

# Микродоклад на тему Модель конституционного большинства

Выполнил: Корытин А. В.

Группа: 898

Научный руководитель:  
Галахов М. А.

Требуемый *уровень согласия*

(голосов «за» для принятия решения)

- Обычно:  $>50\%$
- ГосДума РФ (некоторые вопросы):  $2/3$
- Референдум о независимости Черногории (2006):  $55\%$

**Цель:**

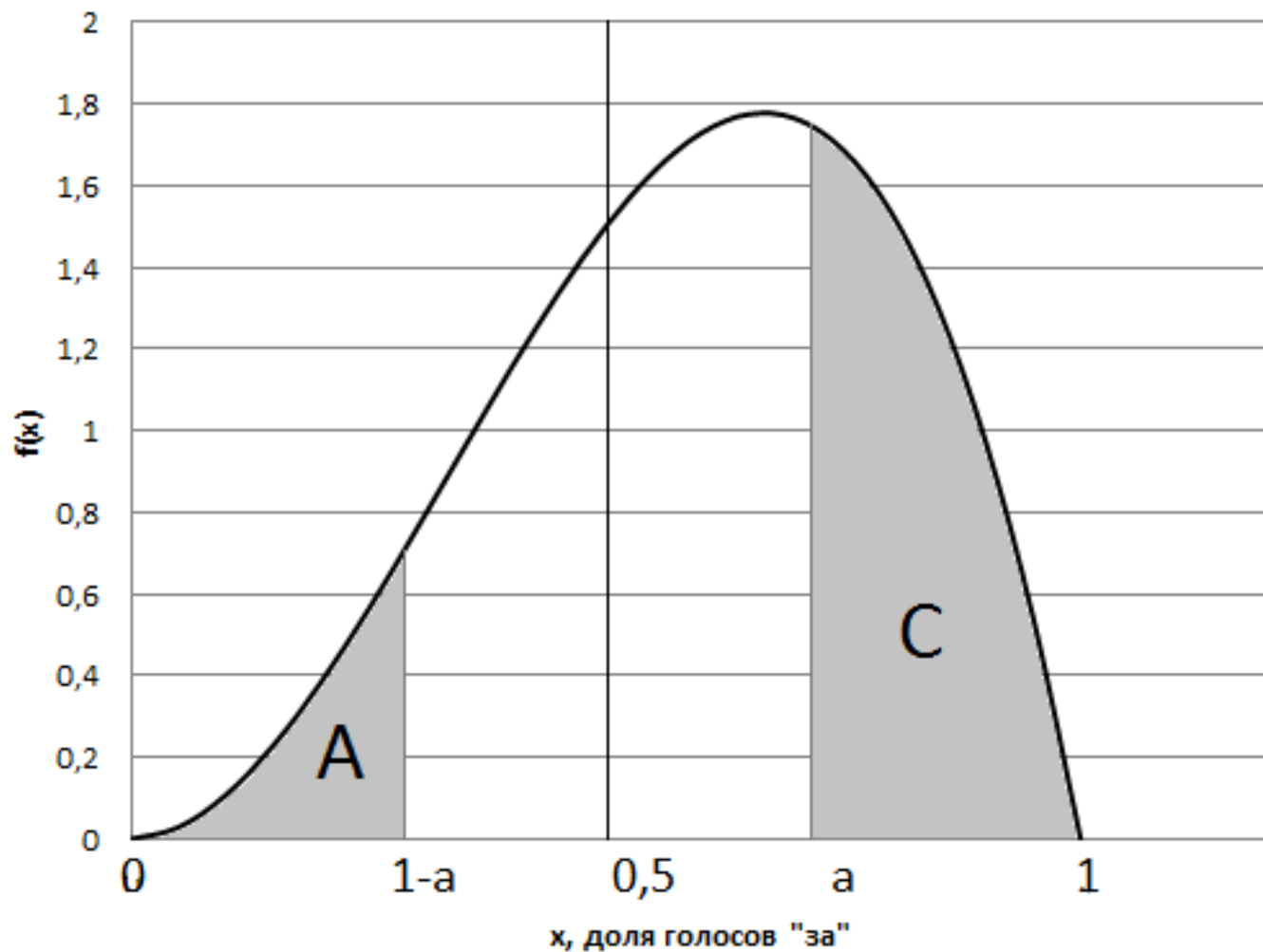
**Найти оптимальный *уровень согласия*  
при принятии коллективных решений**

## Описание модели

- Имеется *парламент* («черный ящик»)
- Имеется общественно полезный закон
- *Закон* действует  $\Rightarrow$  польза 1, не действует  $\Rightarrow$  0
- Парламентарии голосуют «**за**» или «**против**»
- На выходе из «черного ящика»:  $X$  – доля голосов «за»
- $X \in [0, 1]$  – случайная величина типа  $B(3, 2)$
- *Закон* принимается при  $X \geq \alpha$  – требуемая *степень согласия*
- *Закон* отменяется при  $X \leq 1 - \alpha$

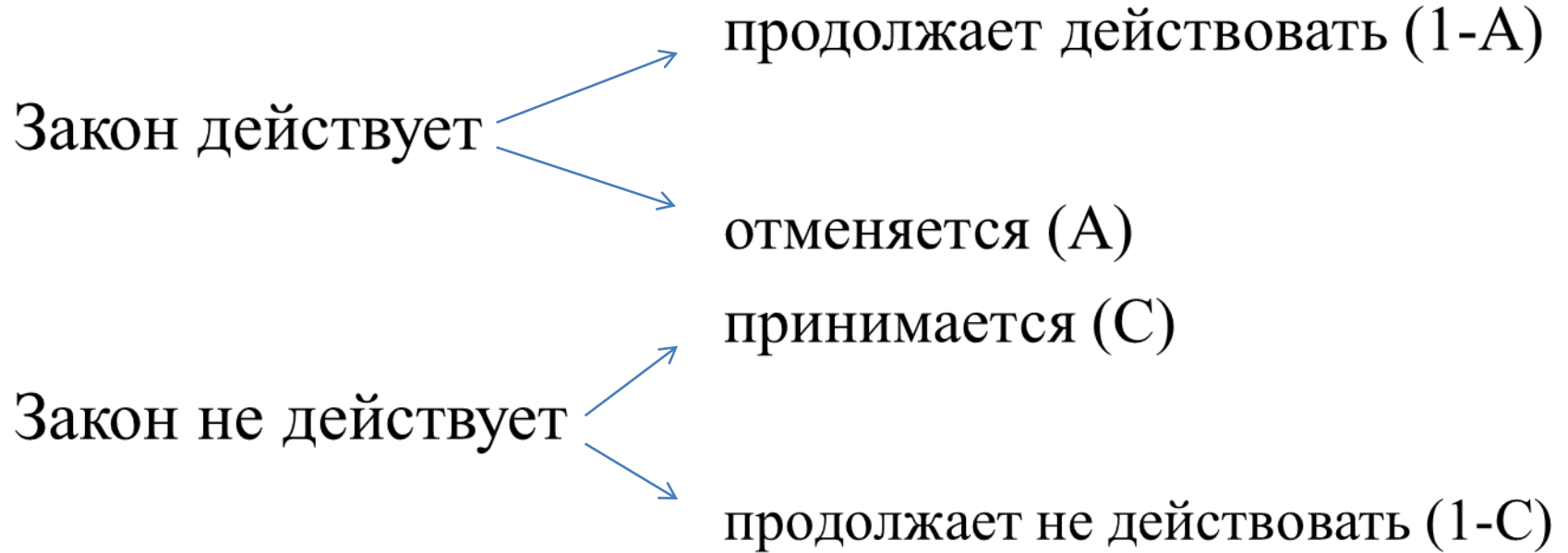
B(3, 2)

$$f(X) = 12X^2(1-X)$$



$$A = \int_0^{1-a} f(x) dx$$

$$C = \int_a^1 f(x) dx$$



1.  $A=A(\alpha), C=C(\alpha)$

2.  $\alpha \in (\frac{1}{2}, 1)$

3.  $0 < A < C < A + C < 1$

## Голосование в динамике

- СП  $(Y_k, k \geq 0)_\alpha, Y_k$  - полезность общества на  $k$ -м шаге
- $(Y_k, k \geq 0)_\alpha$  – однородная марковская цепь:
- $\Phi = \{0, 1\}$ ,  $\Pi^{(0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ ,  $P = \begin{pmatrix} 1 - C & C \\ A & 1 - A \end{pmatrix}$
- При  $0 < A < C < 1$  существует  $\Pi = \begin{pmatrix} \frac{A}{A+C} \\ \frac{C}{A+C} \end{pmatrix}$
- Исследуется двухпараметрическое семейство  $\{(Y_k, k \geq 0)_A^C\}$

## Исследование $\{(Y_k, k \geq 0)_A^C\}$

- $EY_k = \frac{1 - (1 - A - C)^k}{1 + \frac{A}{C}}$ ; в пределе  $EY = \frac{1}{1 + \frac{A}{C}}$

**Значение стационарного уровня растет по  $\frac{C}{A}$**

- На каком шаге  $k$   $EY_k$  отличается от  $EY$  на 5%?

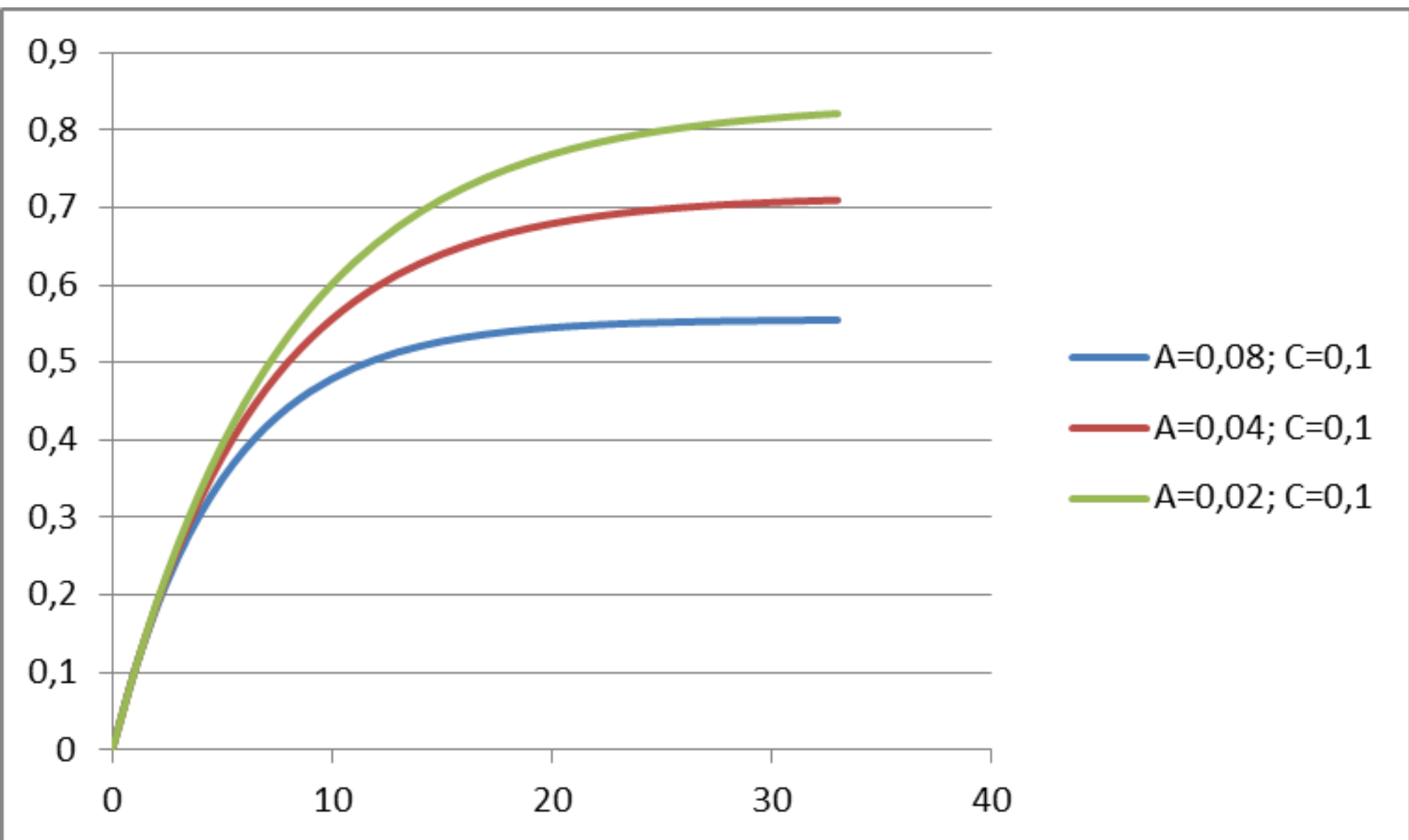
$$\frac{EY - EY_k}{EY} = B^k = 0,05, \text{ где } B = 1 - A - C$$

$$\text{Отсюда, } k = \frac{\ln 0,05}{\ln B} \approx 3 \ln^{-1} \frac{1}{B}$$

**Время достижения стационарного уровня растет с ростом  $B$**

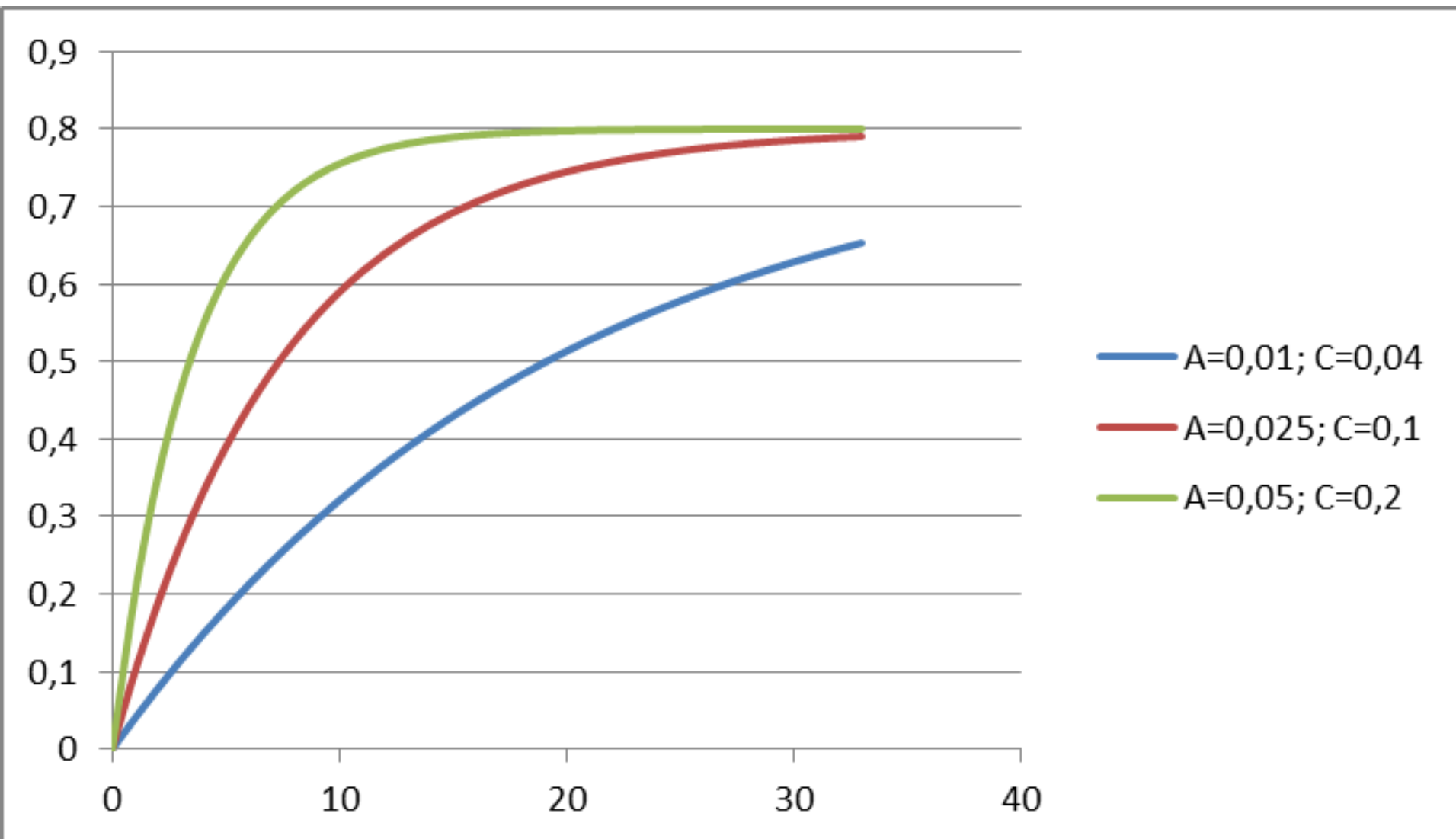
- Задача: усреднение  $Y$  за время  $K$

# Матожидание $\{(Y_k, k \geq 0)_A^C\}$ при разном $C/A$

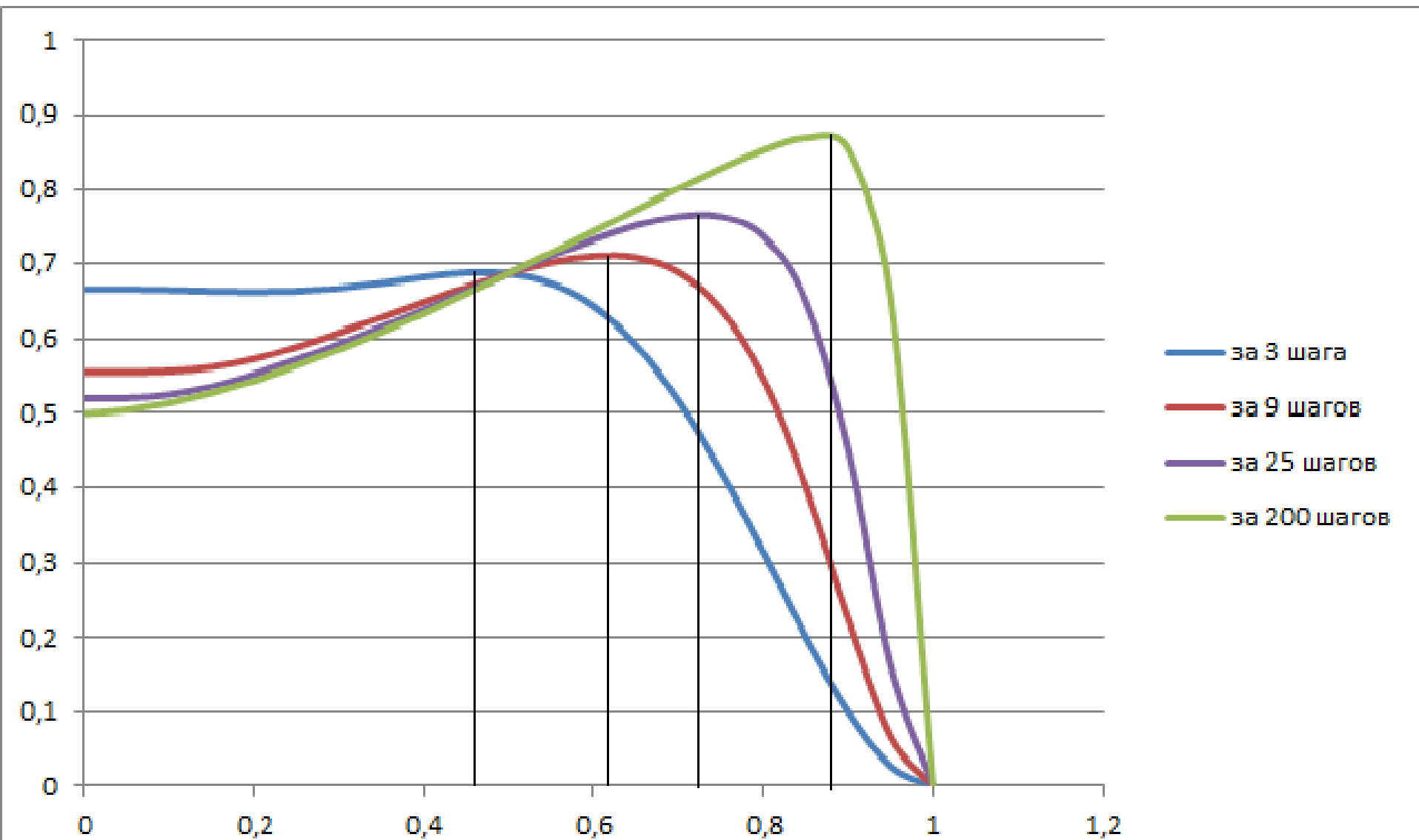




# Матожидание $\{(Y_k, k \geq 0)\}_A^C$ при одном C/A



# Среднее $EY_k$ за разное число шагов как функция $\alpha$ для $B(3, 2)$



## Развитие модели

- Справедлива для любого коллективного выбора из двух альтернатив
- Может быть обобщена для трех и более альтернатив
- Требуется проверка: поиск распределения  $X$ , нахождение времени  $K$ , вычисление полезности закона