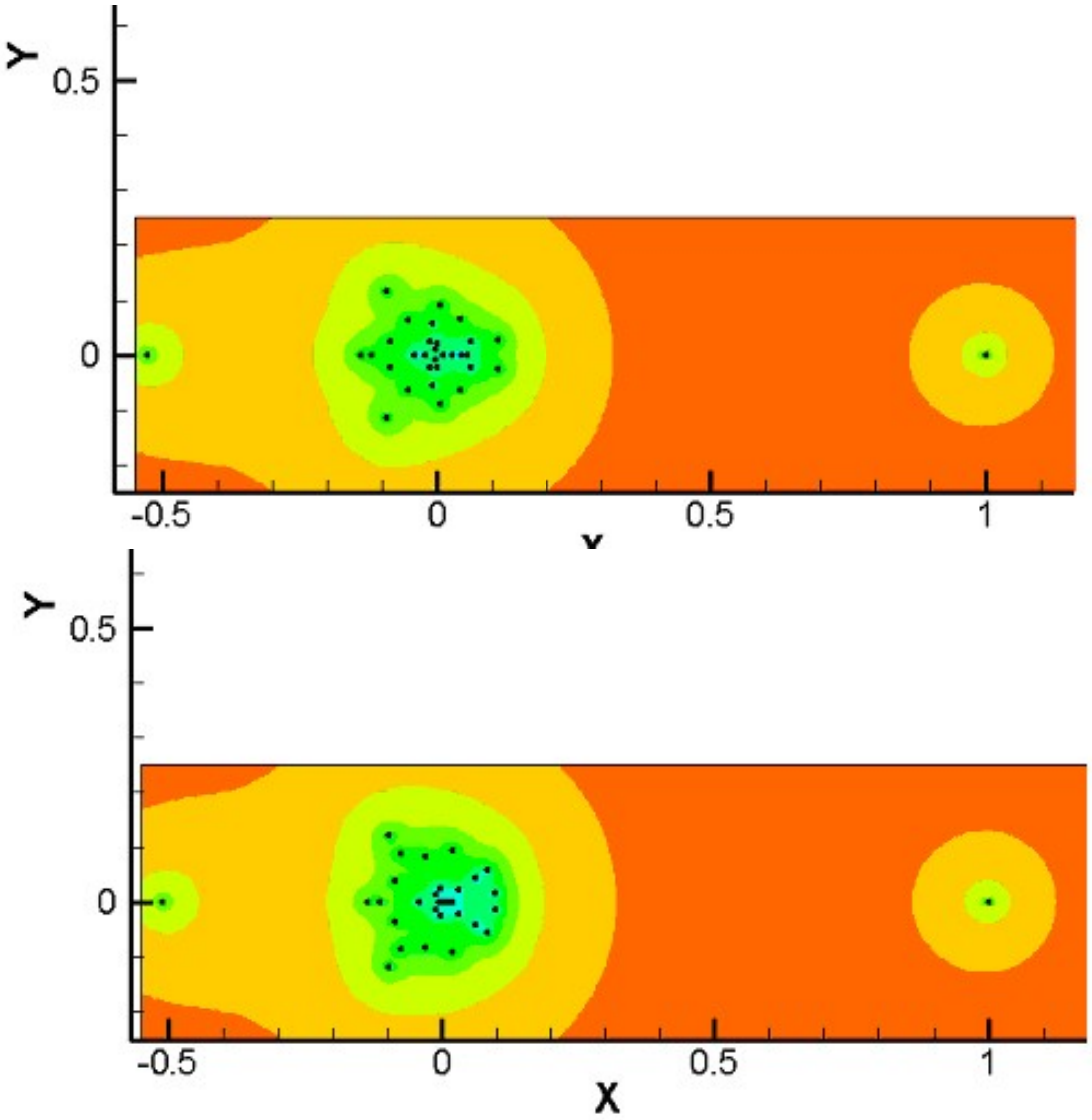


«Гамлет»



«Много шума из ничего»

Шекспир – перевод



«Гамлет»
(Лозинский)

«Много шума из ничего»
(Щепкина-Куперник)

4. Анализ авторских тандемов и проверка текста на однородность

Горизонтный ряд

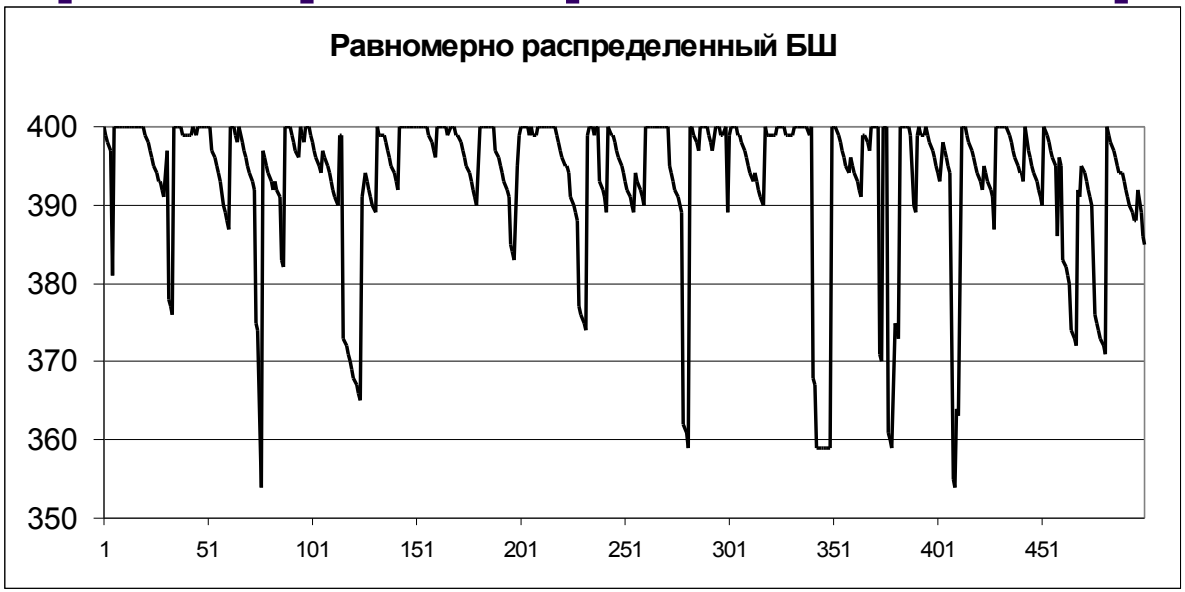
- Пусть $x(t)$ – эквидистантный временной ряд, $f(N,t)$ – его ВПФР, построенная к моменту t по выборке объема N.

- Горизонтным рядом $h(t,\tau;\varepsilon)$ для ряда $x(t)$ называется минимальный объем выборки такой, что

$$\forall N \geq h(t,\tau;\varepsilon),\ \forall k \in [0;\tau]:\ \left\| f(N,t+k) - f(N,t) \right\| \leq \varepsilon$$

$$h_{\max} = \min\{2;[2\tau/\varepsilon]\}$$

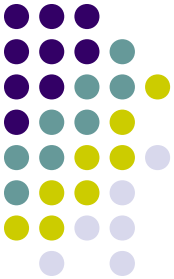
Примеры горизонтных рядов



Сдвиг ВПФР на τ = 10 при уровне ε = 0,05

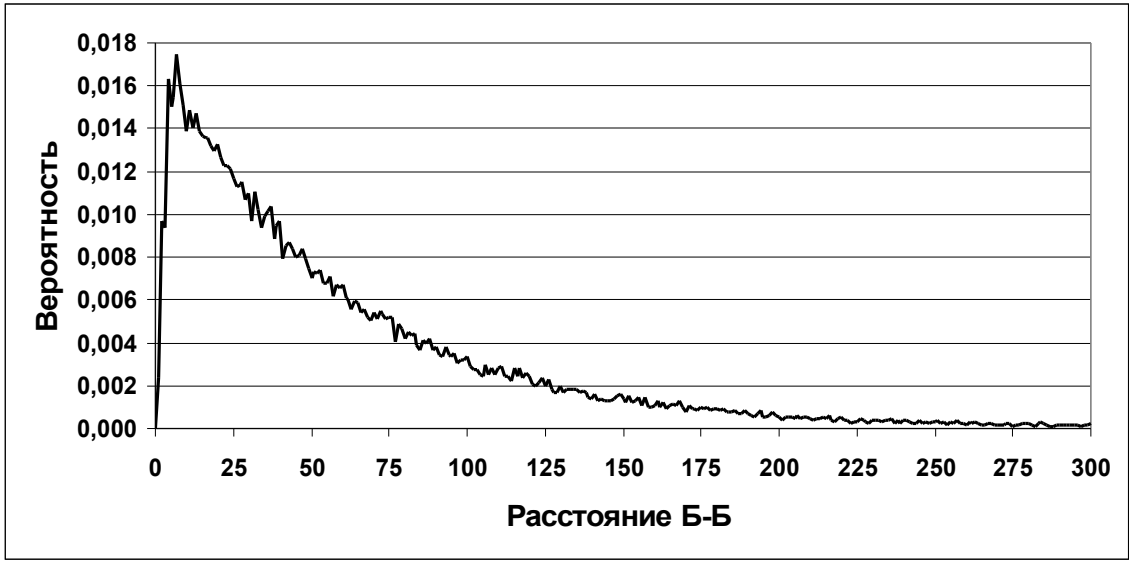
Значения h, близкие к предельным, означают хаос, а уменьшение означает взаимосвязь элементов

Горизонтный ряд как индикатор разладки ($\tau = 10$, $\varepsilon = 0{,}05$)



Распределения горизонтных рядов для $\tau = 10$, $\varepsilon = 0{,}05$

Распределение расстояний между одинаковыми буквами



$$\ln l_{i,\max} \approx 0{,}2 \exp\left(\frac{2}{f(i)}\right)$$

$$B_i(l) = \frac{(\lambda_i l)^{\nu_i}}{\Gamma(\nu_i + 1)} e^{-\lambda_i l}$$

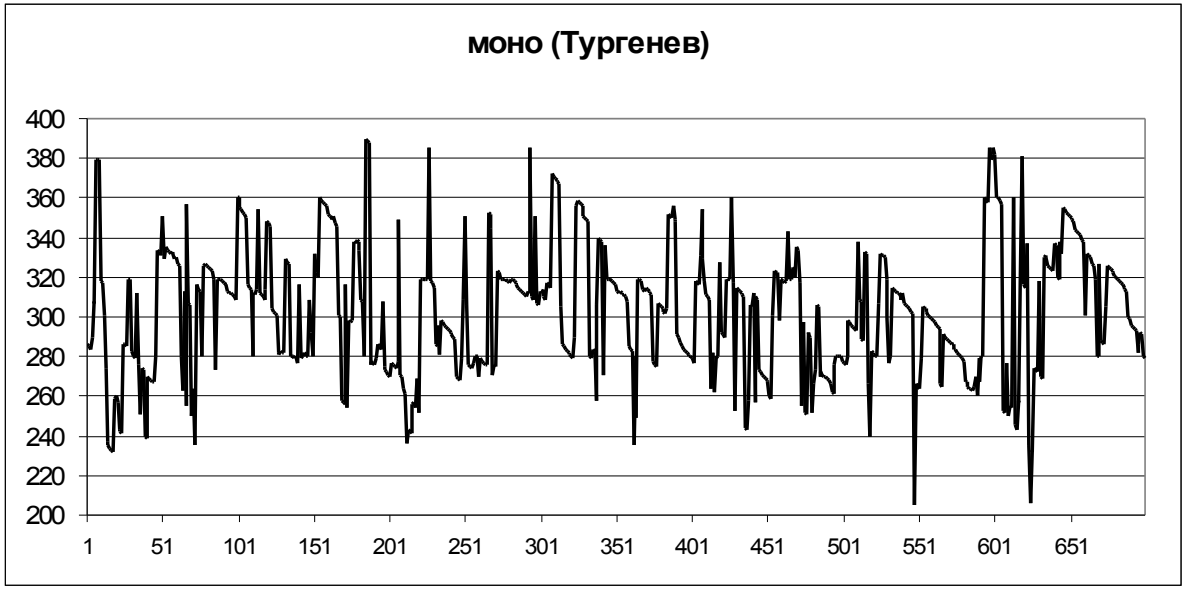
$$\lambda_i \approx \frac{1}{4 + \frac{1}{f(i)} + \frac{5}{2}\ln f(i)},$$

$$\nu_i = \frac{\lambda_i}{f(i)} - 1 \approx 1/4$$

Распределение горизонтного ряда для расстояний «b-b» ($\tau = 10$, $\varepsilon = 0{,}05$)

Для всех букв распределение горизонтного ряда одинаково. Оно похоже на распределение для нелинейно коррелированных многомерных ХДС.

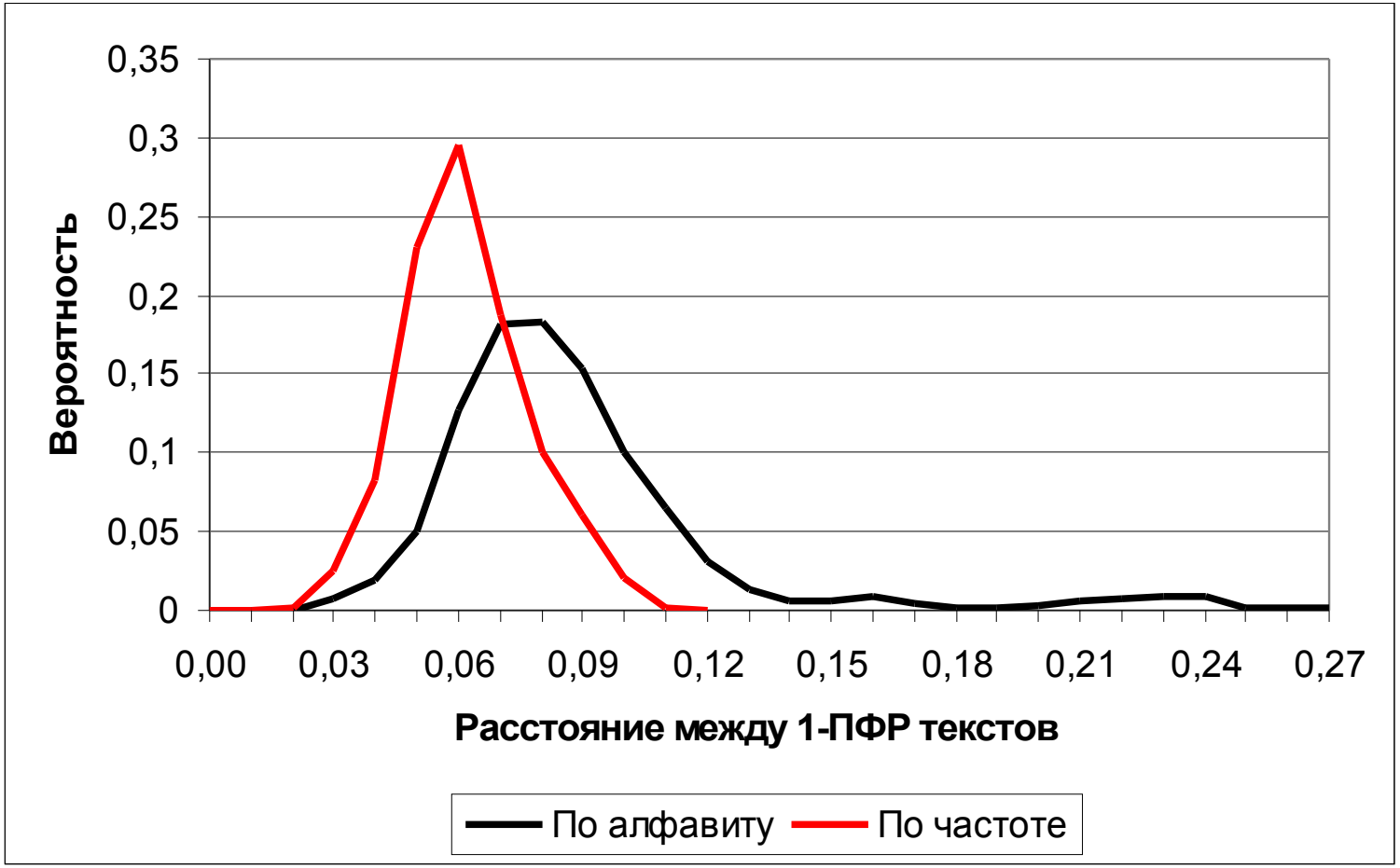
Горизонтные ряды расстояний между гласными для моно и тандема



У моно-писателей горизонтный ряд не достигает последней полосы шириной в горизонт, а у тандемов есть места максимальных рассогласований

5. Упорядоченность букв по частоте встречаемости в европейских языках

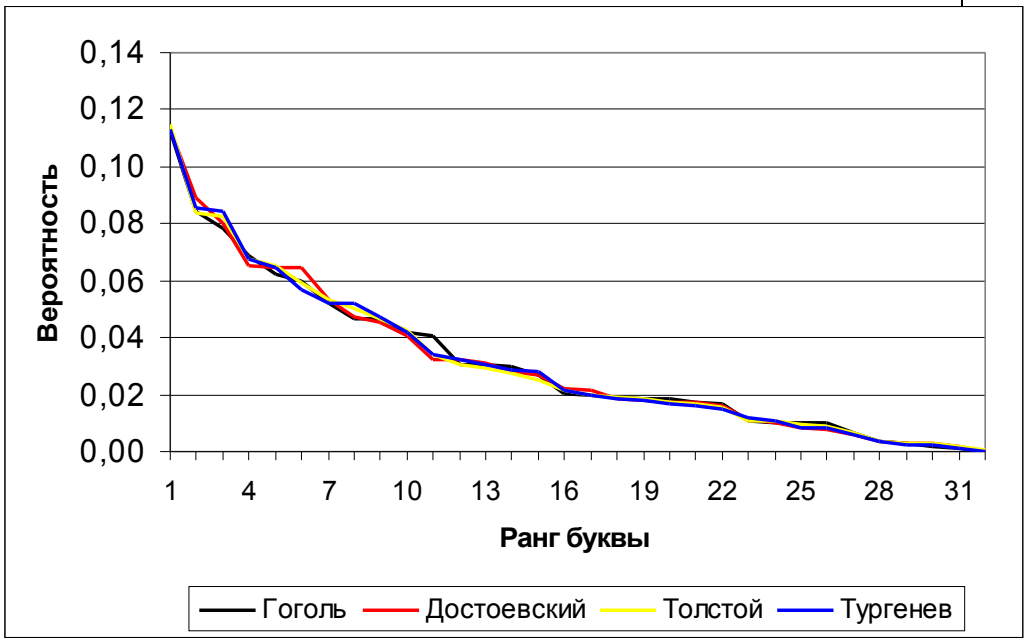
Расстояния между текстами при различном упорядочении



Распределение букв по частоте в алфавите из n=32 знаков

- С детерминацией 0,97

$$f(k) = a - b\ln(k)$$



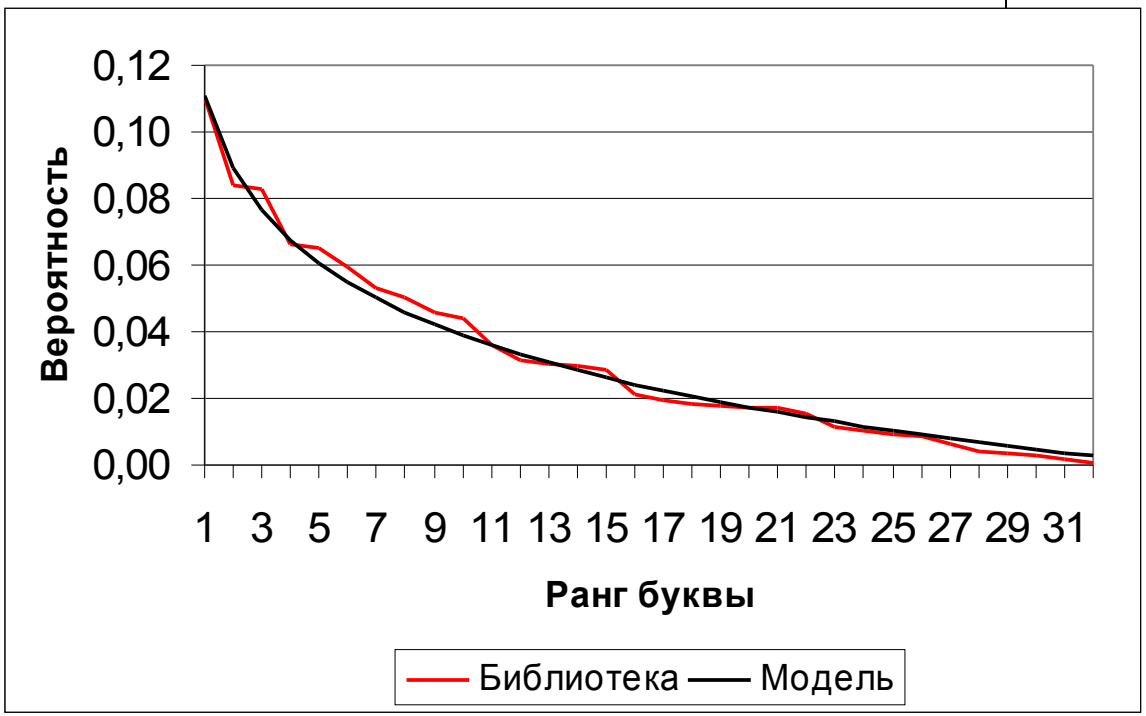
Ранг буквы	Гоголь	Достоевский	Толстой	Тургенев
1	О	О	О	О
2	Е	Е	А	Е
3	А	А	Е	А
4	И	И	И	Н
5	Т	Н	Н	И
6	Н	Т	Т	Т

Распределение букв по частоте в текстах на русском языке

Минимальная интегральная ошибка приближения, равная 0,05, получается при $o=0$ в модели:

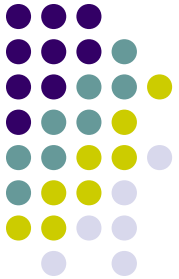
$$f(k) = \frac{1}{n}\left(1 + \frac{1}{n+o}\ln\frac{n!}{k^n}\right),$$

$$o = const = 0$$



- Эта зависимость выполнена и для старославянских текстов (n=43), и для русской литературы XIX века (n=37). Для русских текстов в транслите (n=23 символа) $o=+9$.

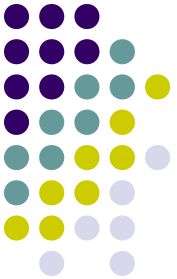
Избыточность и недостаточность алфавитов европейских языков



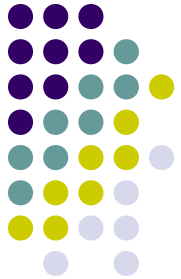
- Параметр o трактуем как оценку избыточности ($o<0$) или недостаточности ($o>0$) алфавита по отношению к звуковому ряду. В текстах на всех языках без огласовки n = 20, o = 0.

Языки	Число символов	Параметры оптимальной модели
Русский	*n*=33	*n*=32, *o*= 0
Болгарский	*n*=30	*n*=30, *o*= –4
Чешский	*n*=42	*n*=30, *o*= +1
Польский	*n*=32	*n*=32, *o*= +3
Шведский	*n*=29	*n*=25, *o*= +1
Датский	*n*=29	*n*=28, *o*= –5
Немецкий	*n*=30	*n*=26, *o*= –4
Английский	*n*=26	*n*=26, *o*= 0
Итальянский	*n*=26	*n*=26, *o*= –4
Испанский	*n*=27	*n*=26, *o*= –4
Французский	*n*=42	*n*=26, *o*= –4

Основные результаты



- 2-ПФР представляет ту текстовую структуру, расстояние в которой позволяет с высокой точностью опознавать автора
- Построен индикатор однородности текста (горизонтный ряд), позволяющий анализировать небольшие фрагменты на предмет количества возможных соавторов
- Изучен спектр оператора эволюции 1-ПФР и показана авторская устойчивость спектральных портретов. Пара главных направлений позволяет определить, собственный ли это текст автора, или изложение чужих мыслей
- Найдено универсальное полуэмпирическое распределение букв по частоте встречаемости в европейских языках, позволяющее оценить фонетическую адекватность алфавита



СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ