

# Большой адронный коллайдер и суперкомпьютеры: передовые рубежи натурного и численного эксперимента в физике высоких энергий

*М.И. Поликарпов (ИТЭФ, Москва)*

- Введение
- Численные расчеты
- Теория невылетания цвета

*МФТИ 10 марта 2010*

# Большой адронный коллайдер и суперкомпьютеры: передовые рубежи натурного и численного эксперимента в физике высоких энергий

*М.И. Поликарпов (ИТЭФ, Москва)*

- Введение
- Численные расчеты
- Теория невылетания цвета

*МФТИ 10 марта 2010*

# Большой адронный коллайдер и суперкомпьютеры: передовые рубежи натурного и численного эксперимента в физике высоких энергий

*М.И. Поликарпов (ИТЭФ, Москва)*

- Введение
- Численные расчеты
- Теория невылетания цвета

*МФТИ 10 марта 2010*

# Большой адронный коллайдер и суперкомпьютеры: передовые рубежи натурного и численного эксперимента в физике высоких энергий

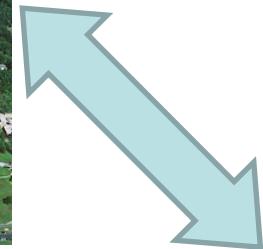
М.И. Поликарпов (*ИТЭФ, Москва*)

- Введение
- Численные расчеты
- Теория невылетания цвета

МФТИ 10 марта 2010

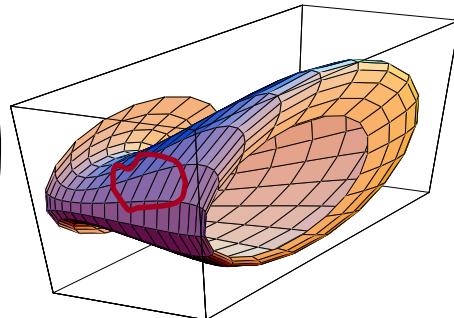
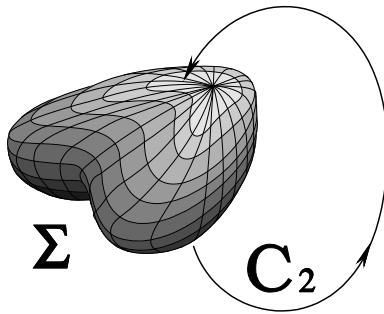
# Experiment

## LHC      RHIC



## Theory

$$L = -\frac{1}{g^2} \text{Tr } F_{\mu\nu}^2 + \sum_f \bar{\psi}_f (D + m) \psi_f$$



## Supercalculations



# Основные результаты получены в коллaborациях

ДЭЗИ (Германия)-ИТЭФ-Каназава (Япония)  
и ИТЭФ-Университет Сан Франциско (США)



F.V. Gubarev, A.V.Kovalenko, S.M. Morozov, MIP, S.V. Syritsyn, V.I. Zakharov, P.Yu Boyko, P.V. Buividovich, M.N. Chernodub, V.G. Bornyakov , E.N. Luschevskaya, A.I.Veselov, A.A. Slavnov

**DESY, Gumboldt University, Germany**

G.Schierholz, D.Pleiter, T.Streuer, H.Stuben, F. Weinberg, M. Mueller-Proysker, E.M. Ilgenfritz

**Kanazawa University, Japan**

H.Ichie, S.Kitahara, Y.Koma,Y.Mori, Y.Nakamura, T.Suzuki, A. Nakamura

**San Francisco University, USA**

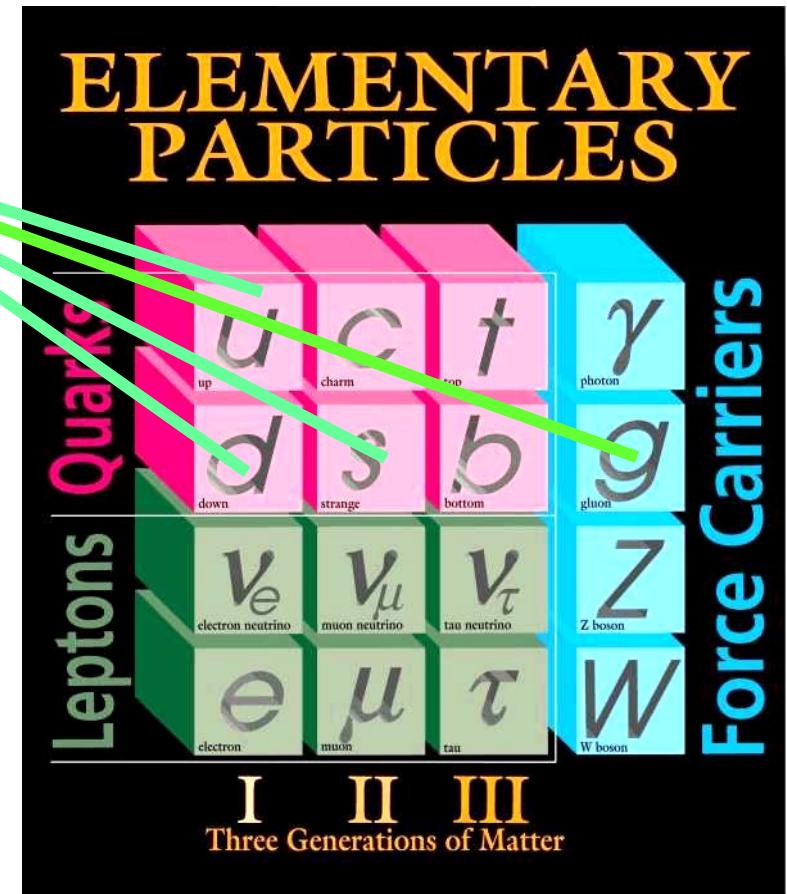
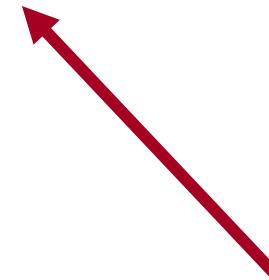
J. Greensite, S. Olejnik (+ Bratislava University, Slovakia)

# Основные задачи теории сильных взаимодействий

Стартуя с Лагранжиана КХД

$$L = -\frac{1}{g^2} \text{Tr } F_{\mu\nu}^2 + \sum_f \bar{\psi}_f (D + m) \psi_f$$

- (1) Получить спектр адронов,
- (2) Посчитать матричные элементы,
- (3) Описать фазовую диаграмму теории
- (4) Объяснить невылетание цвета

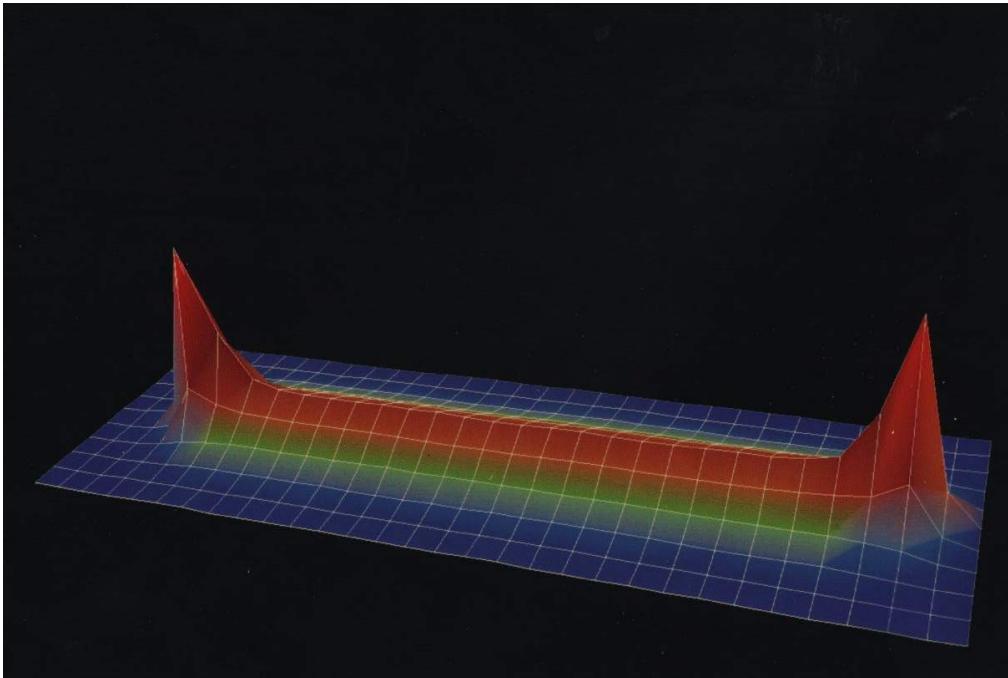


[http://www.claymath.org/millennium/Yang-Mills\\_ Theory/](http://www.claymath.org/millennium/Yang-Mills_Theory/) (1 000 000 \$US)

# Невылетание цвета

(почему мы не видим свободных夸克ов и глюонов?)

Основная сложность – отсутствие аналитических методов для описания теории сильных взаимодействий, но (супер)компьютеры могут многое предсказывать исходя из Лагранжиана КХД



**Сила между  
кварком и  
антикварком  
12 тонн!!!**

# INTRODUCTION

## Methods

- Imaginary time  $t \rightarrow it$

$$Z = \int D\varphi \exp \{i S[\varphi]\} \longrightarrow Z = \int D\varphi \exp \{-S[\varphi]\}$$

- Space-time discretization

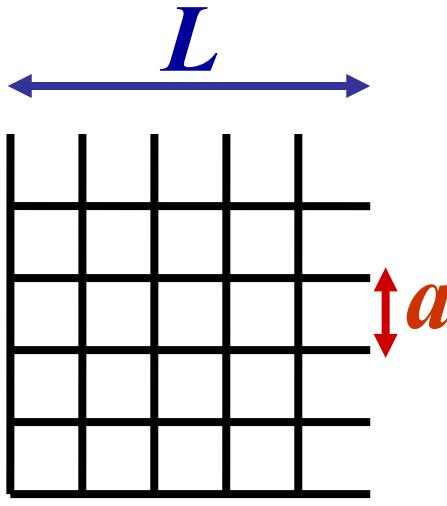
$$D\varphi(x) \Rightarrow \prod_x d\varphi_x$$

$$Z = \prod_x d\varphi_x \exp \{-S[\varphi]\}$$

- Thus we get from functional integral the partition function for statistical theory in four dimensions

# INTRODUCTION

## Three limits



**Lattice spacing**

**Lattice size**

**Quark mass**

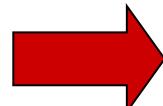
$a \rightarrow 0$   
 $L \rightarrow \infty$   
 $m_q \rightarrow 0$

**Typical values**

$$a \approx 0.1 \text{ fm}$$

$$L \approx 2 \div 4 \text{ fm}$$

$$m_q \approx 100 \text{ MeV}$$



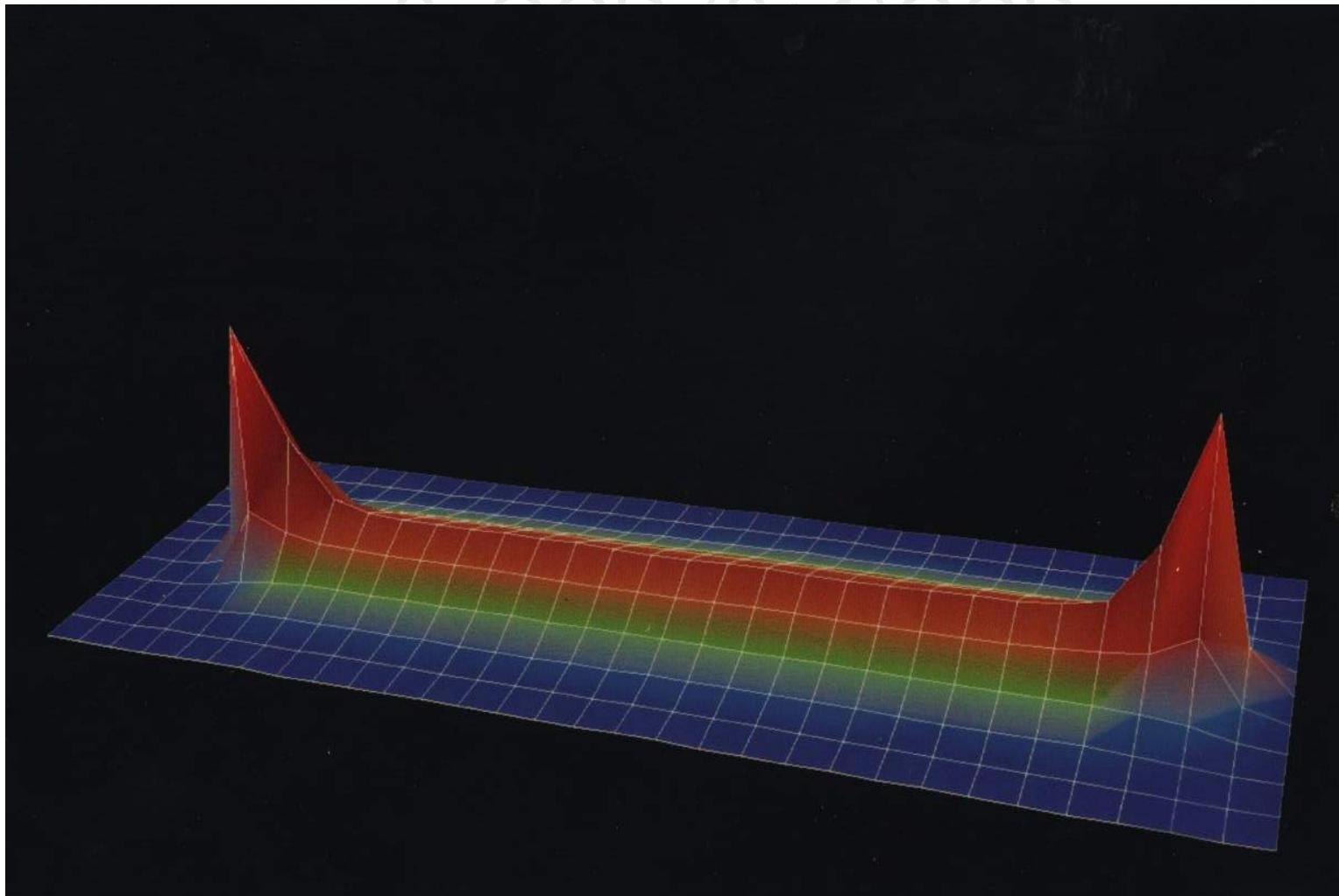
Extrapolation

+

Chiral perturbation  
theory

SU(2) glue    SU(3) glu

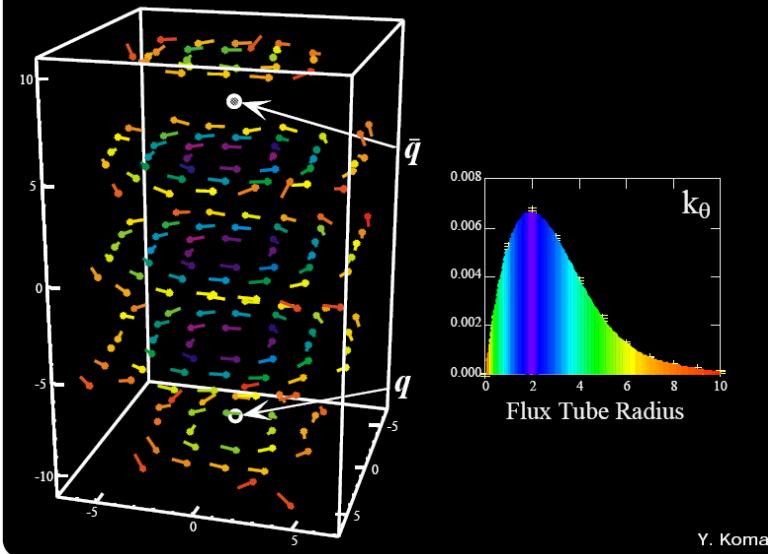
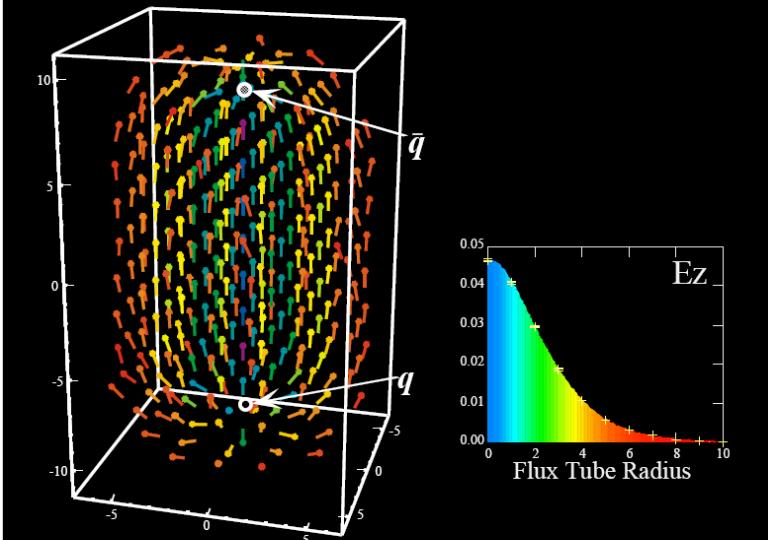
**Сила между кварком и антакварком 12 тонн!!!**



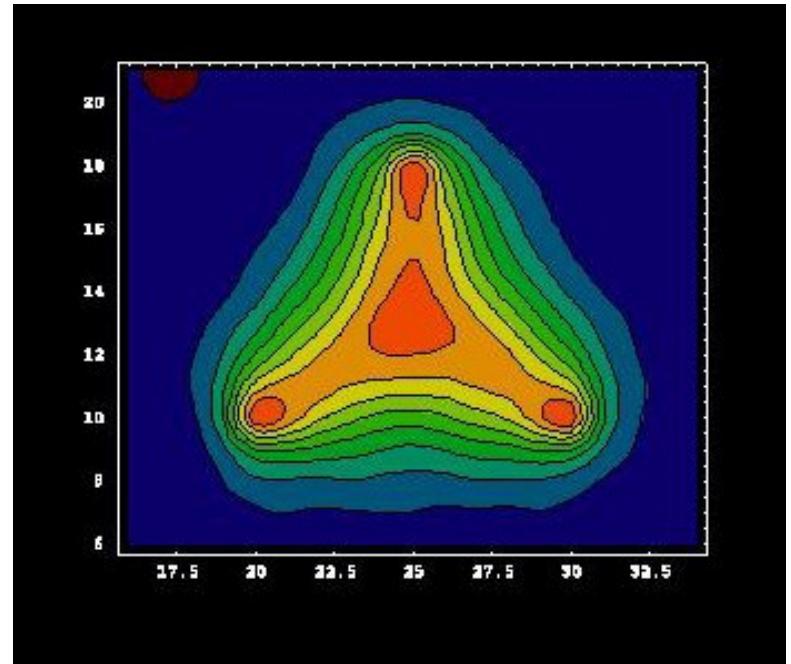
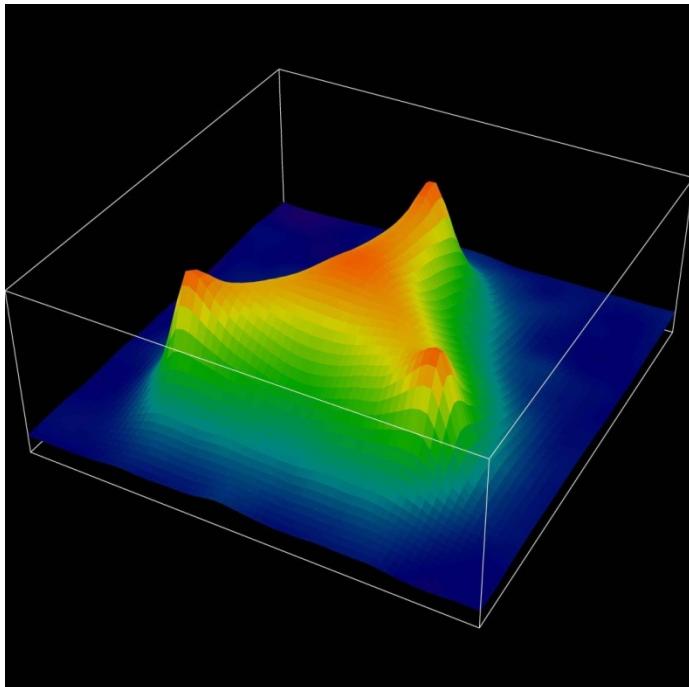
# SU(2) glue

SU(3) glue 3cQCD (2+1)QCD

## *AP-SU(2) FLUX-TUBE PROFILE*



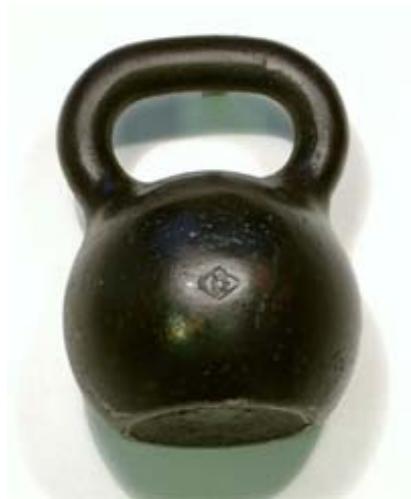
SU(2) glue **SU(3) glue** 2qQCD (2+1)QCD  
Three body forces!



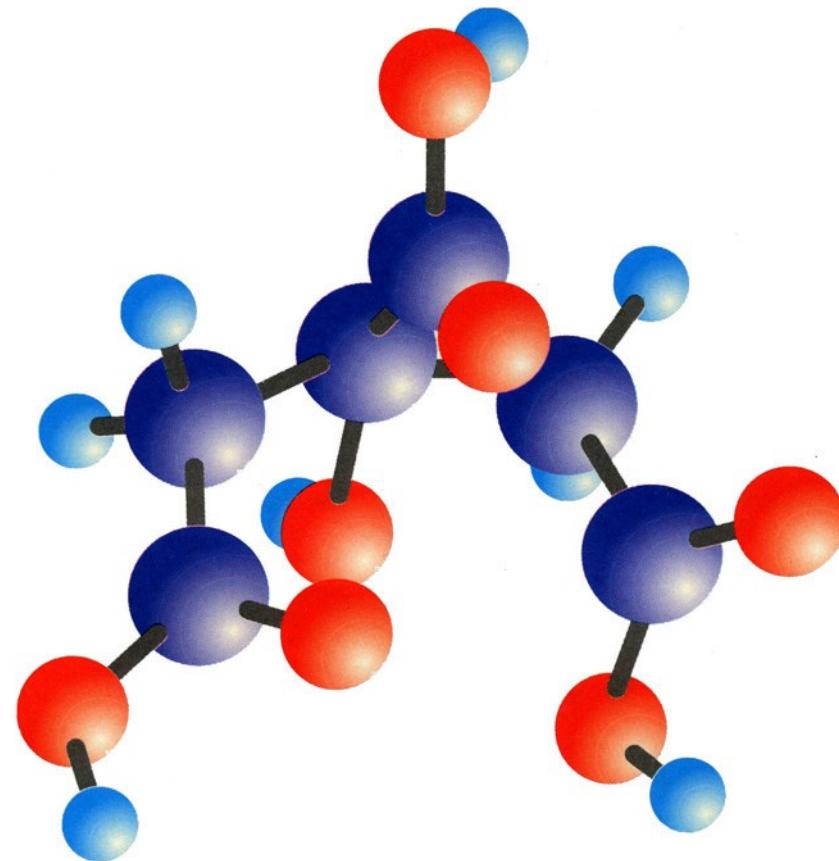
$$V(r_1, r_2, r_3) \neq V(r_1 - r_2) + V(r_2 - r_3) + V(r_3 - r_1)$$

← 1 м →

# Происхождение массы



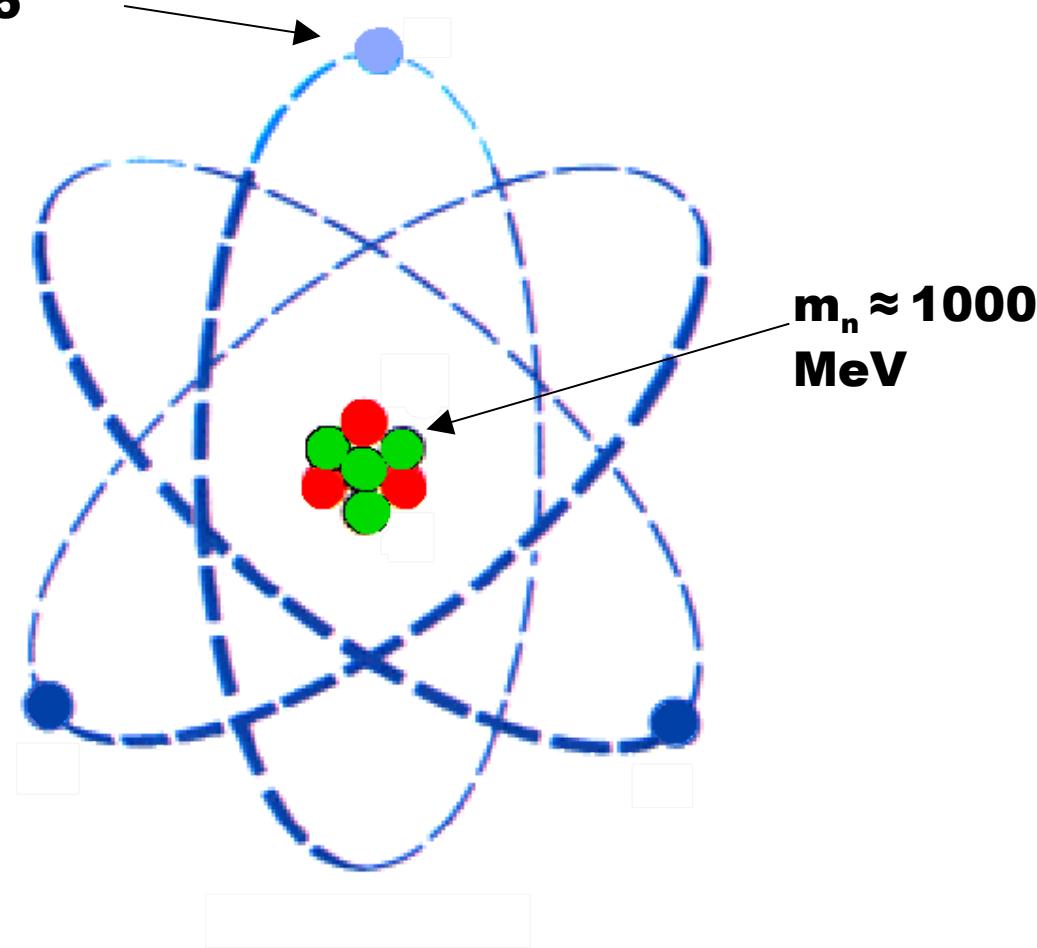
$10^{-8..10} \text{ M}$



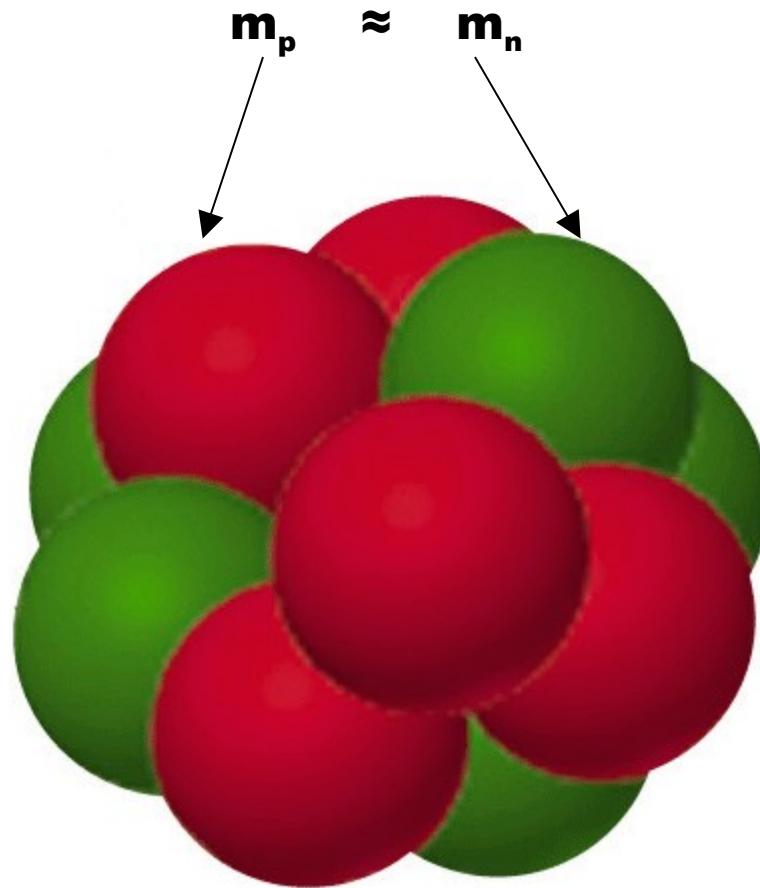
$10^{-10} M$

$m_e \approx 0.5$   
MeV

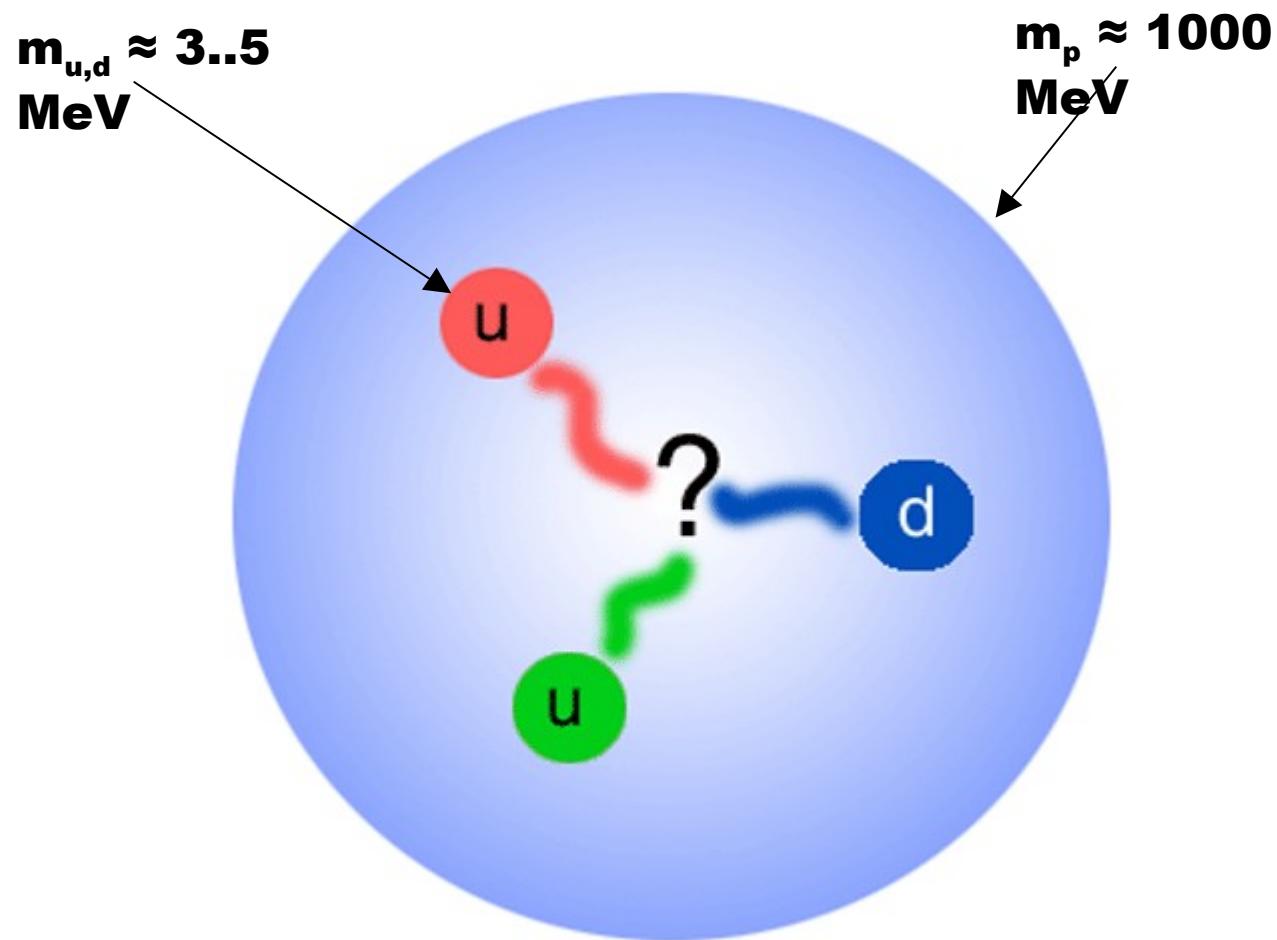
$m_n \approx 1000$   
MeV



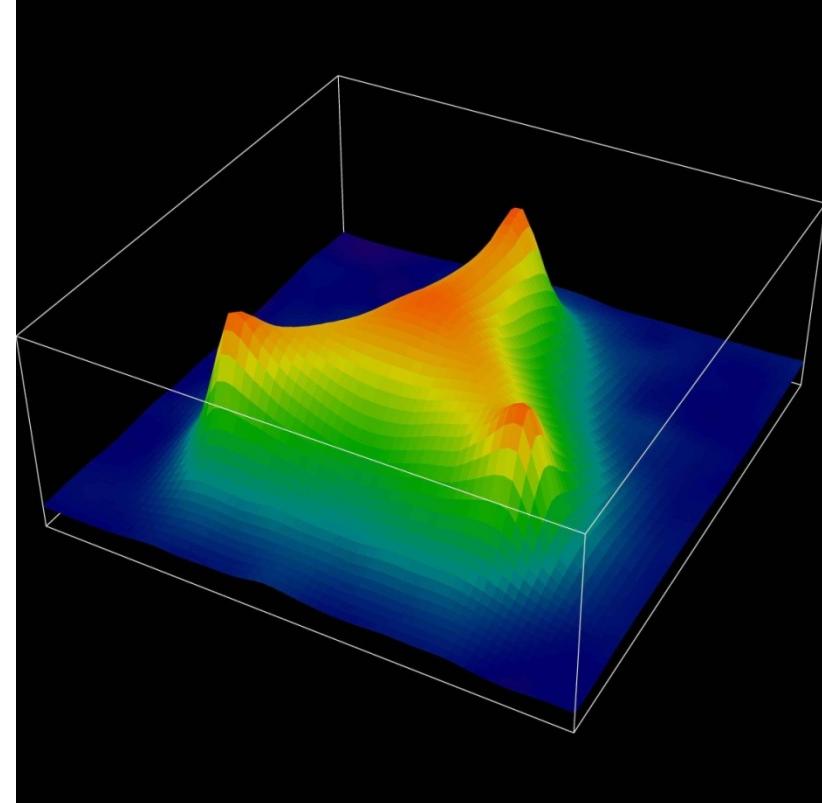
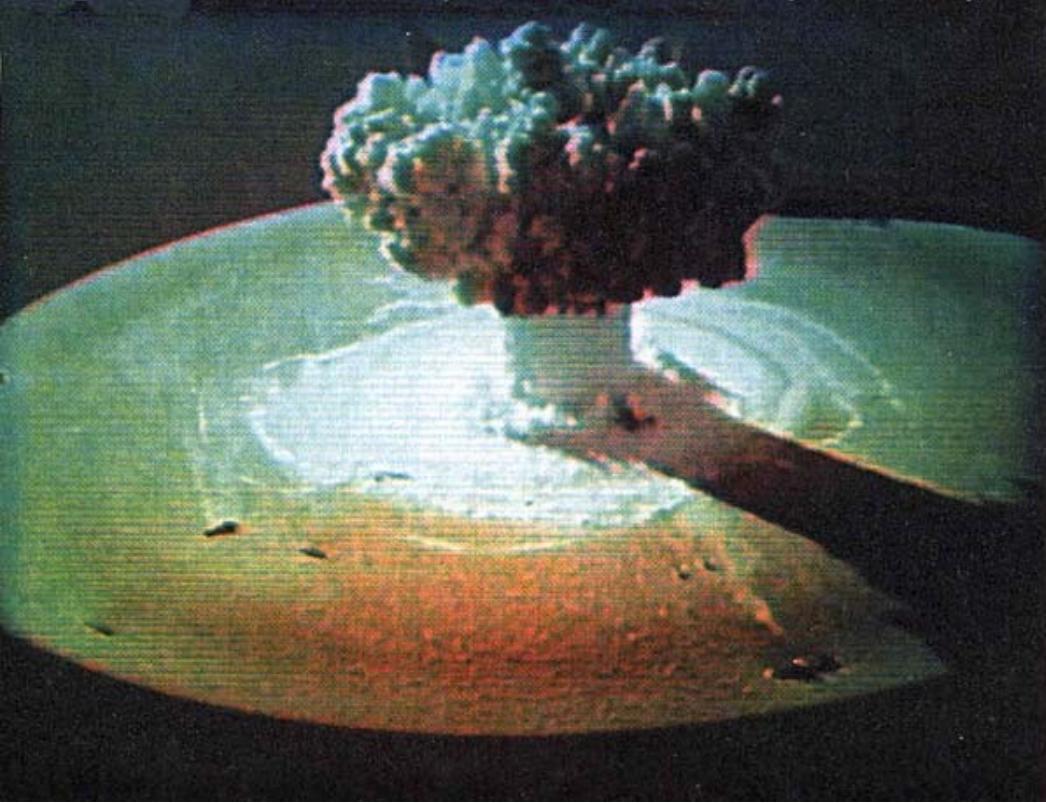
$10^{-14..15} M$



$10^{-15} M$



# Masses of material objects is due to gluon fields inside baryon

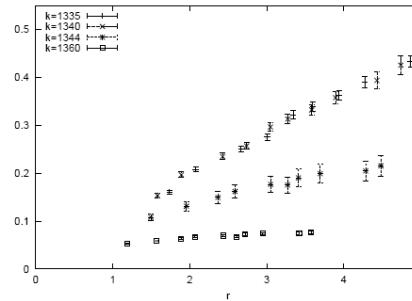
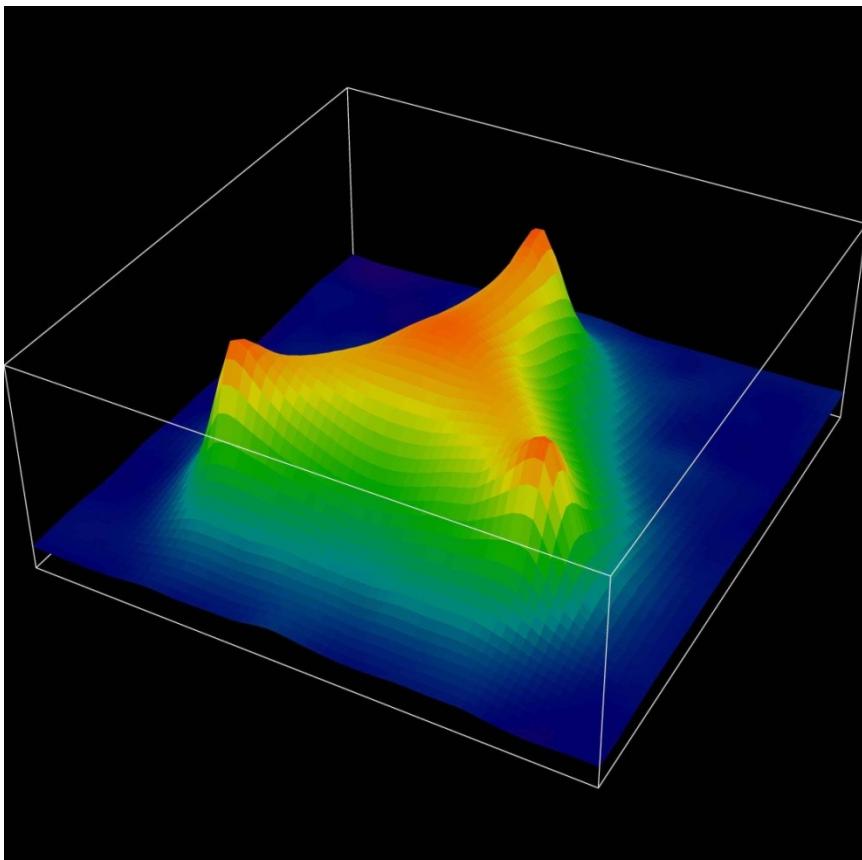


$$E = m_0 c^2$$

$$3m_q / m_{baryon} \approx 1/100$$

$$m_0 = \frac{E}{c^2}$$

## Three body forces!



**Figure 9:** The monopole part of the baryon potential at finite temperature in full QCD as a function of  $L_Y$  ( $T < T_c$ ) and  $L_\Delta$  ( $T > T_c$ ), respectively, in units of *God knows what*.

In Fig. 9 we show the baryon potential on the  $16^3 8$  lattice at  $\beta = 5.2$  for several values of  $\kappa$ . At this  $\beta$  value

$$T \propto \exp(-2.81/\kappa). \quad (4.1)$$

Increasing  $\kappa$  thus increases the temperature. We cross the finite temperature phase transition at  $\kappa = 0.1344$  [14]. We see that the potential flattens off while we approach the transition point. However, the distances we were able to probe are not large enough to make any statement about string breaking.

To compute the action density  $\rho_A^{3Q}$  and the electric field and monopole correlators  $E_i^{3Q}$  and  $k^{3Q}$ , respectively, we need to reduce the statistical noise. Note that the Polyakov loops span an area of  $\approx 16 \times 8$  lattice spacings. We do that by using extended operators

$$\begin{aligned} \rho_A^{3Q}(s) \rightarrow & \frac{1}{8} \{ \rho_A^{3Q}(s) + \rho_A^{3Q}(s - \hat{x} - \hat{y} - \hat{z}) + \rho_A^{3Q}(s - \hat{x} - \hat{y}) \\ & + \rho_A^{3Q}(s - \hat{x} - \hat{z}) + \rho_A^{3Q}(s - \hat{y} - \hat{z}) + \rho_A^{3Q}(s - \hat{x}) \\ & + \rho_A^{3Q}(s - \hat{y}) + \rho_A^{3Q}(s - \hat{z}) \}, \end{aligned} \quad (4.2)$$

$$\begin{aligned} E_i^{3Q}(s) \rightarrow & \frac{1}{4} \{ E_i^{3Q}(s) + E_i^{3Q}(s - \hat{x} - \hat{t}) \\ & + E_i^{3Q}(s - \hat{x}) + E_i^{3Q}(s - \hat{t}) \}, \end{aligned} \quad (4.3)$$

$$k^{3Q}(s, \mu) \rightarrow \frac{1}{2} \{ k^{3Q}(s, \mu) + k^{3Q}(s - \hat{z}, \mu) \}, \quad (4.4)$$

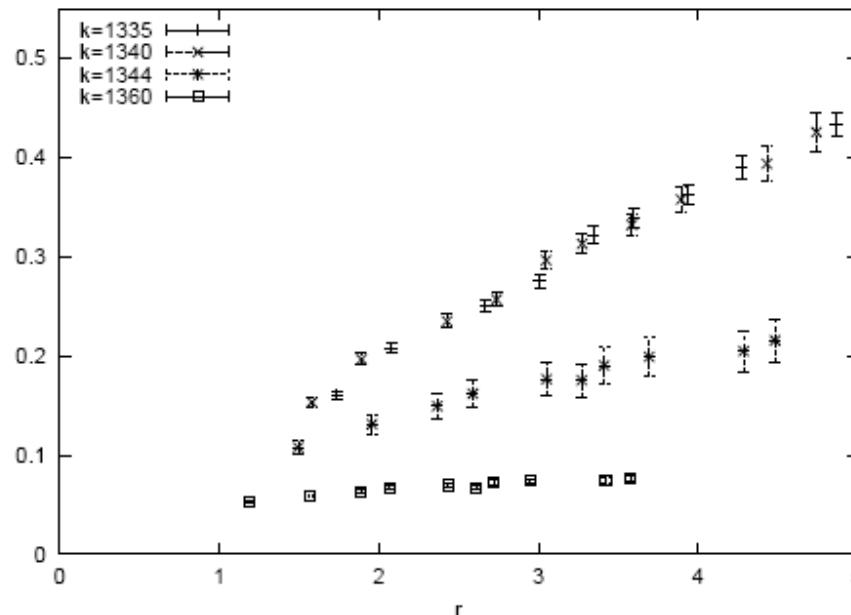
where (again) we have assumed that the quarks lie in the  $(x, y)$  plane, and we call the direction of the Polyakov lines the  $t$  direction.

# SU(2) glue    SU(3) glue    2qQCD (2+1)QCD

Usually the teams are rather big, 5 - 10 -15 people

arXiv:hep-lat/0401026v1

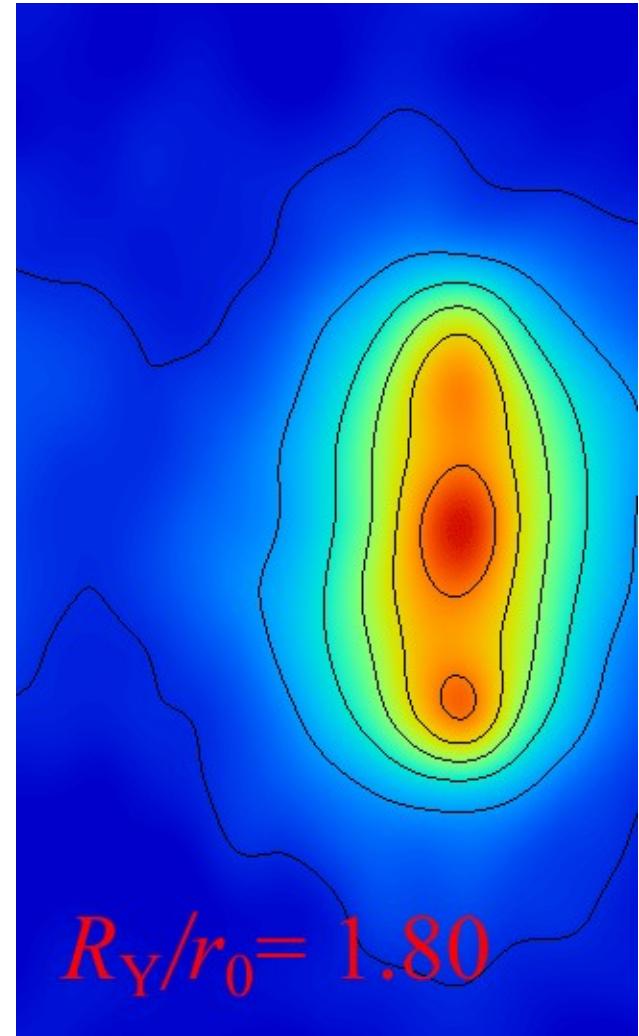
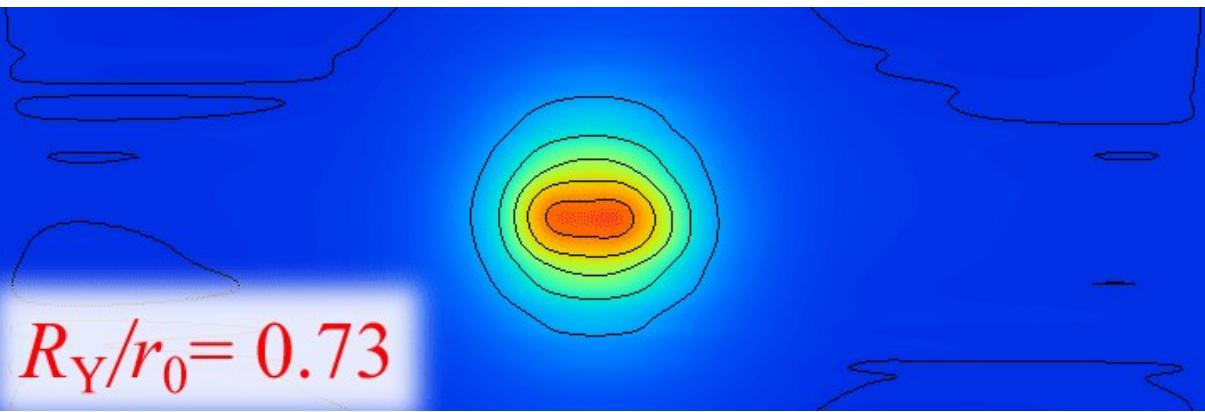
arXiv:hep-lat/0401026v2



**Figure 9:** The monopole part of the baryon potential at finite temperature in full QCD as a function of  $L_Y$  ( $T < T_c$ ) and  $L_\Delta$  ( $T > T_c$ ), respectively, in units of *God knows what*.

In Fig. 9 we show the baryon potential on the  $16^3 \times 8$  lattice at  $\beta = 5.2$  for several values of  $\kappa$ . At this  $\beta$  value

SU(2) glue SU(3) glue 2qQCD (2+1)QCD  
String Breaking (DIK collaboration)



SU(2) glue SU(3) glue 2qQCD (2+1)QCD

## Hadron Mass Spectrum

# SU(2) glue SU(3) glue 2qQCD (2+1)QCD

## Meson Summary Table

See also the table of suggested  $q\bar{q}$  quark-model assignments in the Quark Model section.

• Indicates particles that appear in the preceding Meson Summary Table. We do not regard the other entries as being established.  
 † Indicates that the value of  $J$  given is preferred, but needs confirmation.

LIGHT UNFLAVORED ( $S = C \neq B = 0$ )		STRANGE ( $S = \pm 1, C = B = 0$ )		BOTTOM ( $B = \pm 1$ )			
	$J^G(J^P)$		$J^G(J^P)$		$J^G(J^P)$		
• $\pi^\pm$	1 <sup>-</sup> (0 <sup>-</sup> )	• $\pi_2(1670)$	1 <sup>-</sup> (2 <sup>-</sup> )	• $K^\pm$	1/2(0 <sup>-</sup> )		
• $\pi^0$	1 <sup>-</sup> (0 <sup>-</sup> )	• $\phi(1680)$	0 <sup>-</sup> (1 <sup>-</sup> )	• $K^0$	1/2(0 <sup>-</sup> )		
• $\eta$	0 <sup>+</sup> (0 <sup>-</sup> )	• $\rho_3(1690)$	1 <sup>+</sup> (3 <sup>-</sup> )	• $K_S^0$	1/2(0 <sup>-</sup> )		
• $f_0(600)$	0 <sup>+</sup> (0 <sup>+</sup> )	• $\rho(1700)$	1 <sup>+</sup> (1 <sup>-</sup> )	• $K_L^0$	1/2(0 <sup>-</sup> )		
• $\rho(770)$	1 <sup>+</sup> (1 <sup>-</sup> )	• $a_2(1700)$	1 <sup>+</sup> (2 <sup>+</sup> )	• $B^\pm/B^0$	ADMIXTURE		
• $\omega(782)$	0 <sup>-</sup> (1 <sup>-</sup> )	• $f_0(1710)$	0 <sup>+</sup> (0 <sup>+</sup> )	• $B^\pm/B^0/b$ -baryon	ADMIXTURE		
• $\eta'(958)$	0 <sup>+</sup> (0 <sup>-</sup> )	• $\eta(1760)$	0 <sup>+</sup> (0 <sup>-</sup> )	$V_{cb}$ and $V_{ub}$	CKM Matrix Elements		
• $f_0(980)$	0 <sup>+</sup> (0 <sup>+</sup> )	• $\pi(1800)$	1 <sup>-</sup> (0 <sup>+</sup> )	• $K_1(1270)$	1/2(1 <sup>+</sup> )		
• $a_0(980)$	1 <sup>-</sup> (0 <sup>+</sup> )	• $f_2(1810)$	0 <sup>+(2<sup>+</sup>)</sup>	• $K_1(1400)$	1/2(1 <sup>+</sup> )		
• $\phi(1020)$	0 <sup>-</sup> (1 <sup>-</sup> )	• $X(1835)$	? <sup>?(? -)</sup>	• $K_1(1410)$	1/2(1 <sup>-</sup> )		
• $h_1(1170)$	0 <sup>-</sup> (1 <sup>-</sup> )	• $\phi_3(1850)$	0 <sup>-</sup> (3 <sup>-</sup> )	• $K_0'(1430)$	1/2(0 <sup>+</sup> )		
• $b_1(1235)$	1 <sup>+</sup> (1 <sup>-</sup> )	• $\eta_2(1870)$	0 <sup>+(2<sup>+</sup>)</sup>	• $K_2'(1430)$	1/2(2 <sup>+</sup> )		
• $a_1(1260)$	1 <sup>-</sup> (1 <sup>+</sup> )	• $\rho(1900)$	1 <sup>+(1<sup>-</sup>)</sup>	• $K(1460)$	1/2(0 <sup>-</sup> )		
• $f_2(1270)$	0 <sup>+(2<sup>+</sup>)</sup>	• $f_2(1910)$	0 <sup>+(2<sup>+</sup>)</sup>	• $K_2(1580)$	1/2(2 <sup>-</sup> )		
• $f_1(1285)$	0 <sup>+(1<sup>+</sup>)</sup>	• $f_2(1950)$	0 <sup>+(2<sup>+</sup>)</sup>	• $K(1630)$	1/2(? <sup>?</sup> )		
• $\eta(1295)$	0 <sup>+(0<sup>-</sup>)</sup>	• $f_3(1990)$	1 <sup>+(3<sup>-</sup>)</sup>	• $K_1(1650)$	1/2(1 <sup>+</sup> )		
• $\pi(1300)$	1 <sup>-</sup> (0 <sup>-</sup> )	• $f_2(2010)$	0 <sup>+(2<sup>+</sup>)</sup>	• $K'(1680)$	1/2(1 <sup>-</sup> )		
• $a_2(1320)$	1 <sup>-</sup> (2 <sup>+</sup> )	• $f_0(2020)$	0 <sup>+(0<sup>+</sup>)</sup>	• $K_2(1770)$	1/2(2 <sup>-</sup> )		
• $f_0(1370)$	0 <sup>+(0<sup>+</sup>)</sup>	• $a_4(2040)$	1 <sup>-</sup> (4 <sup>+</sup> )	• $K_3'(1780)$	1/2(3 <sup>-</sup> )		
• $h_1(1380)$	? <sup>-(1<sup>-</sup>)</sup>	• $f_4(2050)$	0 <sup>+(4<sup>+</sup>)</sup>	• $K_2(1820)$	1/2(2 <sup>-</sup> )		
• $\pi_1(1400)$	1 <sup>-(1<sup>-</sup>)</sup>	• $\pi_2(2100)$	1 <sup>-(2<sup>-</sup>)</sup>	• $K(1830)$	1/2(0 <sup>-</sup> )		
• $\eta(1405)$	0 <sup>+(0<sup>-</sup>)</sup>	• $f_0(2100)$	0 <sup>+(0<sup>+</sup>)</sup>	• $K_0'(1950)$	1/2(0 <sup>+</sup> )		
• $f_1(1420)$	0 <sup>+(1<sup>+</sup>)</sup>	• $f_2(2150)$	0 <sup>+(2<sup>+</sup>)</sup>	• $K_2'(1980)$	1/2(2 <sup>+</sup> )		
• $\omega(1420)$	0 <sup>-(1<sup>-</sup>)</sup>	• $\rho(2150)$	1 <sup>+(1<sup>-</sup>)</sup>	• $K_4(2045)$	1/2(4 <sup>+</sup> )		
• $f_2(1430)$	0 <sup>+(2<sup>+</sup>)</sup>	• $f_0(2200)$	0 <sup>+(0<sup>+</sup>)</sup>	• $K_2(2250)$	1/2(2 <sup>-</sup> )		
• $a_0(1450)$	1 <sup>-(0<sup>+</sup>)</sup>	• $f_j(2220)$	0 <sup>+(2 or 4<sup>+</sup>)</sup>	• $K_3(2320)$	1/2(3 <sup>+</sup> )		
• $\rho(1450)$	1 <sup>+(1<sup>-</sup>)</sup>	• $\eta(2225)$	0 <sup>+(0<sup>-</sup>)</sup>	• $K_5(2380)$	1/2(5 <sup>-</sup> )		
• $\eta(1475)$	0 <sup>+(0<sup>-</sup>)</sup>	• $f_3(2250)$	1 <sup>+(3<sup>-</sup>)</sup>	• $K_4(2500)$	1/2(4 <sup>-</sup> )		
• $f_0(1500)$	0 <sup>+(0<sup>+</sup>)</sup>	• $f_2(2300)$	0 <sup>+(2<sup>+</sup>)</sup>	• $K(2500)$	1/2(4 <sup>-</sup> )		
• $f_1(1510)$	0 <sup>+(1<sup>+</sup>)</sup>	• $f_4(2300)$	0 <sup>+(4<sup>+</sup>)</sup>	• $K(3100)$	? <sup>(? ?)</sup>		
• $f_2'(1525)$	0 <sup>+(2<sup>+</sup>)</sup>	• $f_2(2340)$	0 <sup>+(2<sup>+</sup>)</sup>	CHARMED ( $C = \pm 1$ )			
• $f_2(1565)$	0 <sup>+(2<sup>+</sup>)</sup>	• $f_5(2350)$	1 <sup>+(5<sup>-</sup>)</sup>	• $D^\pm$	1/2(0 <sup>-</sup> )		
• $h_1(1595)$	0 <sup>-(1<sup>-</sup>)</sup>	• $a_6(2450)$	1 <sup>-(6<sup>+</sup>)</sup>	• $D^0$	1/2(0 <sup>-</sup> )		
• $\pi_1(1600)$	1 <sup>-(1<sup>-</sup>)</sup>	• $f_6(2510)$	0 <sup>+(6<sup>+</sup>)</sup>	• $D^*(2007)^0$	1/2(1 <sup>-</sup> )		
• $a_1(1640)$	1 <sup>-(1<sup>+</sup>)</sup>	OTHER LIGHT		• $D^*(2010)^{\pm}$	1/2(1 <sup>-</sup> )		
• $f_2(1640)$	0 <sup>+(2<sup>+</sup>)</sup>	Further States		• $D_0^*(2400)^0$	1/2(0 <sup>+</sup> )		
• $\eta_2(1645)$	0 <sup>+(2<sup>-</sup>)</sup>	$b\bar{b}$		• $D_0^*(2400)^{\pm}$	1/2(0 <sup>+</sup> )		
• $\omega(1650)$	0 <sup>-(1<sup>-</sup>)</sup>	$bb$		• $D_{1240}(0^{\pm})$	1/2(1 <sup>+</sup> )		
• $\omega_3(1670)$	0 <sup>-(3<sup>-</sup>)</sup>	CHARMED, STRANGE ( $C = S = \pm 1$ )		• $D_1(2420)^{\pm}$	1/2(2 <sup>?</sup> )		
CHARMED, STRANGE ( $C = S = \pm 1$ )				• $D_1(2430)^0$	1/2(1 <sup>+</sup> )		
NON- $qq$ CANDIDATES				• $D_2^*(2460)^0$	1/2(2 <sup>+</sup> )		
NON- $qq$ CANDIDATES				• $D_2^*(2460)^{\pm}$	1/2(2 <sup>+</sup> )		
NON- $qq$ CANDIDATES				• $D^*(2640)^{\pm}$	1/2(7 <sup>?</sup> )		

159

130

## Baryon Summary Table

This short table gives the name, the quantum numbers (where known), and the status of baryons in the Review. Only the baryons with 3-star or 4-star status are included in the main Baryon Summary Table. Due to insufficient data or uncertain interpretation, the other entries in the short table are not established as baryons. The names with masses are of baryons that decay strongly. For  $N$ ,  $\Delta$ , and  $\Xi$  resonances, the partial wave is indicated by the symbol  $L_{2J,2J}$ , where  $L$  is the orbital angular momentum ( $S, P, D, \dots$ ),  $I$  is the isospin, and  $J$  is the total angular momentum. For  $\Lambda$  and  $\Sigma$  resonances, the symbol is  $L_{I,J}$ .

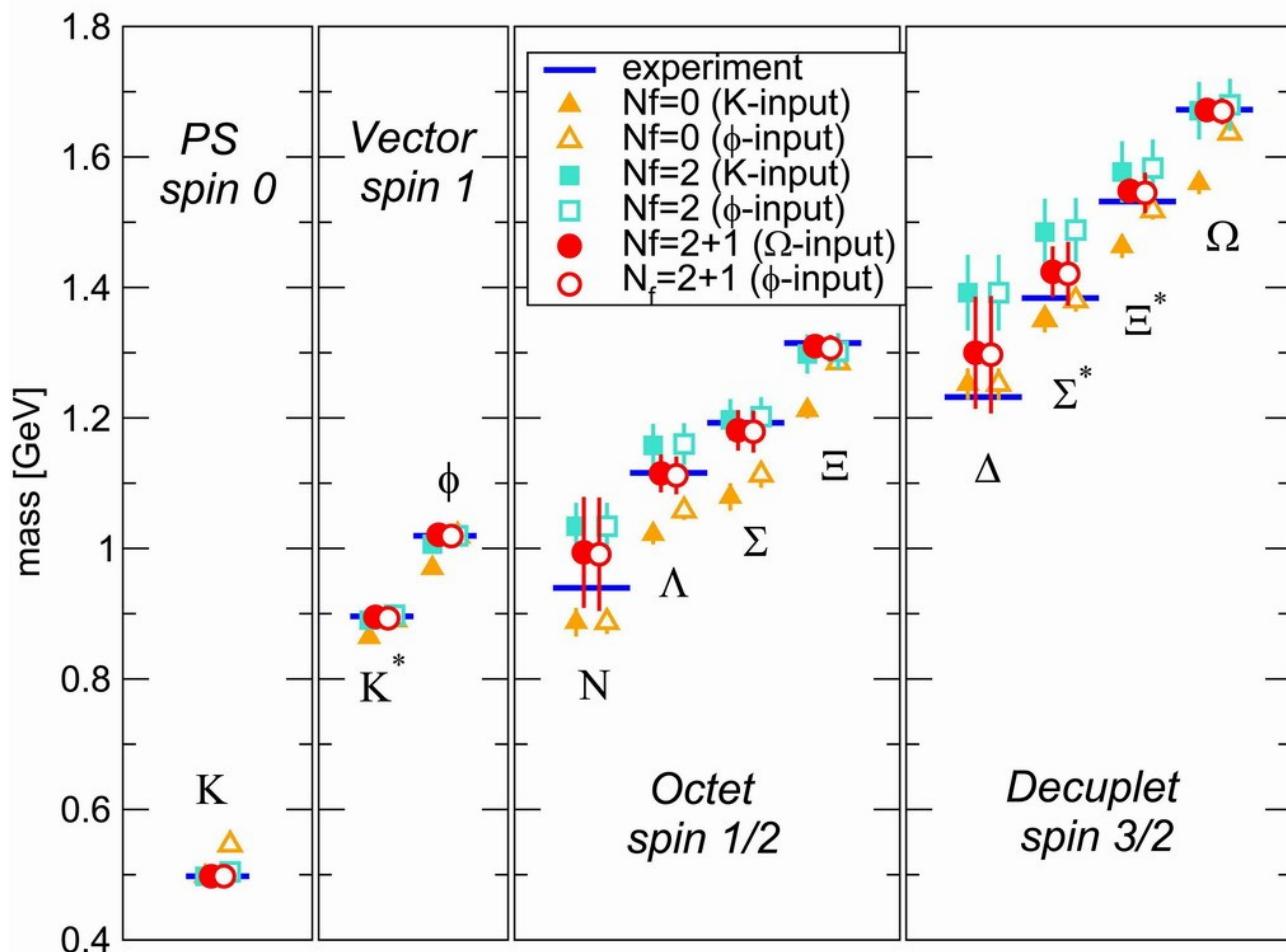
$p$	$P_{11}$	****	$\Delta(1232)$	$P_{33}$	****	$\Lambda$	$P_{01}$	****	$\Sigma^+$	$P_{11}$	****	$\Xi^0$	$P_{11}$	****
$n$	$P_{11}$	****	$\Delta(1600)$	$P_{33}$	***	$\Lambda(1405)$	$S_{01}$	****	$\Sigma^0$	$P_{11}$	****	$\Xi^-$	$P_{11}$	****
$N(1440)$	$P_{11}$	****	$\Delta(1620)$	$S_{31}$	****	$\Lambda(1520)$	$D_{03}$	****	$\Sigma^-$	$P_{11}$	****	$\Xi(1530)$	$P_{13}$	****
$N(1520)$	$D_{13}$	****	$\Delta(1700)$	$D_{33}$	****	$\Lambda(1600)$	$P_{01}$	***	$\Sigma(1385)$	$P_{13}$	****	$\Xi(1620)$		*
$N(1535)$	$S_{11}$	****	$\Delta(1750)$	$P_{31}$	*	$\Lambda(1670)$	$S_{01}$	****	$\Sigma(1480)$		*	$\Xi(1690)$		***
$N(1650)$	$S_{11}$	****	$\Delta(1900)$	$S_{31}$	**	$\Lambda(1690)$	$D_{03}$	****	$\Sigma(1560)$		**	$\Xi(1820)$	$D_{13}$	***
$N(1675)$	$D_{15}$	****	$\Delta(1905)$	$F_{35}$	****	$\Lambda(1800)$	$S_{01}$	***	$\Sigma(1580)$	$D_{13}$	*	$\Xi(1950)$		***
$N(1680)$	$F_{15}$	****	$\Delta(1910)$	$P_{31}$	****	$\Lambda(1810)$	$P_{01}$	***	$\Sigma(1620)$	$S_{11}$	**	$\Xi(2030)$		***
$N(1700)$	$D_{13}$	***	$\Delta(1920)$	$P_{33}$	***	$\Lambda(1820)$	$F_{05}$	****	$\Sigma(1660)$	$P_{11}$	***	$\Xi(2120)$		*
$N(1710)$	$P_{11}$	***	$\Delta(1930)$	$D_{35}$	***	$\Lambda(1830)$	$D_{05}$	****	$\Sigma(1670)$	$D_{13}$	****	$\Xi(2250)$		**
$N(1720)$	$P_{13}$	****	$\Delta(1940)$	$D_{33}$	*	$\Lambda(1890)$	$P_{03}$	****	$\Sigma(1690)$		**	$\Xi(2370)$		**
$N(1900)$	$P_{13}$	**	$\Delta(1950)$	$F_{37}$	****	$\Lambda(2000)$		*	$\Sigma(1750)$	$S_{11}$	***	$\Xi(2500)$		*
$N(1990)$	$F_{17}$	**	$\Delta(2000)$	$F_{35}$	**	$\Lambda(2020)$	$F_{07}$	*	$\Sigma(1770)$	$P_{11}$	*	$\Xi(2040)$	$D_{13}$	***
$N(2000)$	$F_{15}$	**	$\Delta(2150)$	$S_{31}$	*	$\Lambda(2100)$	$G_{07}$	****	$\Sigma(1775)$	$D_{15}$	****	$\Omega^-$		****
$N(2080)$	$D_{13}$	**	$\Delta(2200)$	$G_{37}$	*	$\Lambda(2110)$	$F_{05}$	***	$\Sigma(1840)$	$P_{13}$	*	$\Omega(2250)$		***
$N(2090)$	$S_{11}$	*	$\Delta(2300)$	$H_{39}$	**	$\Lambda(2325)$	$D_{03}$	*	$\Sigma(1880)$	$P_{11}$	**	$\Omega(2380)$		**
$N(2100)$	$P_{11}$	*	$\Delta(2350)$	$D_{35}$	*	$\Lambda(2350)$	$H_{09}$	***	$\Sigma(1915)$	$F_{15}$	***	$\Omega(2470)$		**
$N(2190)$	$G_{17}$	***	$\Delta(2390)$	$F_{37}$	*	$\Lambda(2390)$	$D_{13}$	***	$\Sigma(1940)$	$D_{13}$	***	$\Xi(2080)$		**
$N(2200)$	$D_{15}$	**	$\Delta(2400)$	$G_{39}$	**	$\Lambda(2400)$		*	$\Sigma(2000)$	$S_{11}$	*	$\Lambda_c^+$		****
$N(2220)$	$H_{19}$	****	$\Delta(2420)$	$H_{3,11}$	****	$\Lambda(2420)$		*	$\Sigma(2030)$	$F_{17}$	****	$\Lambda_c(2593)^+$		***
$N(2250)$	$G_{19}$	****	$\Delta(2750)$	$I_{3,13}$	**	$\Lambda(2750)$		*	$\Sigma(2070)$	$F_{15}$	*	$\Lambda_c(2625)^+$		***
$N(2600)$	$I_{1,11}$	***	$\Delta(2950)$	$K_{3,15}$	**	$\Lambda(2950)$		*	$\Sigma(2080)$	$P_{13}$	**	$\Lambda_c(2765)$		*
$N(2700)$	$K_{1,13}$	**	$\Theta(1540)^+$		*	$\Lambda(2100)$	$G_{17}$	*	$\Sigma(2120)$	$G_{17}$	*	$\Lambda_c(2880)^+$		**
$\Sigma(2250)$														
$\Sigma(2455)$														
$\Sigma(2620)$														
$\Sigma(3000)$														
$\Sigma(3170)$														
$\Xi_c(2464)$														
$\Xi_c(2790)$														
$\Xi_c(2815)$														
$\Omega_c^0$														
$\Xi_c^+$														
$\Xi_c^0$														
$\Xi_c^-$														
$\Xi_c^{0+}$														
$\Lambda_b^0$														
$\Xi_b^-$														
$\Xi_b^-$														

# SU(2) glue SU(3) glue 2qQCD (2+1)QCD

Wilson non-perturbatively improved Fermions  
“WORKING HORSE” of lattice QCD calculations

Y. Kuramashi Lattice 2007

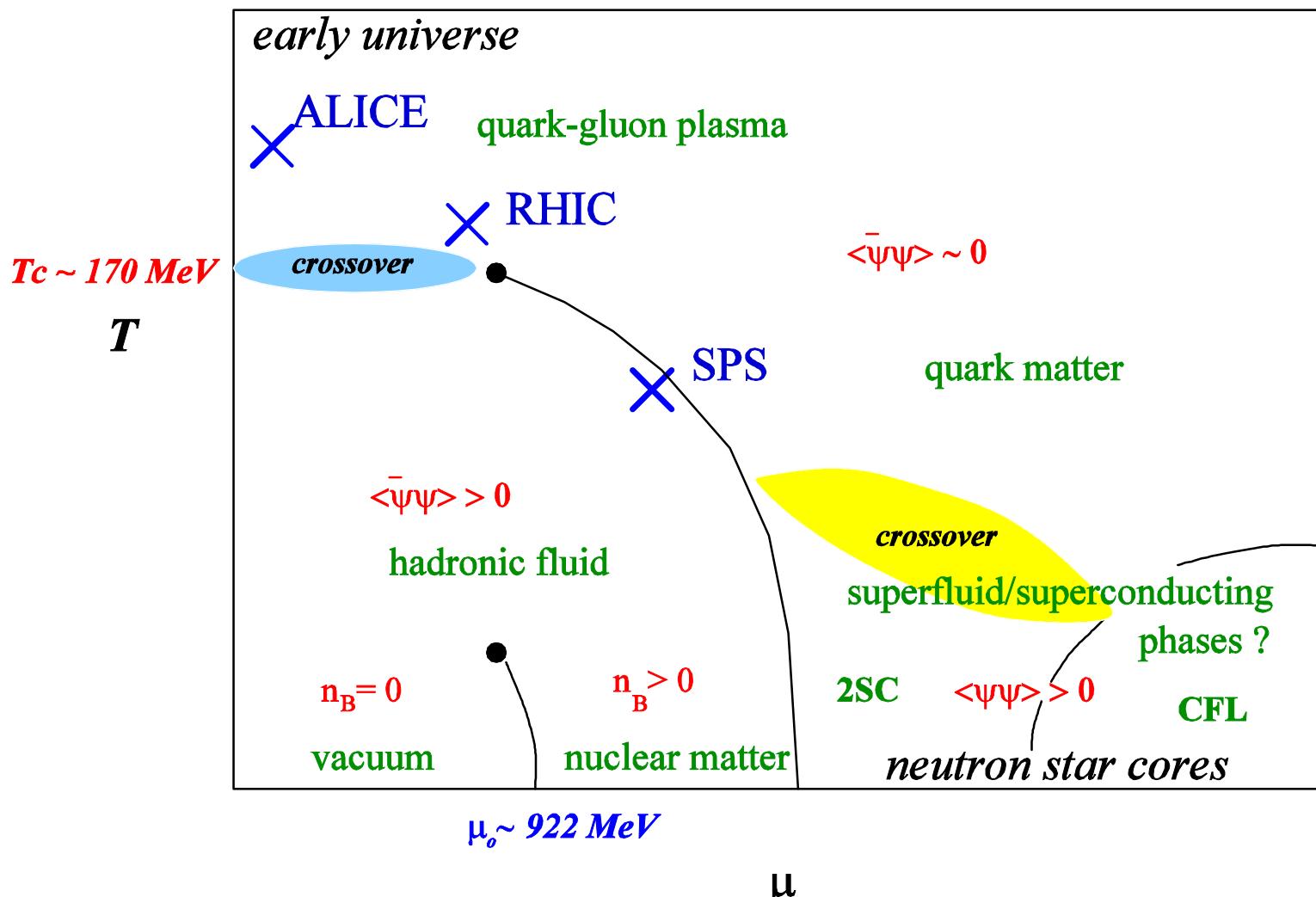
Iwasaki gauge action +  
clover quarks  
 $a^{-1} = 2.2 \text{ GeV}$ ,  
lattice size:  $32^3 \times 64$



SU(2) glue SU(3) glue 2qQCD (2+1)QCD

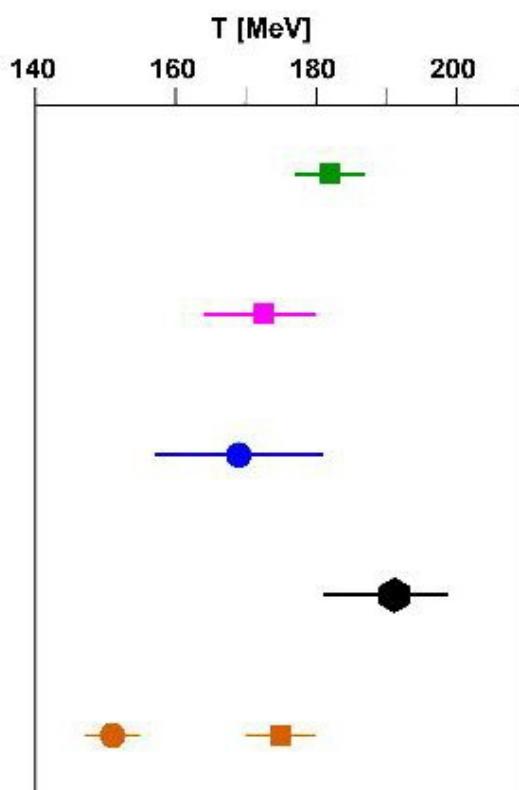
# Finite Temperature

# Фазовая Диаграмма КХД

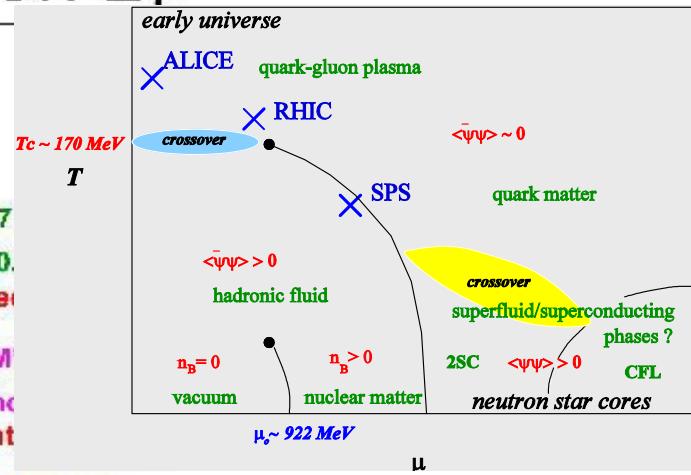


# Фазовая Диаграмма КХД

## Summary of recent results on $T_c$



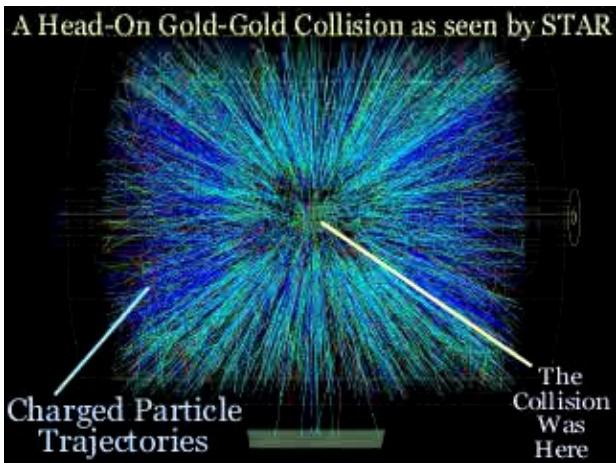
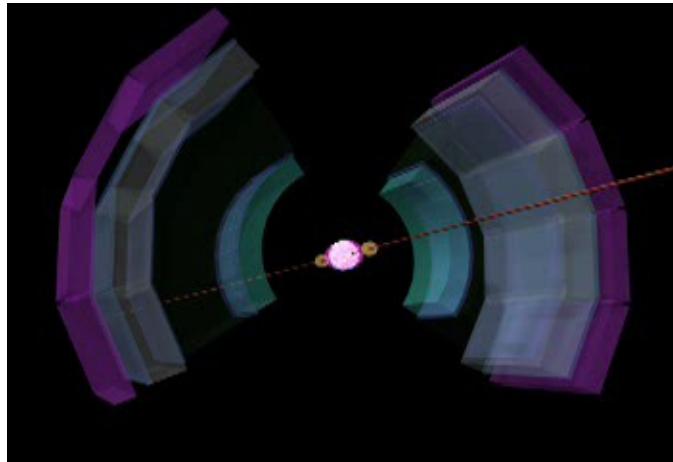
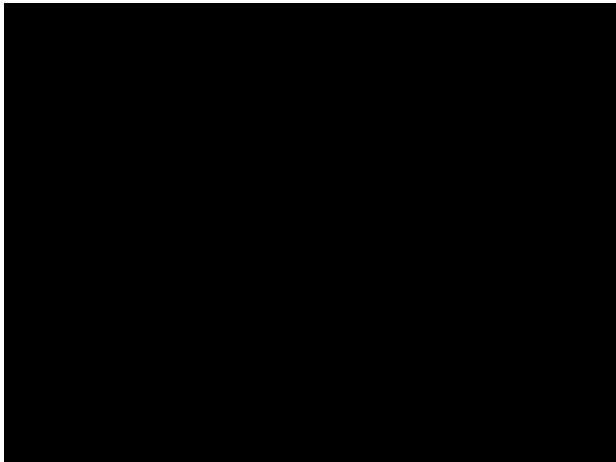
● chiral      ■ deconfinement      ● chiral+deconfinement



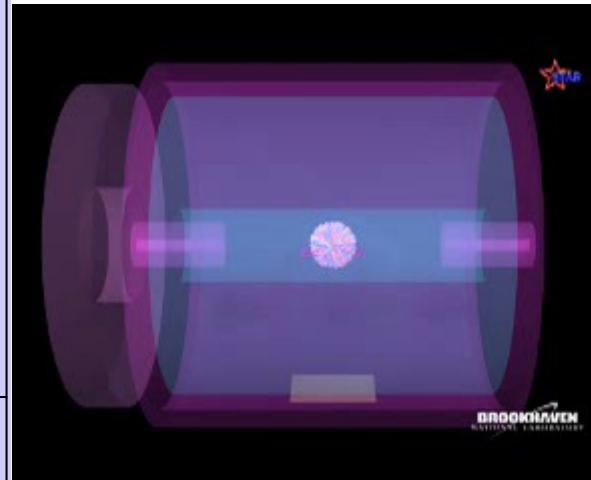
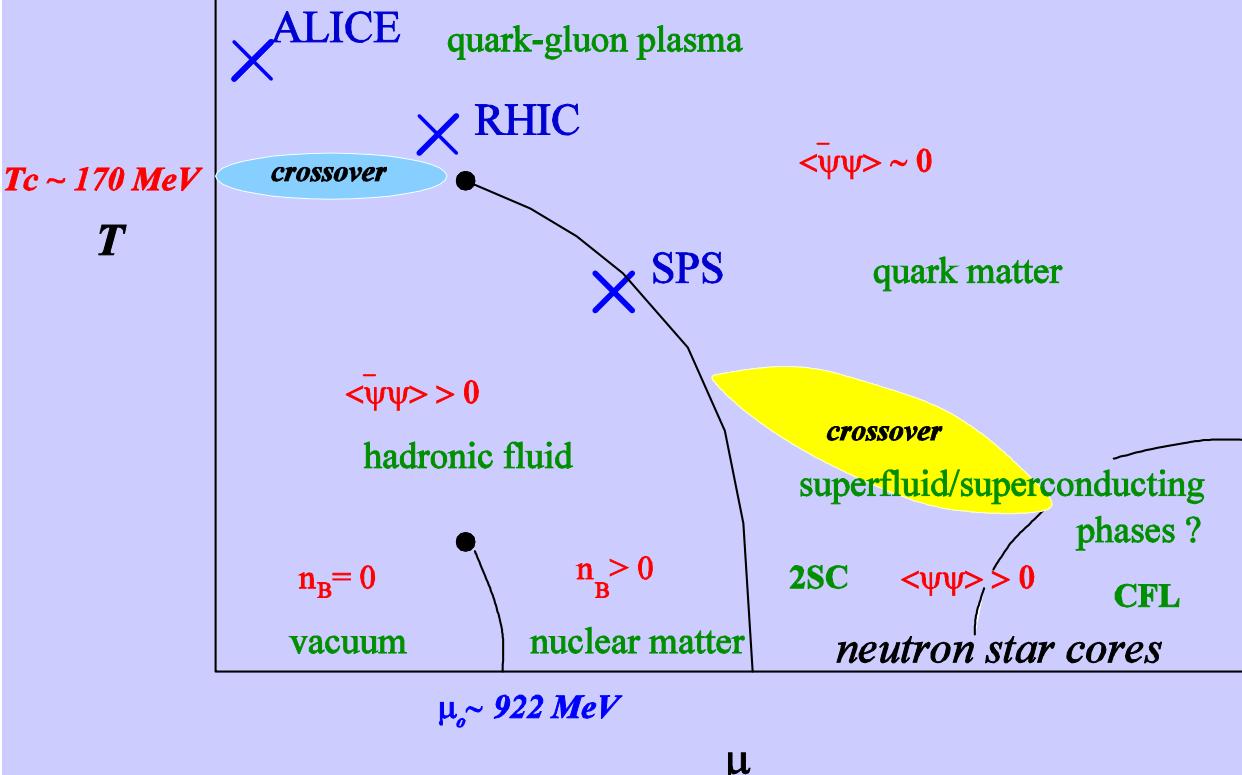


SU(2) glue SU(3) glue

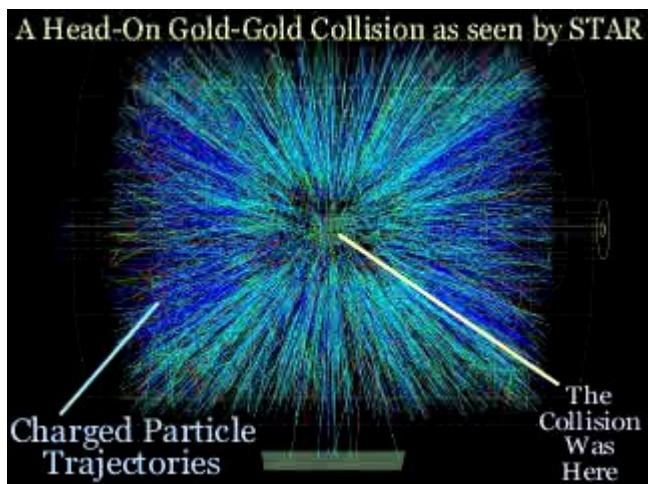
2qQCD(2+1)QCD



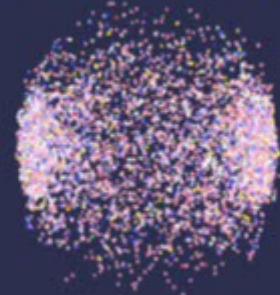
*early universe*



**RHIC**



**RHIC Collisions**



# Lattice gluodynamics at strong magnetic fields

**P.V.Buividovich** (*ITEP, Moscow, Russia and JINR, Dubna, Russia*),

**M.N.Chernodub** (*LMPT, Tours University, France and ITEP, Moscow*),

**E.V.Luschevskaya** (*ITEP, Moscow, Russia and JINR, Dubna, Russia*),

**M.I.Polikarpov** (*ITEP, Moscow, Russia*)



I use a lot of slides made by

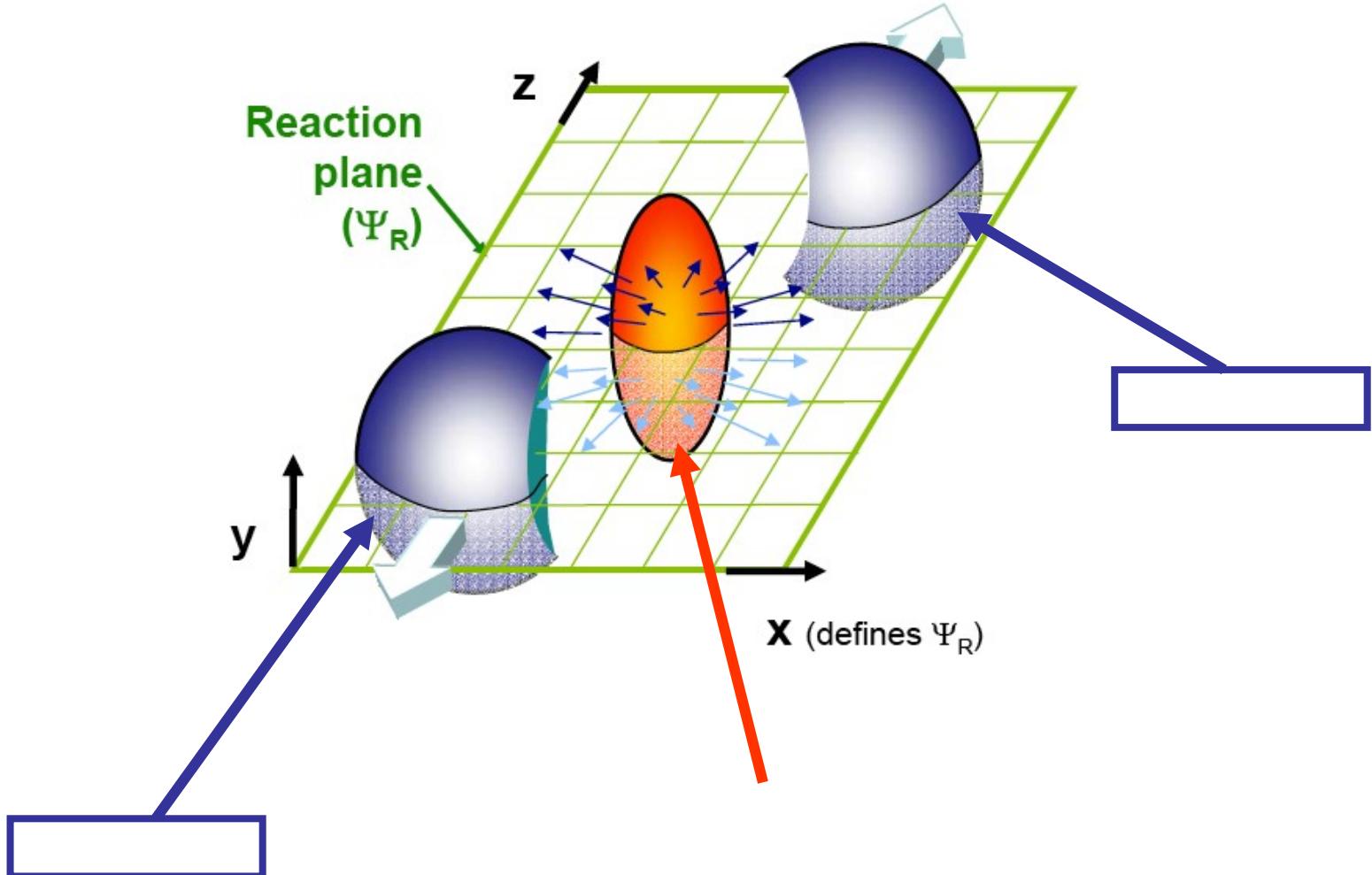
M.N. Chernodub and P.V. Buividovich and some made by D.E. Kharzeev

## II Strong magnetic fields in heavy ion collisions

- Lattice simulations with magnetic fields
- Chiral Magnetic Effect [generation of the electric current of quarks directed along the magnetic field]
- Chiral symmetry breaking
- Magnetization of the vacuum
- Electric dipole moment of quark along the direction of the magnetic field

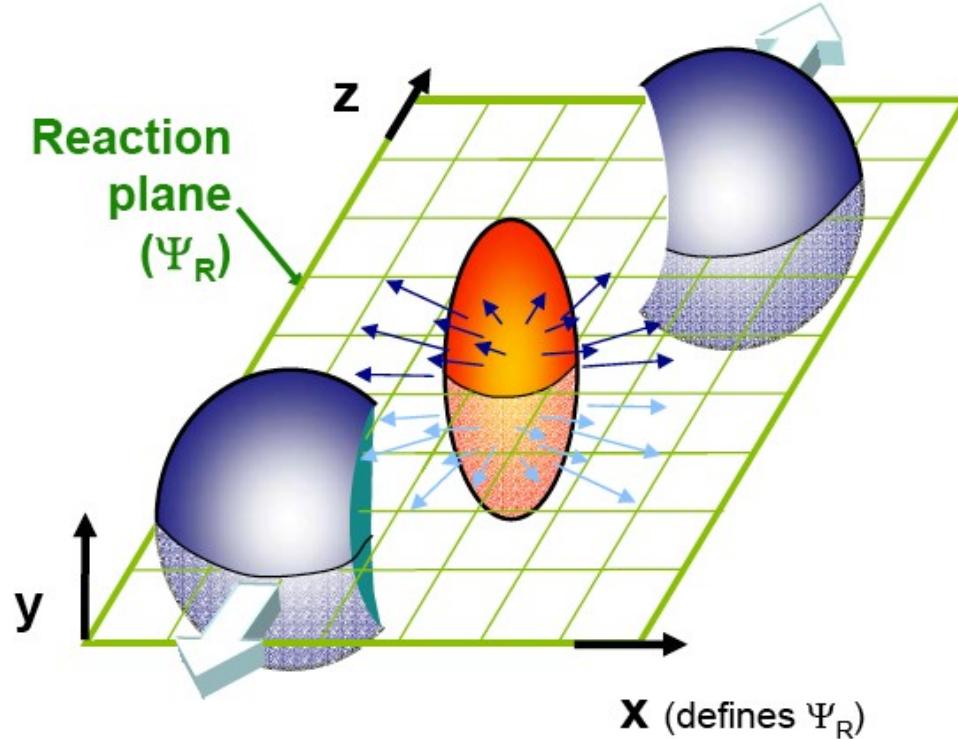
# Magnetic fields in non-central collisions

[Fukushima, Kharzeev, Warringa, McLerran '07-'08]

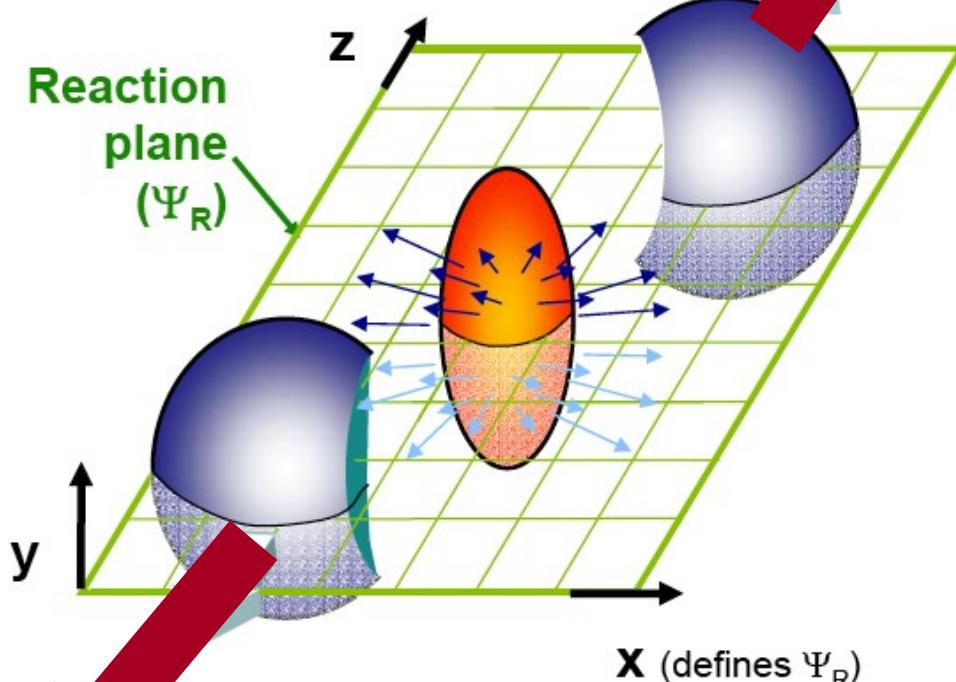


# Magnetic fields in non-central collisions

[Fukushima, Kharzeev, Warringa, McLerran '07-'08]



# Magnetic fields in non-central collisions



Charge is large  
Velocity is high

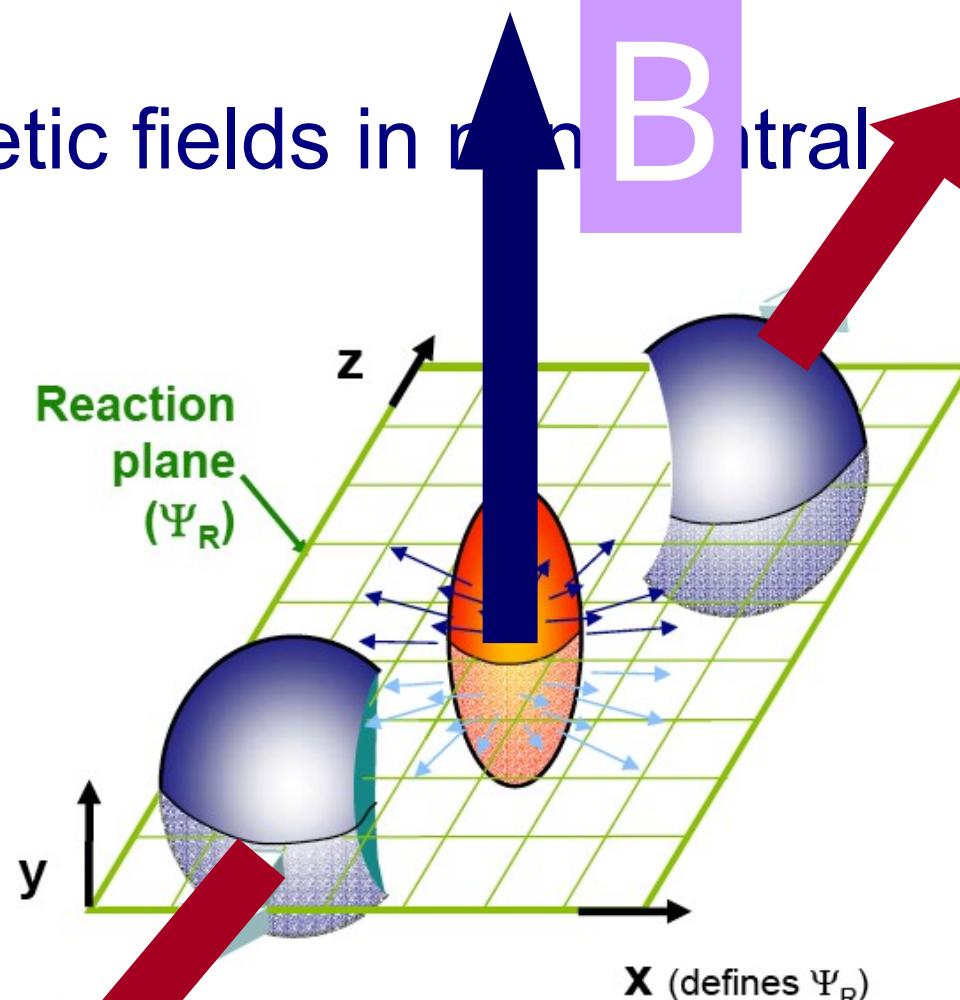
Thus we have  
two very big  
currents

The medium is filled by electrically charged particles

Large orbital momentum, perpendicular to the reaction plane

Large magnetic field along the direction of the orbital momentum

# Magnetic fields in non-central collisions



Two very big currents produce a very big magnetic field

The medium is filled by electrically charged particles

Large orbital momentum, perpendicular to the reaction plane

Large magnetic field along the direction of the orbital momentum

# Comparison of magnetic fields



The Earth's magnetic field 0.6 Gauss



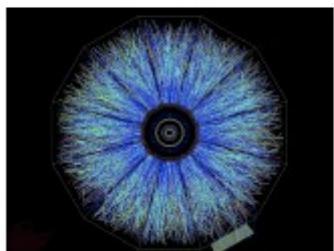
A common, hand-held magnet 100 Gauss  
The strongest steady magnetic fields achieved so far in the laboratory  $4.5 \times 10^5$  Gauss



Typical surface, polar magnetic fields of radio pulsars  $10^{13}$  Gauss

Surface field of Magnetars  $10^{15}$  Gauss

<http://solomon.as.utexas.edu/~duncan/magnetar.html>



Off central Gold-Gold Collisions at 100 GeV per nucleon  
 $eB(\tau=0.2 \text{ fm}) = 10^3 \sim 10^4 \text{ MeV}^2 \sim 10^{17} \text{ Gauss}$

# Magnetic forces are of the order of strong interaction forces

*first time in my life I see such effect*

$$eB \approx \Lambda_{QCD}^2$$

# Magnetic forces are of the order of strong interaction forces

*first time in my life I see such effect*

$$eB \approx \Lambda_{QCD}^2$$

We expect the influence of magnetic field on strong interaction physics

# Magnetic forces are of the order of strong interaction forces

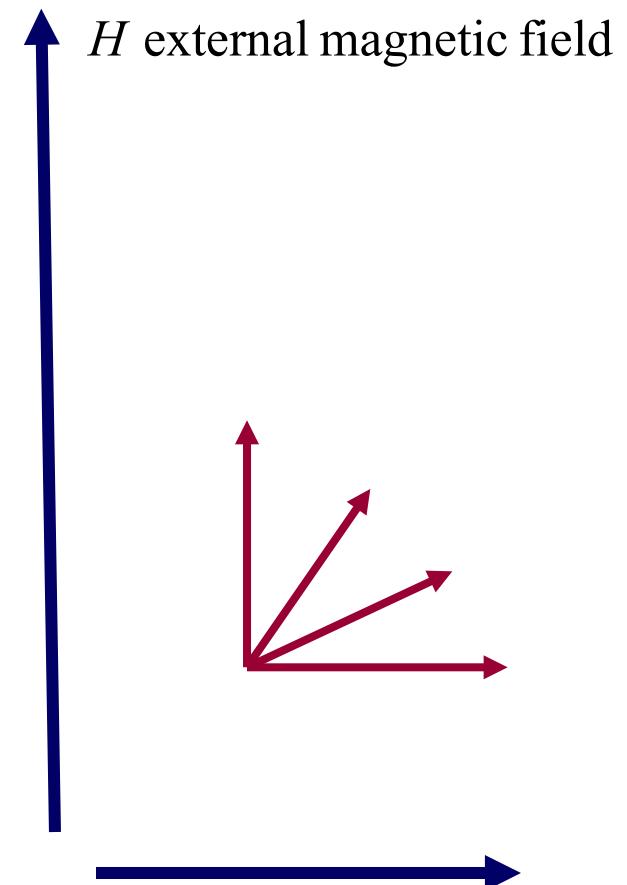
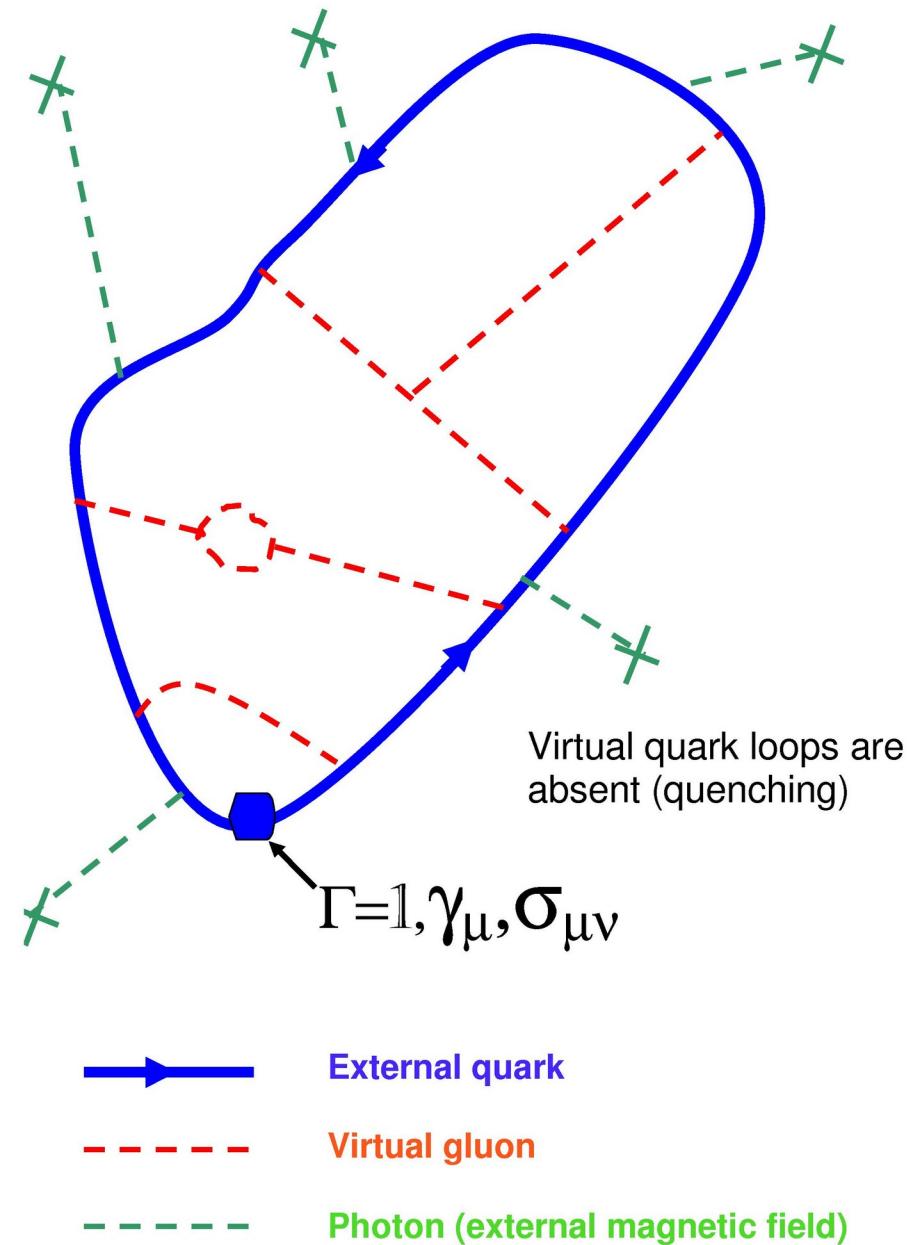
*first time in my life I see such effect*

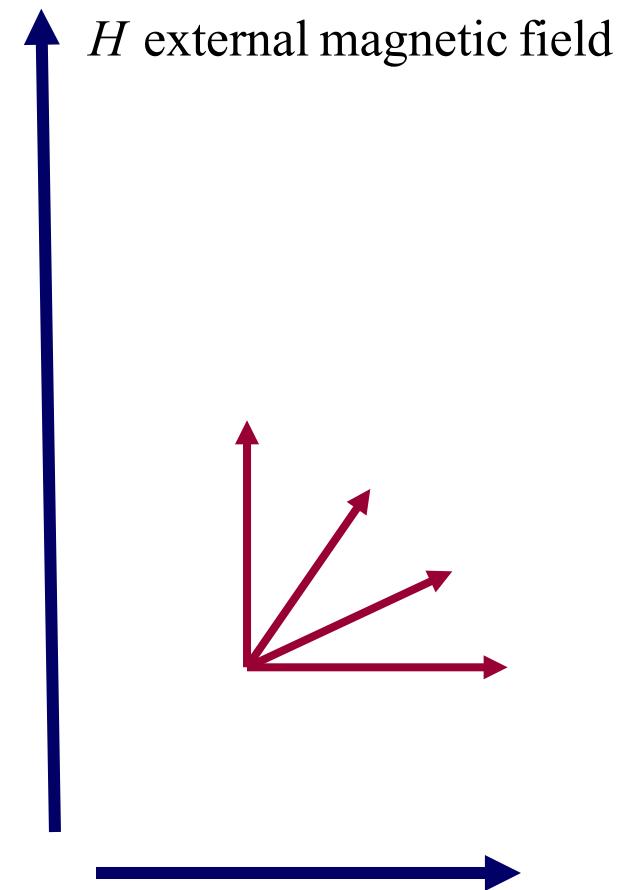
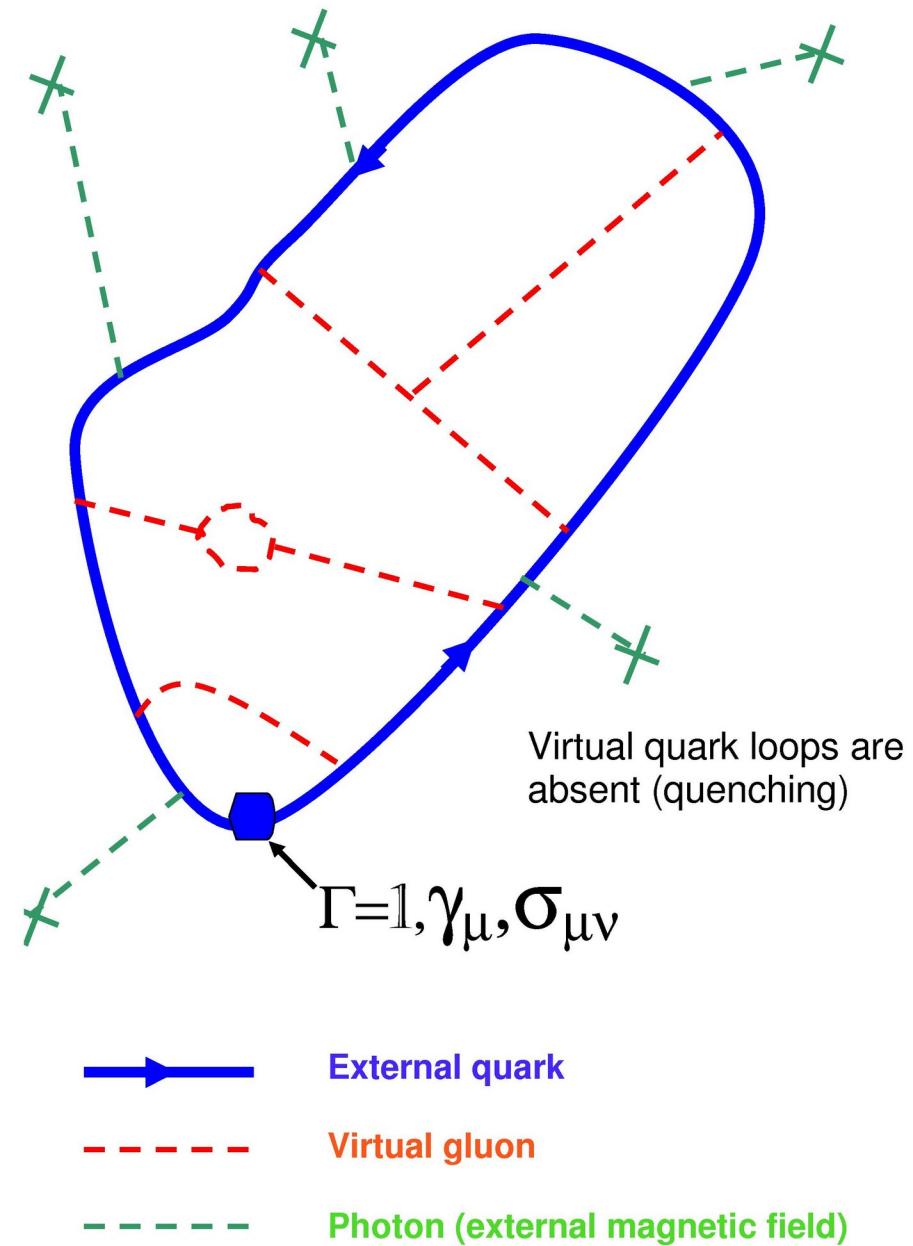
$$eB \approx \Lambda_{QCD}^2$$

We expect the influence of magnetic field on  
strong interaction physics  
The effects are nonperturbative,  
it is impossible to perform analytic calculations  
and we use

Lattice Calculations

$$\langle \bar{\psi} \Gamma \psi \rangle; \Gamma = 1, \gamma_\mu, \sigma_{\mu\nu}$$





# Quenched vacuum, overlap Dirac operator, external magnetic field

$$eB = \frac{2\pi q k}{L^2}; eB \geq 250 \text{ MeV}$$

# Chiral Magnetic Effect

[Fukushima, Kharzeev, Warringa, McLerran '07-'08]

**Electric current appears at regions**

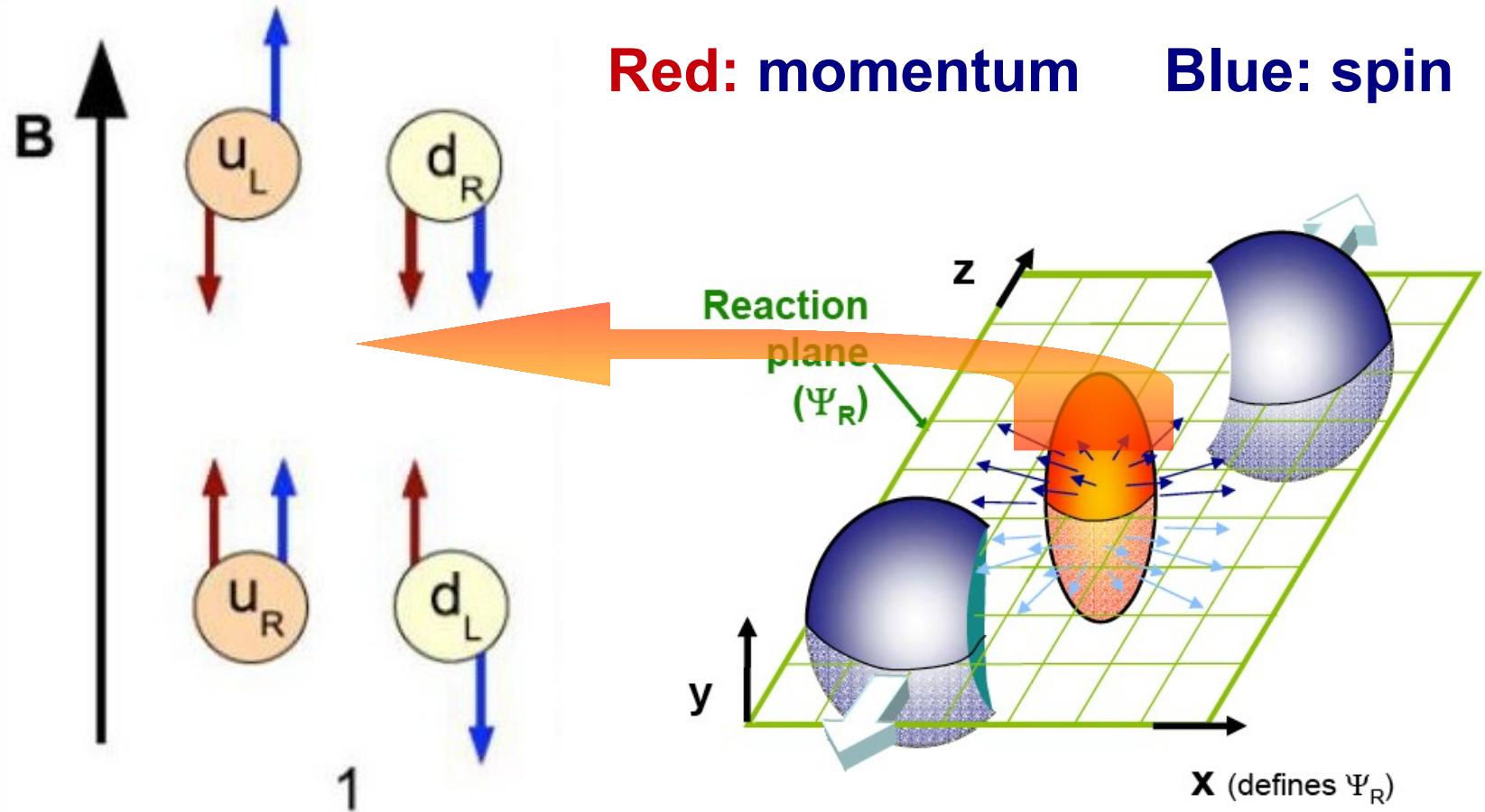
- 1. with non-zero topological charge density**
- 2. exposed to external magnetic field**

***Experimentally observed at RHIC :***

**charge asymmetry of produced particles at heavy ion collisions**

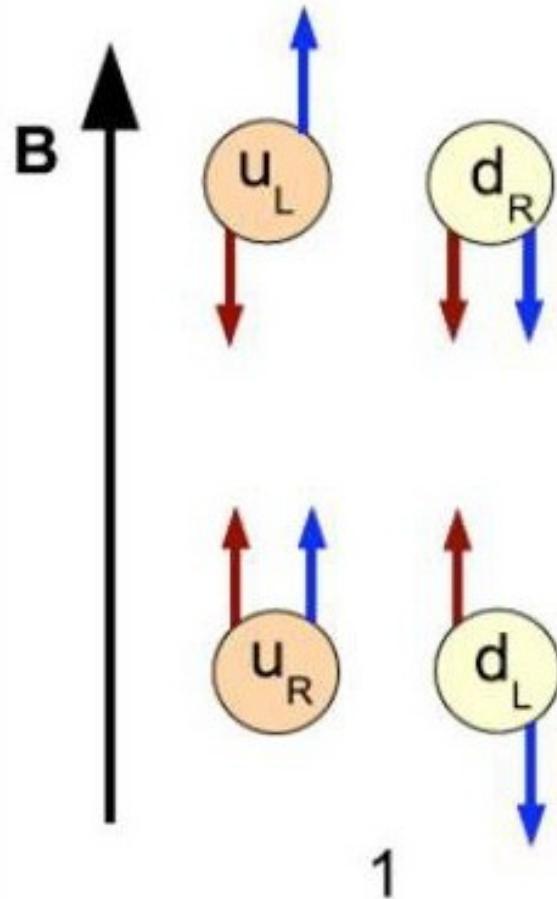
# Chiral Magnetic Effect by Fukushima, Kharzeev, Warringa, McLerran

## 1. Massless quarks in external magnetic field.



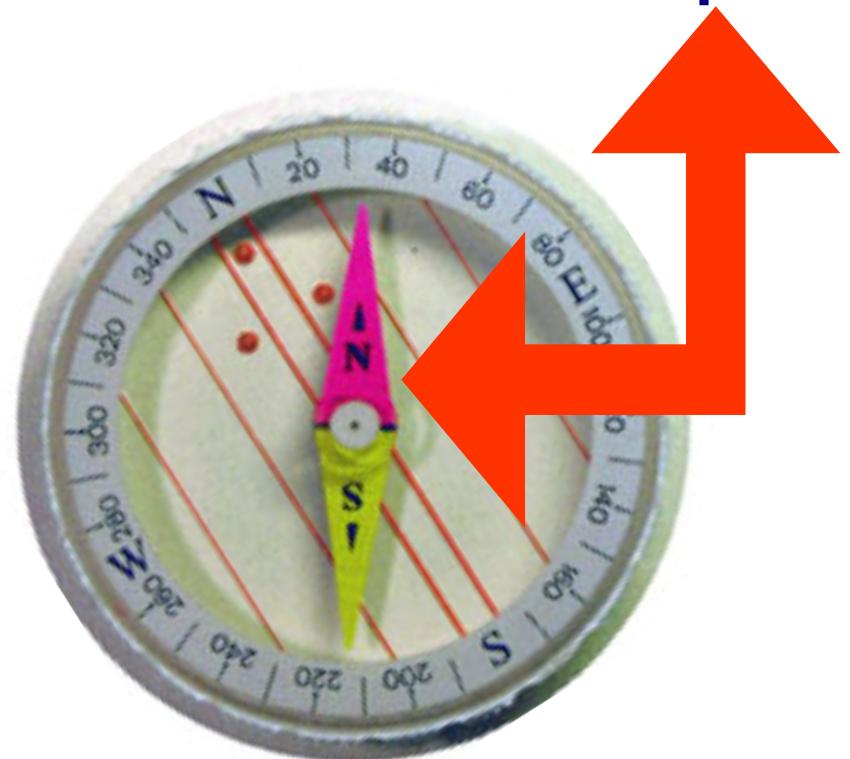
# Chiral Magnetic Effect by Fukushima, Kharzeev, Warringa, McLerran

## 1. Massless quarks in external magnetic field.



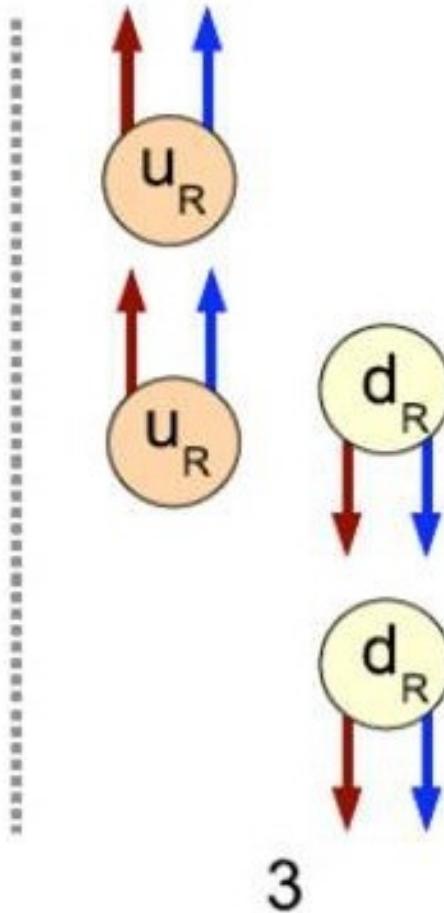
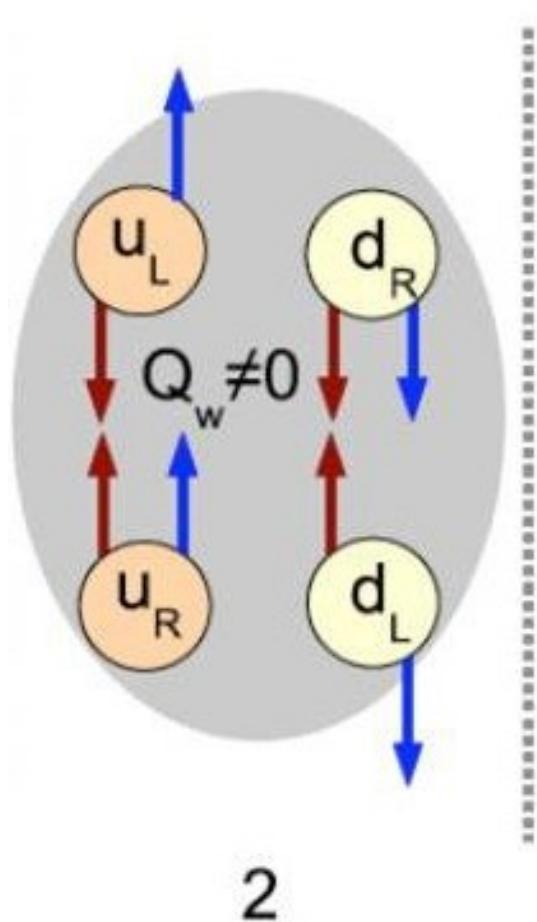
Red: momentum

Blue: spin



# Chiral Magnetic Effect by Fukushima, Kharzeev, Warringa, McLerran

## 2. Quarks in the instanton field.



**Red: momentum**  
**Blue: spin**

**Effect of topology:**

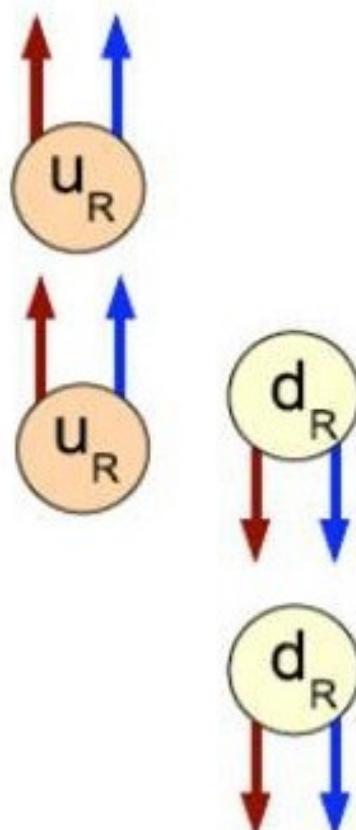
$$u_L \rightarrow u_R$$

$$d_L \rightarrow d_R$$

# Chiral Magnetic Effect by Fukushima, Kharzeev, Warringa, McLerran

## 3. Electric current along magnetic field

Red: momentum  
Blue: spin



Effect of topology:

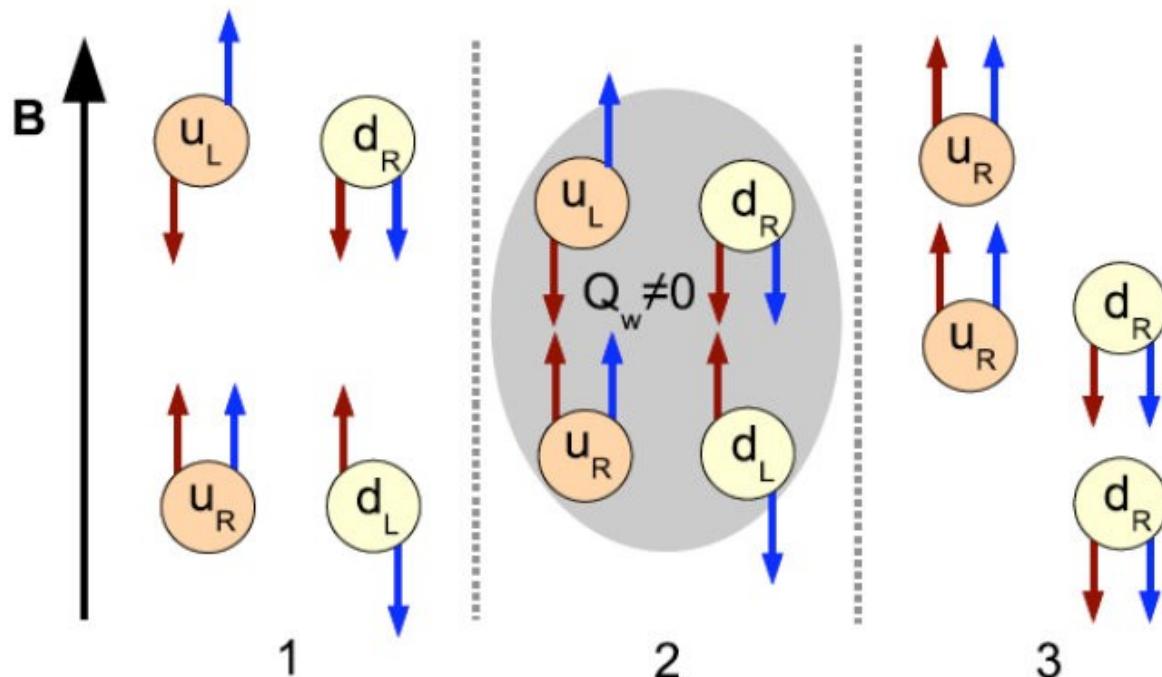
$$u_L \rightarrow u_R$$

$$d_L \rightarrow d_R$$

u-quark:  $q=+2/3$   
d-quark:  $q= - 1/3$

# Chiral Magnetic Effect by Fukushima, Kharzeev, Warringa, McLerran

## 3. Electric current is along magnetic field In the *instanton* field



Red: momentum  
Blue: spin

Effect of topology:

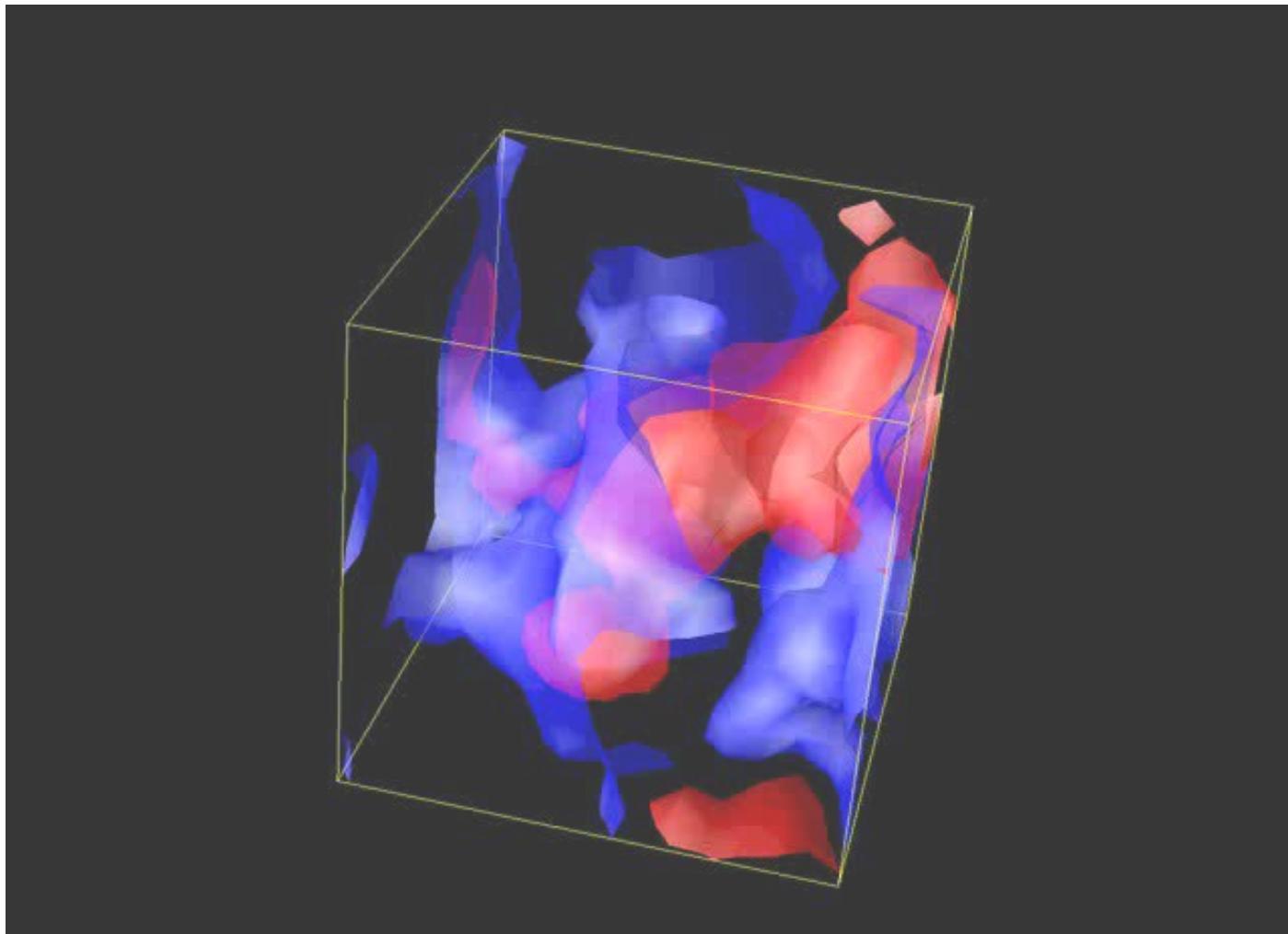
$u_L \rightarrow u_R$

$d_L \rightarrow d_R$

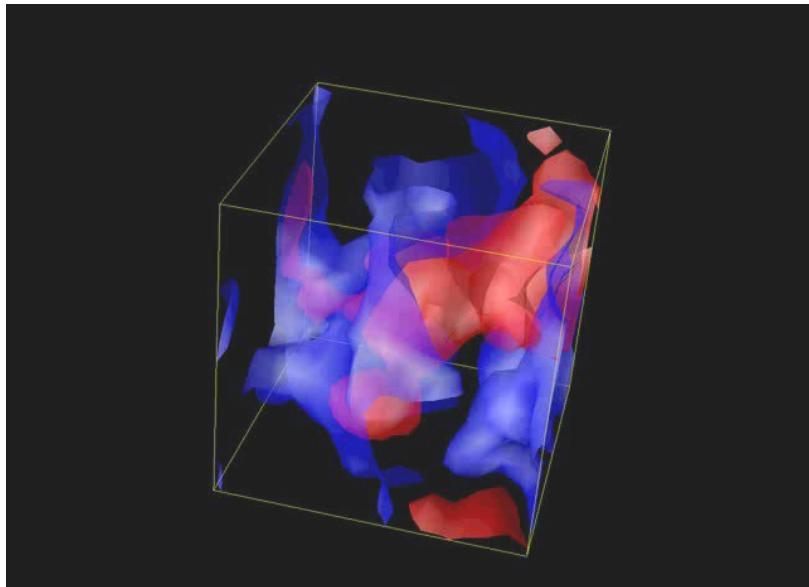
u-quark:  $q=+2/3$

d-quark:  $q= - 1/3$

# Topological charge density in quantum QCD vacuum has fractal structure



# Topological charge density in quantum QCD vacuum has fractal structure



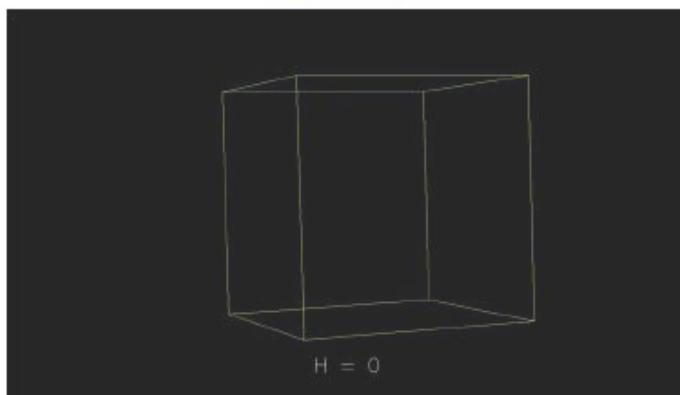
In quantum vacuum we expect big fluctuations of charge squared

$$\langle j_3 \rangle = 0; \quad \langle j_3^2 \rangle \neq 0;$$

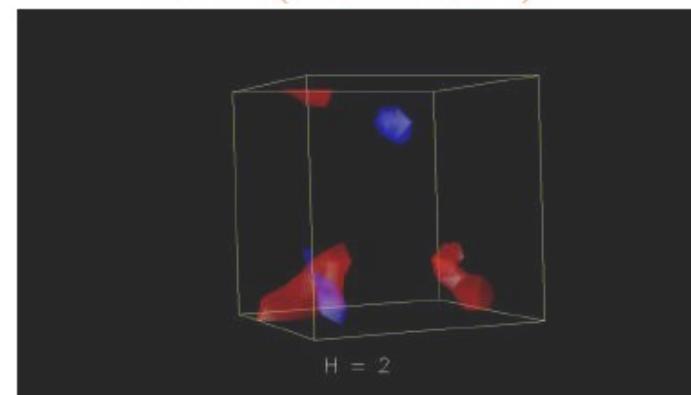
# Chiral Magnetic Effect on the lattice, charge separation

Density of the electric charge vs. magnetic field

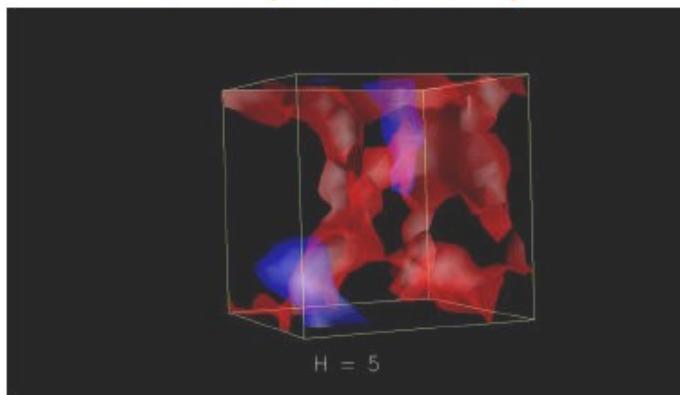
$$B = 0$$



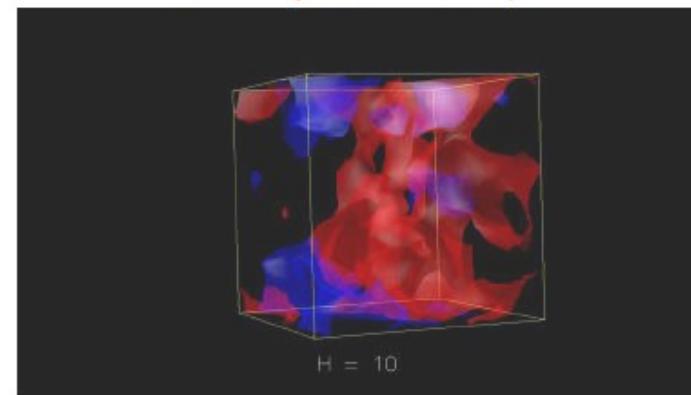
$$B = (500 \text{ MeV})^2$$



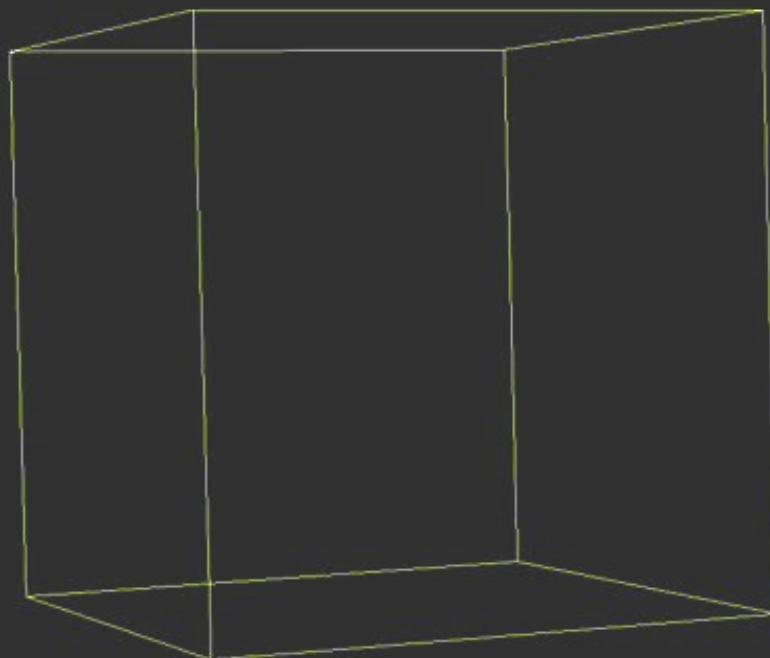
$$B = (780 \text{ MeV})^2$$



$$B = (1.1 \text{ GeV})^2$$



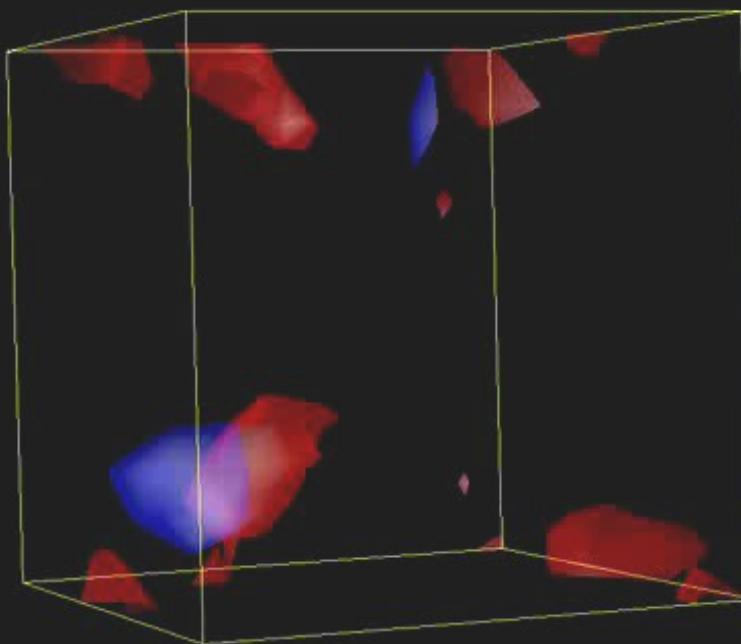
# Chiral Magnetic Effect on the lattice, electric charge density, effect of magnetic field increasing



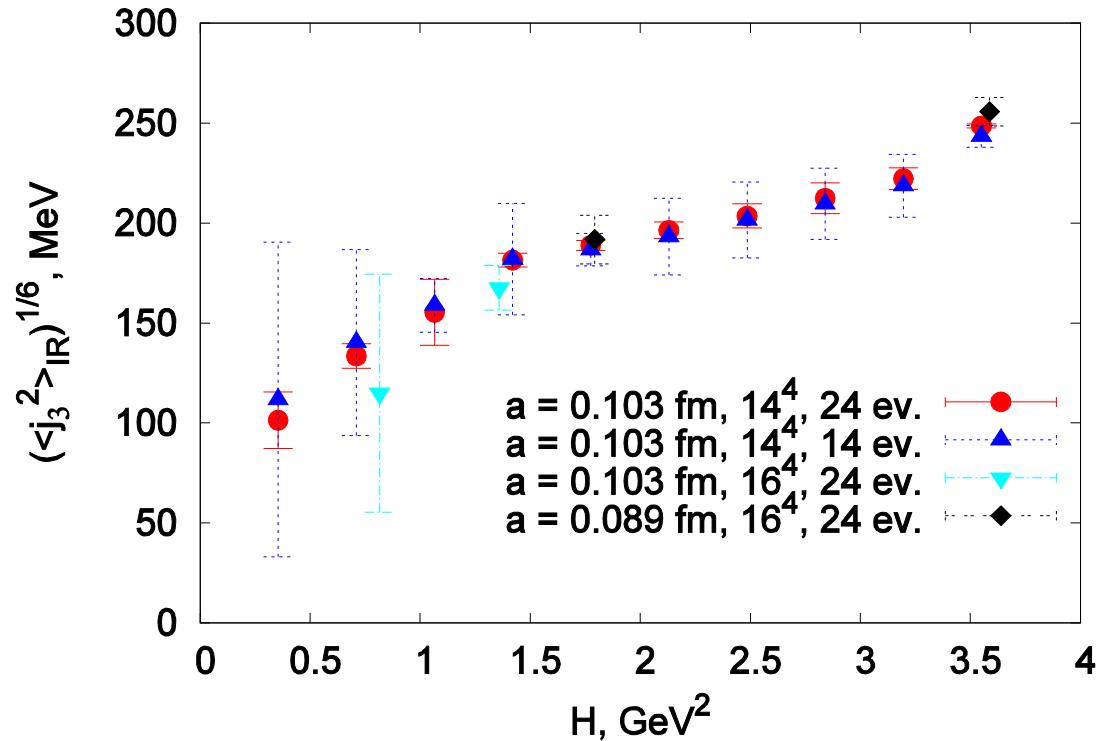
$$H = 0$$

# Chiral Magnetic Effect on the lattice, Non-zero field, subsequent time slices

## Electric charge density



# Chiral Magnetic Effect on the lattice, numerical results nearzero

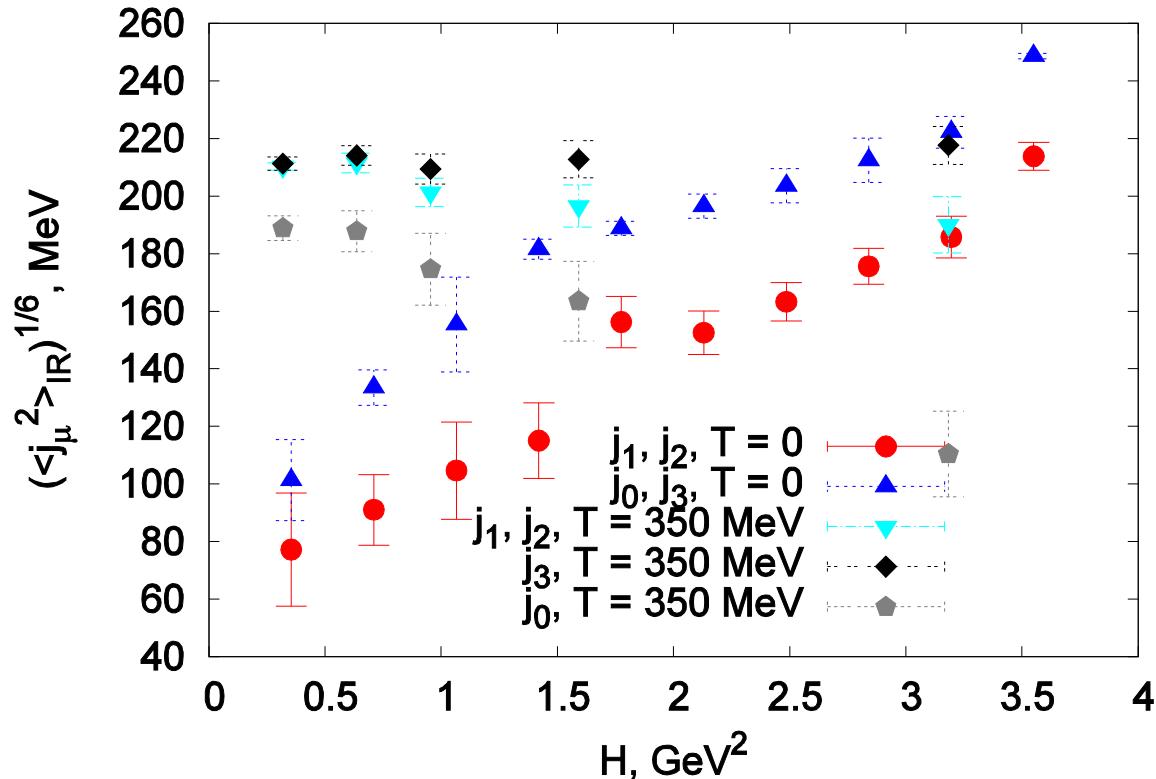


$$\langle j_3^2 \rangle_{IR} = \langle j_3^2(H, T) \rangle - \langle j_3^2(0, 0) \rangle, \quad j_3 = \bar{\psi} \gamma_3 \psi$$

# Chiral Magnetic Effect on the lattice, numerical results

## nearTc and nearzero

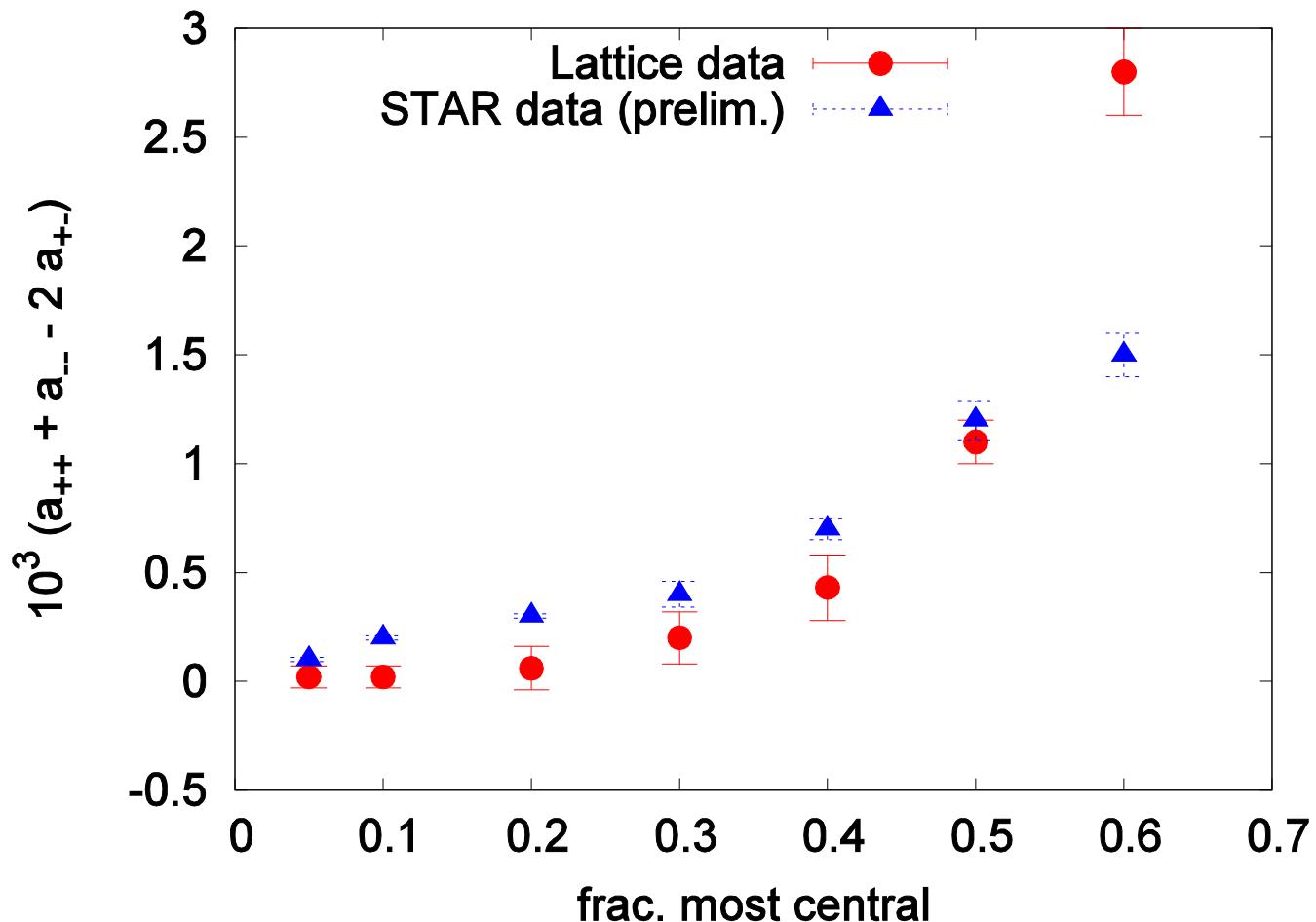
$T = 0$   
 $F_{12} \neq 0$   
 $\langle j_1^2 \rangle = \langle j_2^2 \rangle$   
 $\langle j_3^2 \rangle = \langle j_0^2 \rangle$



$T > 0$   
 $F_{12} \neq 0$   
 $\langle j_1^2 \rangle = \langle j_2^2 \rangle$   
 $\langle j_3^2 \rangle \neq \langle j_0^2 \rangle$

$$\langle j_i^2 \rangle_{IR} = \langle j_i^2(H, T) \rangle - \langle j_i^2(0, 0) \rangle, \quad j_i = \bar{\psi} \gamma_i \psi$$

# Chiral Magnetic Effect, EXPERIMENT VS LATTICE DATA (Au+Au)



# Chiral Magnetic Effect, EXPERIMENT VS LATTICE DATA

$$a_{ab} = \frac{1}{N_e} \sum_{e=1}^{N_e} \frac{1}{N_a N_b} \sum_{i=1}^{N_a} \sum_{j=1}^{N_b} \cos(\phi_{ia} + \phi_{jb})$$

$$\frac{\langle (\Delta Q)^2 \rangle}{N_q^2} = a_{++} + a_{--} - 2a_{+-}$$

experiment

$R \approx 5 \text{ fm}$   
 $\rho \approx 0.2 \text{ fm}$   
 $\tau \approx 1 \text{ fm}$

$$= \frac{4\pi\tau^2\rho^2R^2}{3N_q^2} \left( \langle j_{\parallel}^2 \rangle + 2\langle j_{\perp}^2 \rangle \right)$$



our fit

our lattice data at  $T=350 \text{ Mev}$

# Preliminary results: conductivity of the vacuum

## Qualitative definition of conductivity □

$$\langle j_\mu(x) j_\nu(y) \rangle = C + A \cdot \exp\{-m|x-y|\}$$

$$\sigma \propto C$$

# Preliminary results: conductivity of the vacuum

$$\sigma_{ij} = \frac{\rho_{ij}(0)}{4T} \quad \text{- conductivity}$$

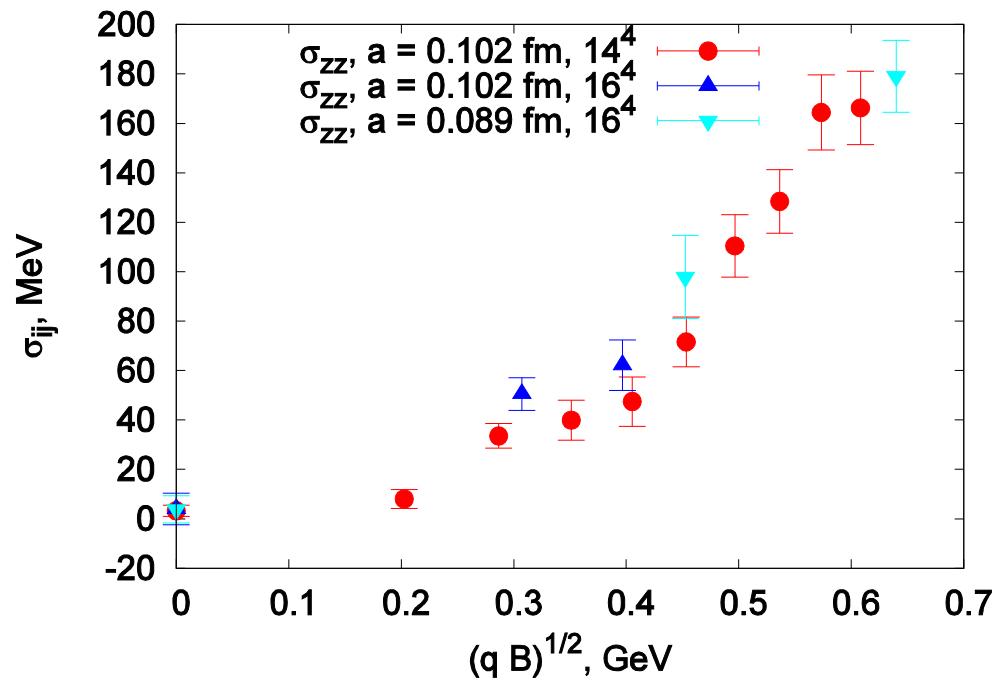
$$G_{ij}(\tau) = \int_0^{+\infty} \frac{dw}{2\pi} K(w, \tau) \rho_{ij}(w),$$

$$K(w, \tau) = \frac{w}{2T} \frac{\cosh(w(\tau - \frac{1}{2T}))}{\sinh(\frac{w}{2T})},$$

$$G_{ij}(\tau) = \int d^3\vec{x} \langle j_i(\vec{0}, 0) j_j(\vec{x}, \tau) \rangle$$

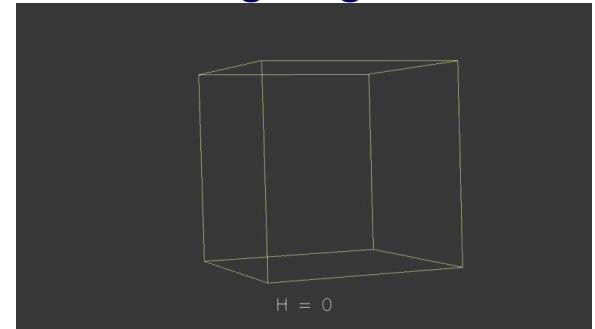
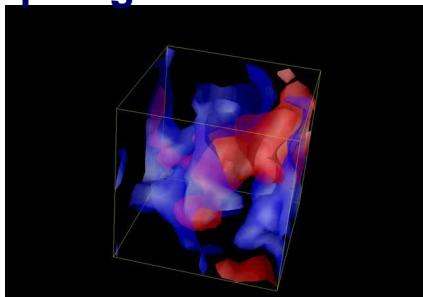
# Preliminary results: conductivity of the vacuum

## Conductivity at T=0

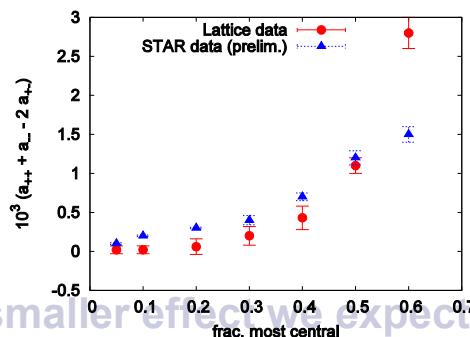


# Lessons from computer calculations

1. In the vacuum of QCD we observe the charge separation in the strong magnetic field, the topological structure is complicated



2. We can explain the STAR experimental data, but the growth of asymmetry is due to the kinematical factor, and is not related to the growth of the magnetic field



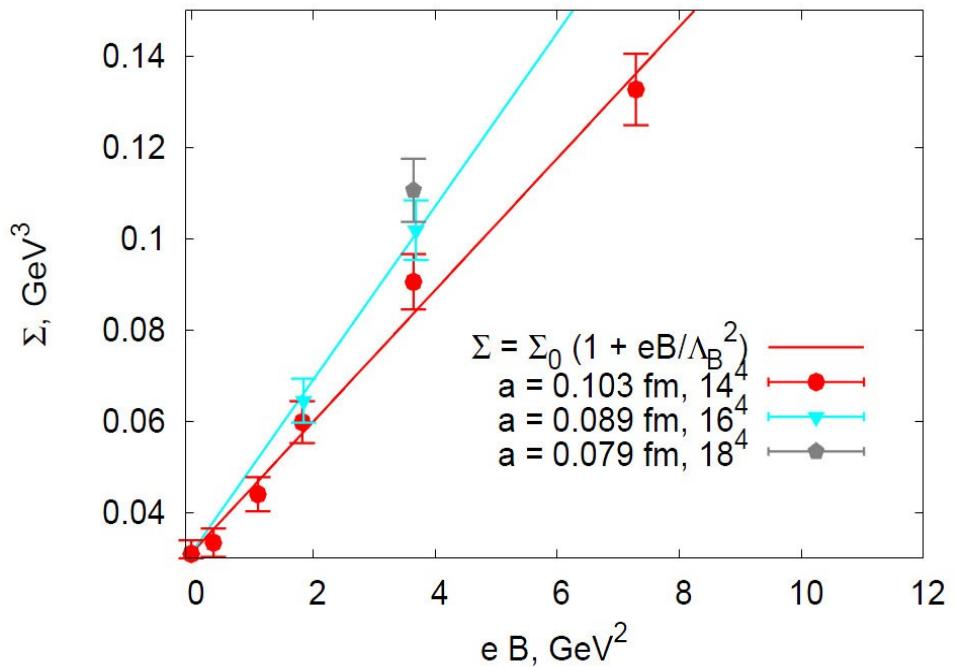
3. The larger is the quark mass the smaller effect we expect, thus it is important to measure the asymmetry for mesons containing S and C quarks

## 2. Chiral condensate in QCD

$$\Sigma = - \langle \bar{\psi} \psi \rangle$$

$$m_\pi^2 f_\pi^2 = m_q \langle \bar{\psi} \psi \rangle$$

# Chiral condensate vs. field strength



$$\Sigma = \Sigma_0 \left( 1 + \frac{eB}{\Lambda_B^2} \right)$$

- ▶ Our value for  $\Lambda_B$ :

$$\Lambda_B^{\text{fit}} = (1.41 \pm 0.14 \pm 0.20) \text{ GeV}$$

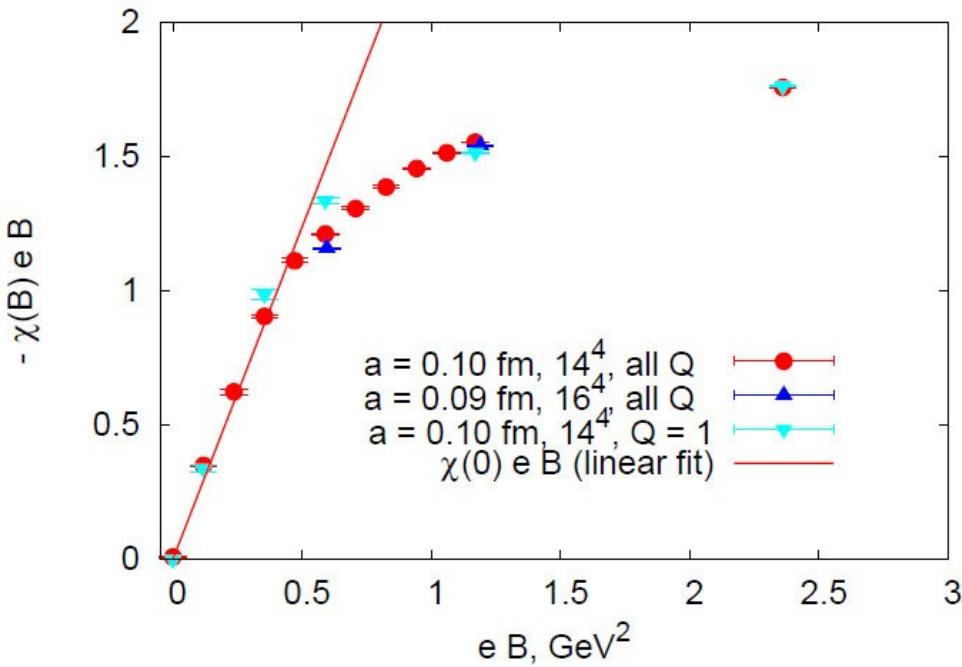
- ▶  $\chi$ PT result:

$$\begin{aligned}\Lambda_B^{\chi PT} &= 1.96 \text{ GeV} & (F_\pi = 130 \text{ MeV} - \text{real world}) \\ \Lambda_B^{\chi PT} &= 1.36 \text{ GeV} & (F_\pi = 90 \text{ MeV} - \text{quenched})\end{aligned}$$

- ▶ Chiral condensate at  $B = 0$ :  $\Sigma_0^{\text{fit}} = [(310 \pm 6) \text{ MeV}]^3$

We are in agreement with the chiral perturbation theory: the chiral condensate is a linear function of the strength of the magnetic field!

### 3. Magnetization of the vacuum as a function of the magnetic field



Spins of virtual quarks turn parallel to the magnetic field



$$\langle \bar{\psi} \sigma_{\alpha\beta} \psi \rangle = \chi \langle \bar{\psi} \psi \rangle F_{\alpha\beta}$$

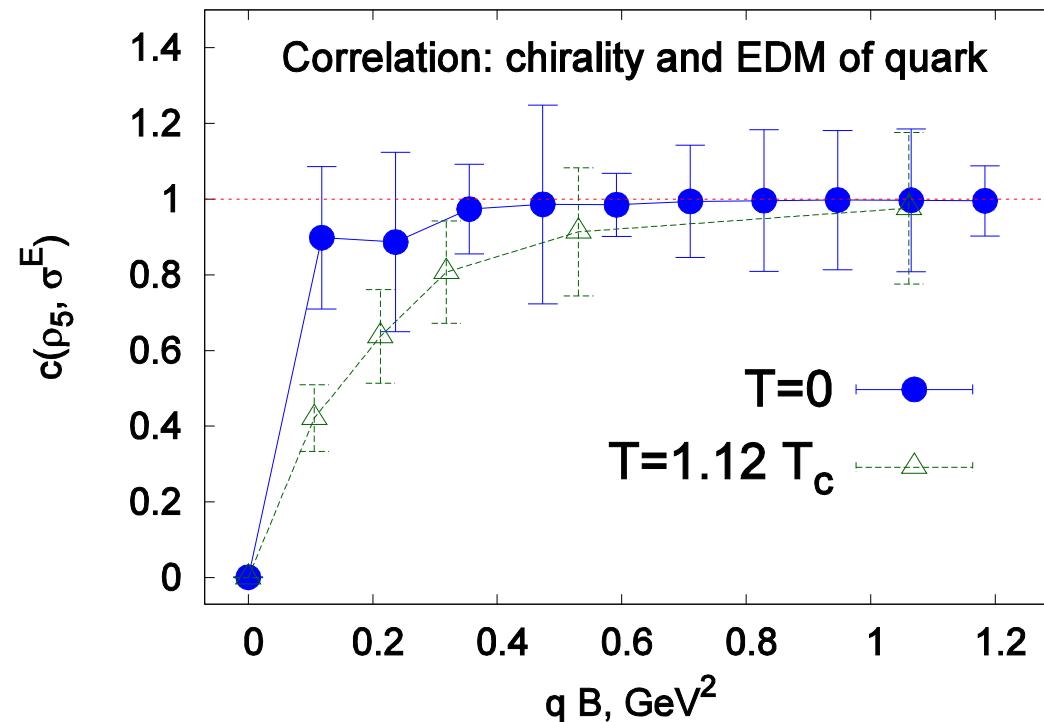
$$\sigma_{\alpha\beta} = \frac{1}{2i} [\gamma_\alpha, \gamma_\beta]$$

$\langle \bar{\psi} \psi \rangle \chi = -46(3) \text{ Mev} \leftrightarrow \text{our result}$   
 $\langle \bar{\psi} \psi \rangle \chi \approx -50 \text{ Mev} \leftrightarrow \text{QCD sum rules}$   
 (I. I. Balitsky, 1985, P. Ball, 2003.)

# 4. Generation of the anomalous quark electric dipole moment along the axis of magnetic field

$$\sigma_{0i} = i \bar{\psi} [\gamma_0, \gamma_i] \psi$$

$$\rho_5 = \bar{\psi} \gamma_5 \psi$$



# Results arXiv:0909.1808

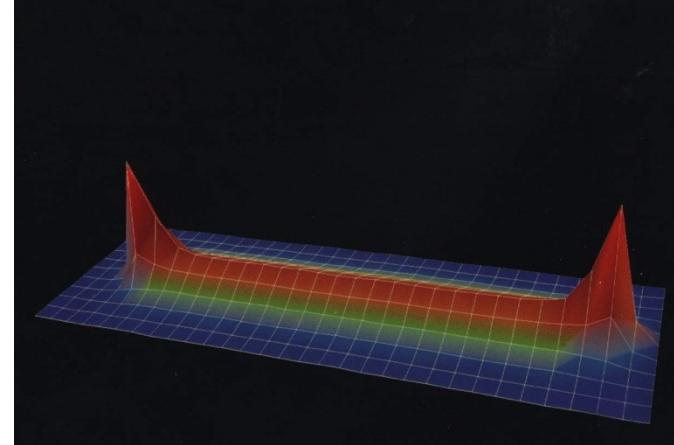
- 1. We observe signatures of the Chiral Magnetic Effect, but the physics may differ from the model of Kharzeev, (arXiv:0907.0494, Phys.Rev.D79:106003,2009 )
- 2. We observe that the chiral condensate is proportional to the strength of the magnetic field, the coefficient of the proportionality agrees with Chiral Perturbation Theory. Microscopic mechanism for the chiral enhancement is the localization of fermion modes in the vacuum (arXiv:0812.1740, Phys.Lett. B682(2010)484)
- 3. The calculated vacuum magnetization is in a qualitative agreement with model calculations (arXiv:0906.0488, Nucl.Phys. B 826 (2010) 313)
- 4. We observe very large (arXiv:0909.2350 )

# Conclusions

- 1. We observe charge separation, but the physics may differ from the model of Kharzeev,
- 2. The charge separation is weaker for heavy quarks, thus it is interesting to measure in experiments charge asymmetry for S and C quarks
- 3. The strong magnetic field exists only very short time  $\ll 1 \text{ fm}$  still it can influence physics of strong interactions
- central collisions  $\Leftrightarrow$  noncentral collisions

# THEORY

To explain

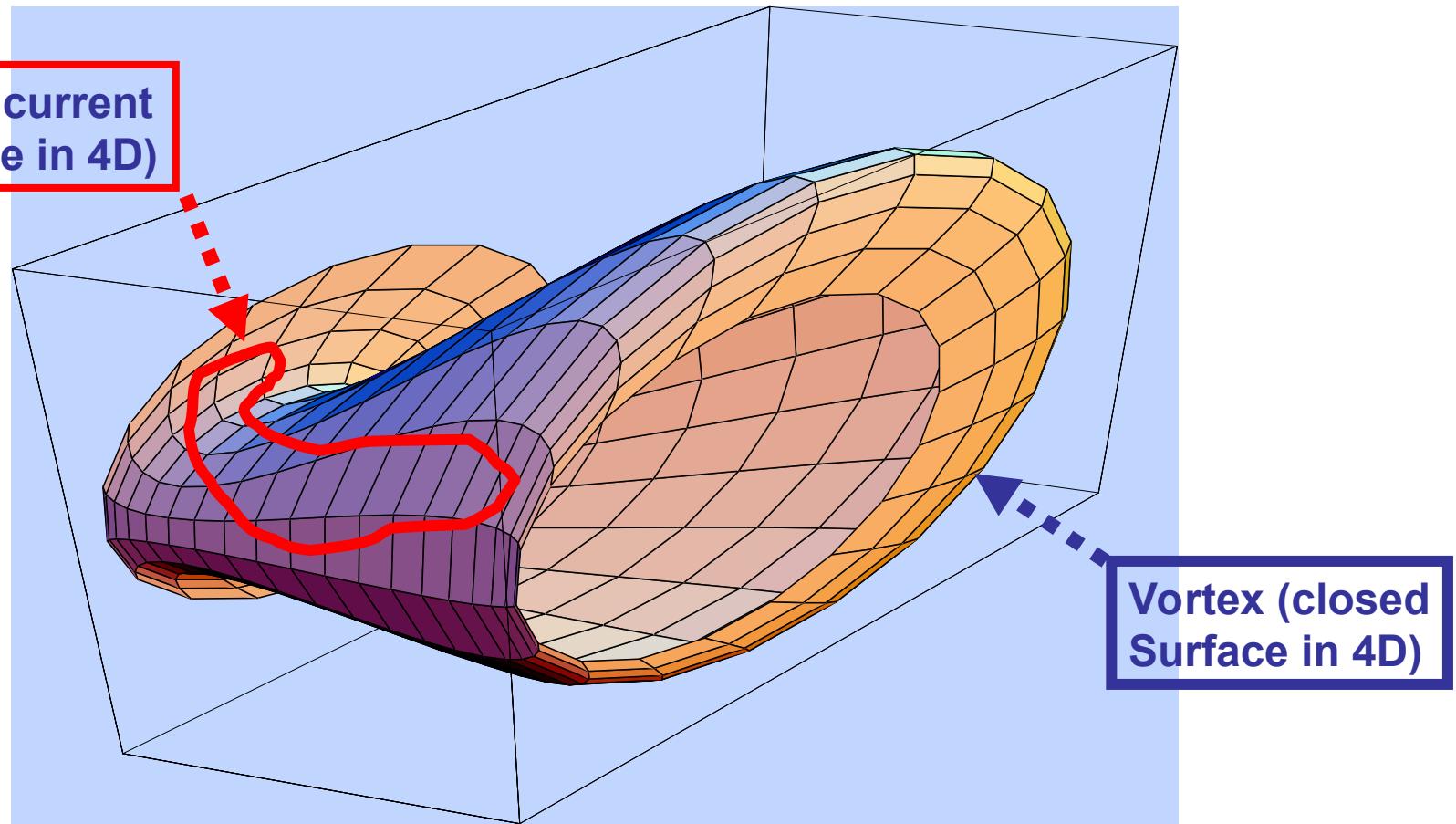


We have to prove in gluodynamics that

$$\langle W(C) \rangle = \langle \text{Tr } P \exp \left\{ \oint_C i A_\mu dx_\mu \right\} \rangle \propto \exp \{-\sigma \cdot \text{Area}\}$$

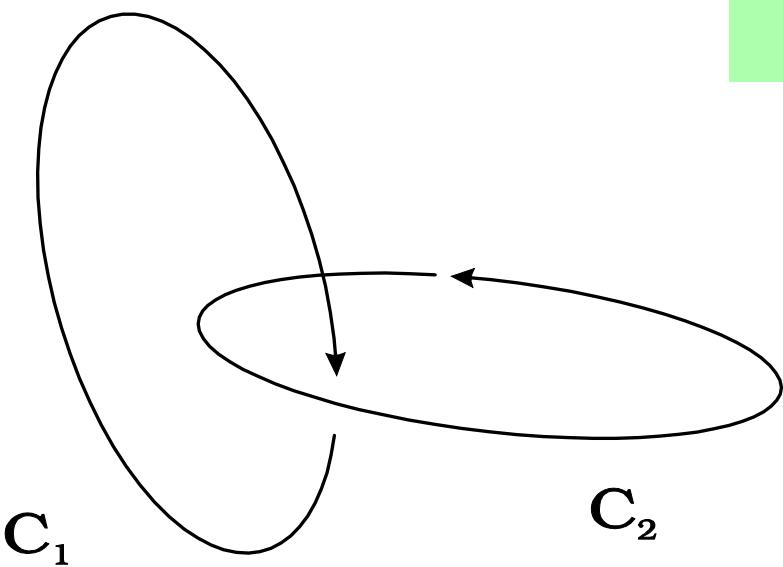
# SU(2) gauge theory

*J.Ambjorn, J.Giedt and J.Greensite, JHEP 0002 (2000) 033. A.V.Kovalenko, M.I.Polikarpov, S.N.Syritsyn and V.I.Zakharov, Phys. Rev. D71 (2005) 054511; Phys. Lett. B613 (2005) 52; Ph. de Forcrand and M. Pepe, Nucl. Phys. B598 (2001) 557.*



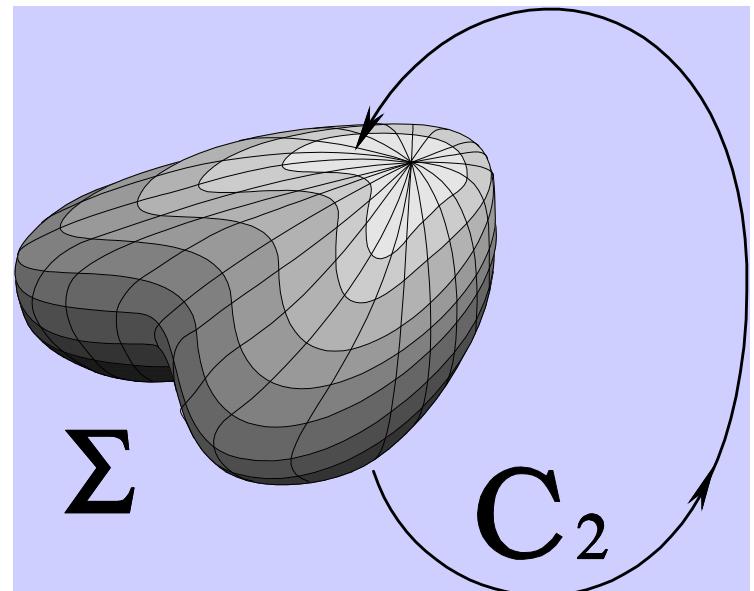
# Linking number

3D



4D

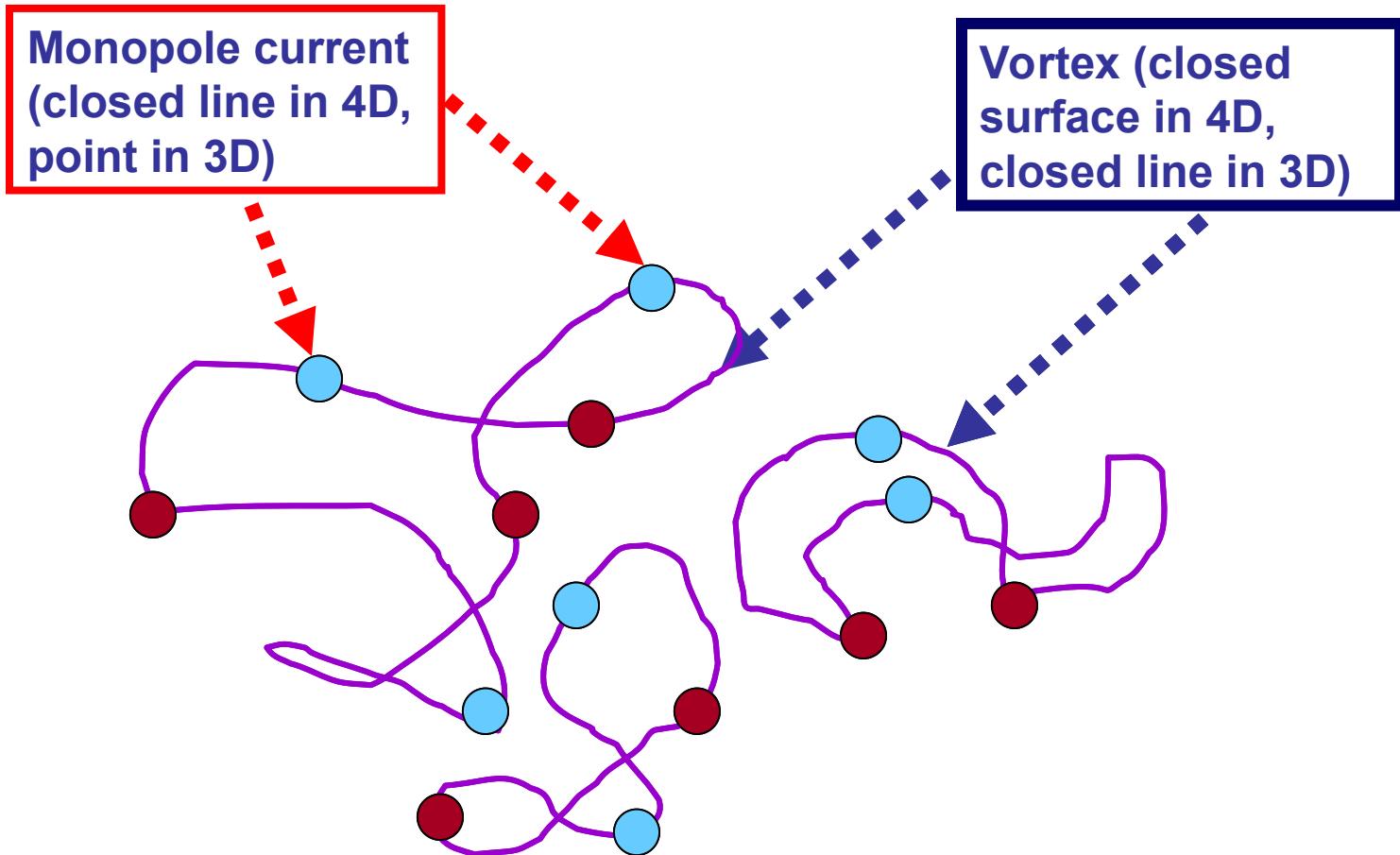
$$L = \frac{1}{8\pi^2} \oint_{C_1} d\Sigma_{\alpha\beta}(x) \oint_{C_2} dy_\gamma \epsilon_{\alpha\beta\gamma\delta} \partial_\delta \frac{1}{|x - y|}$$



$$L = \frac{1}{4\pi} \oint_{C_1} dx_i \oint_{C_2} dy_k \epsilon_{ikl} \partial_l \frac{1}{|x - y|}$$

# SU(2) gauge theory

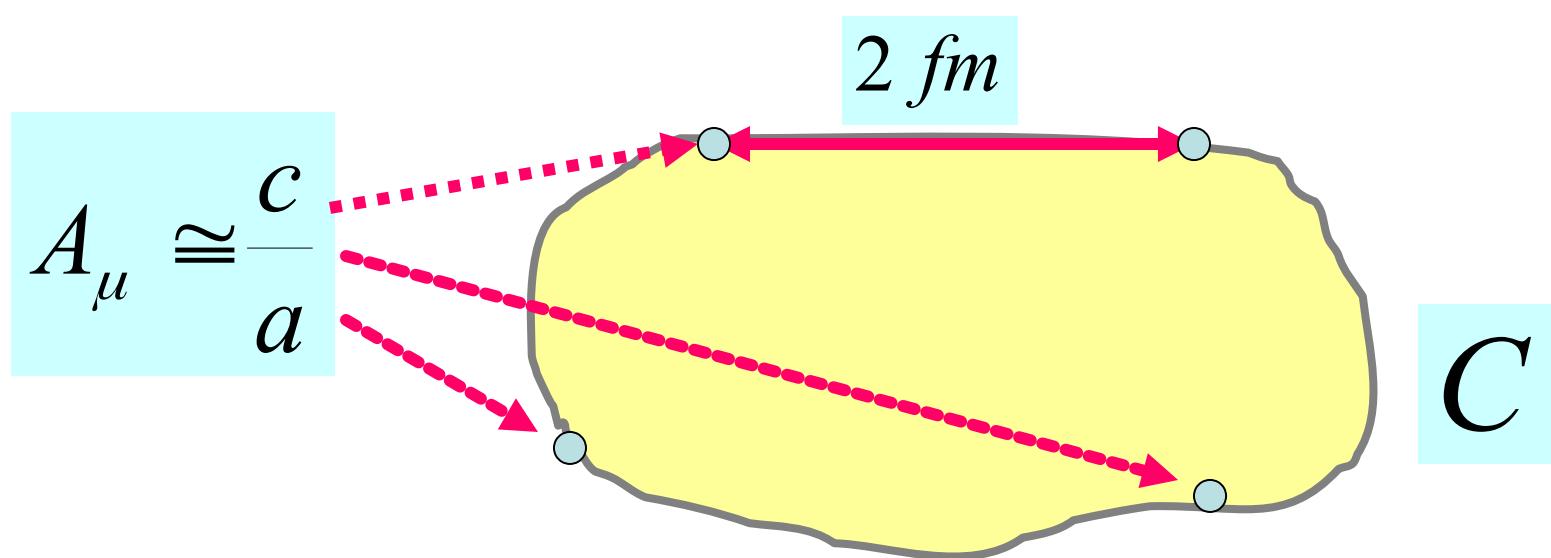
(what we see on 3d slice of 4D lattice)



# THEORY

All information about confinement, quark condensate and any Wilson loop is encoded in 3d branes

Holography



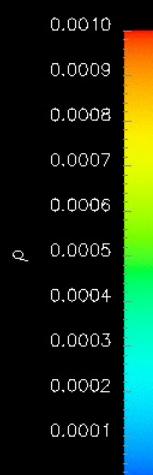
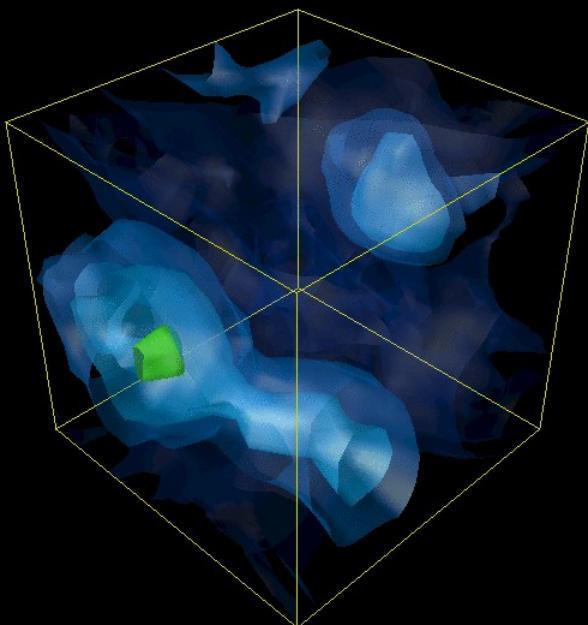
# THEORY

Chiral symmetry breaking and topological susceptibility  
is due to low-dimensional regions

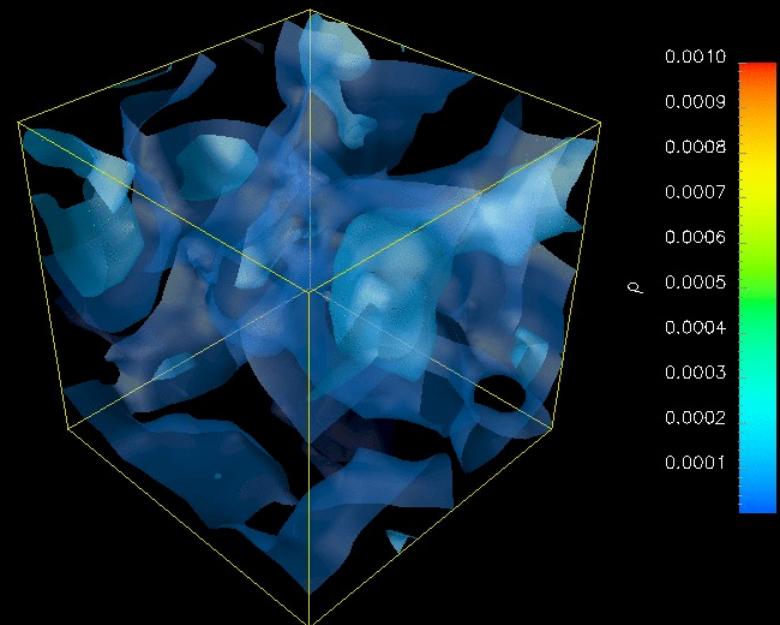
Time slices for

$$\rho^2,$$

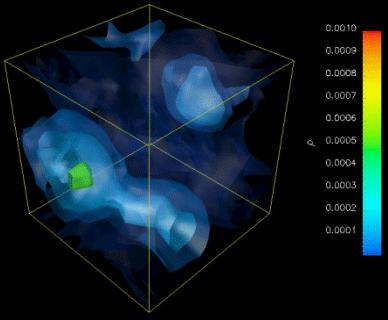
$$\rho_\lambda(x) = \psi_\lambda^+(x)\psi_\lambda(x)$$



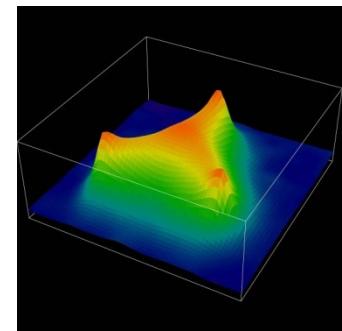
IPR=5.13  
chirality=-1



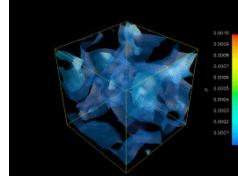
IPR=1.45  
chirality=0



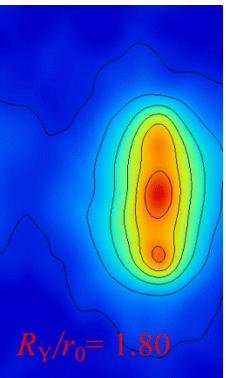
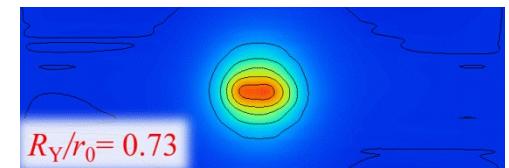
# Instead of Conclusions



- Computer simulations a) reproduce well known hadron properties b) predict new phenomena c) help to create new theoretical ideas.



- Low dimensional objects (regions) are responsible for most interesting nonperturbative effects: chiral symmetry breaking, topological susceptibility and confinement.



- The era of traditional quantum field theory (Feynman graphs, perturbation theory) is over, nonperturbative field theory is close in spirit to solid state theory; we have to study dislocations, fractals, phase transitions etc.

Премия РФ по науке и технике  
для молодых ученых  
за 2007 год

за численное моделирование фазового  
перехода в кварк-глюонной плазме с  
использованием технологии  
параллельных суперкомпьютеров

ПРИСУЖДЕНА  
аспирантам МФТИ

П.Бойко, А.Коваленко, С.Морозов



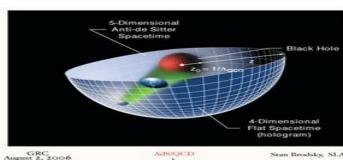
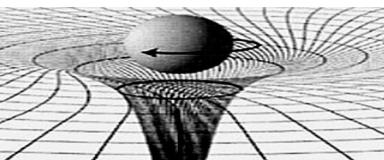
**МФТИ, ФОПФ,  
кафедра теоретической астрофизики и проблем термоядерной физики  
новая специализация: квантовая гравитация и калибровочные поля**

**База – ИТЭФ**

**Курсы базовых лекций для студентов и аспиранты всех вузов для преддипломной практики и научных исследований**

Дисциплина	Преподаватель
<b>II курс (4 семестр)</b>	
Теория групп и представлений	Ольшанецкий
Введение в современную теорию поля	Шевченко, Поликарпов
<b>III курс (5 семестр)</b>	
Введение в физику элементарных частиц	Данилов, Мизок
Введение в астрофизику	Имшенник, Мануковский
Классические решения в теории поля	Горский, Захаров
<b>III курс (6 семестр)</b>	
ОТО	Канчели
Статистическая обработка данных	Нозик
Классические решения в теории поля	Горский, Захаров
НИР	Руководители НИР
<b>IV курс (7 семестр)</b>	
Нелинейные системы	Ольшанецкий, Забродин
Квантовая теория поля	Новиков
Доп. главы квантовой механики	Народецкий
НИР	Руководители НИР
<b>IV курс (8 семестр)</b>	
Статистическая теория поля	Поликарпов
Физика сильных взаимодействий	Шевченко
Перенормировки в теории поля	Казаков
НИР	Руководители НИР
<b>V курс (9 семестр)</b>	
Непертурбативные методы в квантовой теории поля	Захаров, Шевченко
Введение в теорию струн	Лосев
Электрослабые взаимодействия	Высоцкий
НИР	Руководители НИР
<b>V курс (10 семестр)</b>	
Основы релятивистской астрофизики	Блиниников С. И.
Дуальные струнные модели	Захаров, Горский
Непертурбативные методы в квантовой теории поля	Захаров, Шевченко, Поликарпов
НИР	Руководители НИР

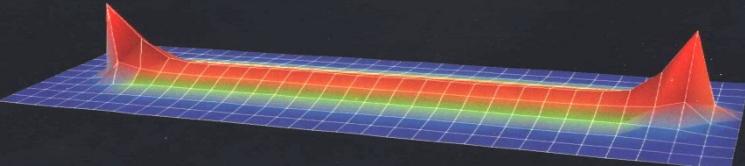
**Лекторы – активно работающие специалисты в области  
элементарных частиц, квантовой теории поля, астрофизики**



### ЧЕРНЫЕ ДЫРЫ

оказались не только важнейшими объектами в космологии  
но также центральными понятиями в современной квантовой

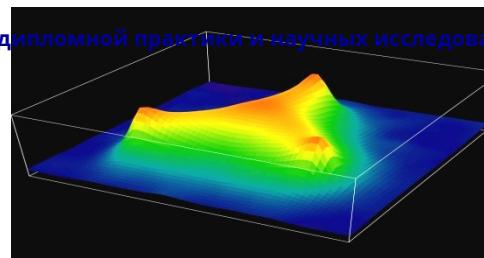
теории поля



### ГЛЮОННЫЕ ПОЛЯ В МЕЗОНЕ

Поля между кварком и антикварком создают  
силу 14 ТОНН, за объяснение этого явления  
назначена премия US\$ 1 000 000, см.

Вопросы, свидетельства о выполнении курсом научного руководителя задавать по e-mails: gorsky@itep.ru (Горский Александр Сергеевич), polykarp@itep.ru (Поликарпов Михаил Игоревич), shevchen@itep.ru (Шевченко Владимир Игоревич)



### ГЛЮОННЫЕ ПОЛЯ В ПРОТОНЕ

Расчеты на суперкомпьютерах коллаборации ДЕЗИ(Германия) - ИТЭФ(Россия) - Каназава(Япония) Показали существование фундаментальных трехчастичных сил

#### Зачем нужна новая специализация?

За последние 20 лет область науки, которую обычно называют физикой высоких энергий или квантовой теории поля и/или теории элементарных частиц, претерпела революционные изменения. Ученые ищут не только новые элементарные частицы, но и новые состояния вещества при очень больших энергиях, и даже пытаются понять, как отличается геометрия пространства в микромире от привычного нам четырехмерного пространства. Новые задачи потребовали новых методов и новых способов описания. Теперь квантовая теория поля – это иеярая фазовых переходов, теория квантования информации, это элегантные геометрические конструкции в искривленных пространствах высшей размерности ( $D > 4$ ) и физика черных дыр. С развитием компьютерных технологий все чаще дорогие и масштабные эксперименты заменяются расчетами на мощных суперкомпьютерах. Только с появлением суперкомпьютеров удалось получить спектр масс адронов из лагранжиана Стандартной модели и предсказать свойства нового состояния вещества – кварк-глюонной плазмы. Это состояние вещества может быть создано в столкновениях тяжелых ядер и очень активно изучается в современных экспериментах.

Специализация "Квантовая гравитация и калибровочные теории поля" создается для подготовки специалистов высшей квалификации в области теоретической и математической физики. Основным направлением данной специализации будет теоретическое и численное исследование квантовых систем с сильным взаимодействием, в частности, гравитационных и глюонных полей.

Квантовая хромодинамика на сегодняшний день – это признанная теория сильных взаимодействий, которая описывает адроны, в частности, протоны, нейтроны и пионы. Однако, эта теория достаточно хорошо изучена только в области высоких энергий. Самые же интересные и фундаментальные явления – такие, как «собирание» кварков в протоны и нейтроны – происходят при низких энергиях. Это явление до сих пор не получило своего аналитического объяснения, несмотря на то, что теория сильных взаимодействий была создана почти 40 лет назад! Эта так называемая «проблема конфайнмента» является одной из 15 так называемых «задач тысячелетия», за решение каждой из них назначена премия в один миллион долларов. Важность решения этой проблемы трудно переоценить, учитывая, что сильные взаимодействия определяют природу ядерных сил. В настоящее время основной метод исследований низкозенергетических явлений в физике адронов – это численные расчеты на суперкомпьютерах. Численные методы исследования квантовых систем будут являться одним из важных направлений в новой специализации.

Другой фундаментальной проблемой является построение теории квантовой гравитации. Без подобной теории невозможно изучение ранней Вселенной и физики черных дыр. Успехи в наблюдательной астрономии в течение последнего десятилетия убедительно продемонстрировали, что черные дыры безусловно присутствуют в современной космологии и для их детального микроскопического описания требуются новые подходы к теории гравитации.

Замечательный прогресс, достигнутый при анализе сильно взаимодействующих калибровочных теорий в последние 10 лет, был основан на обнаружении связи теории квантовой гравитации с калибровочными теориями. Обнаруженная дуальность позволила совершенно новому взгляну на проблему конфайнмента, как явление тесно связанное с физикой черных дыр. Это направление исследований, пожалуй, является одним из наиболее бурно развивающихся в современной теоретической физике, поэтому необходимо введение курсов, обеспечивающих студентов необходимой подготовкой.

Развитие фундаментальной физики в течение последних десятилетий продемонстрировало важность современных методов математической физики при анализе сильно взаимодействующих систем. В частности, исключительно важным оказалось применение современных достижений в области топологии, теории групп, алгебраической геометрии, теории нелинейных и интегрируемых систем. Наличие в ИТЭФ специалистов высшей квалификации по математической физике позволит обеспечить необходимую математическую подготовку в рамках новой специализации.

Помимо основных направлений подготовки специалистов по новой специализации необходимо отметить ряд важных смежных приложений. В последние годы методы дуальности активно применяются в теории квантовых фазовых переходов, в частности в теории графена, и теории сверхпроводимости. Методы квантовой гравитации в меньшем числе измерений позволили получить новые практические интересные результаты в физике динамики раздела сред и теории полимеров.