

Рождение и смерть

Note Title

07.10.2009

терных дур

Ахмедов Э.Т.
(ИТЭФ & МФТИ)

План:

1) Черные дыры

а) В гравитации Ньютона

б) В общей теории относительности

2) Горизонты и как они образуются

3) Теория поля, частицы и нулевые моды

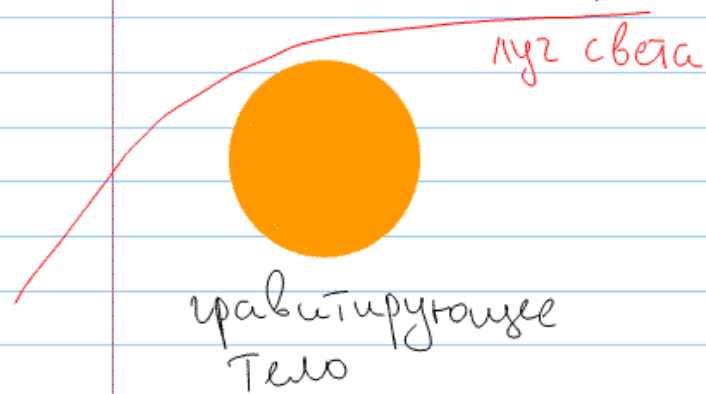
4) Излучение Хокинга

5) Обсуждение

1) Черные дыры

(а) в гравитации Ньютона

Свет несет энергию



Ответ с ошибкой
в фактор 2.

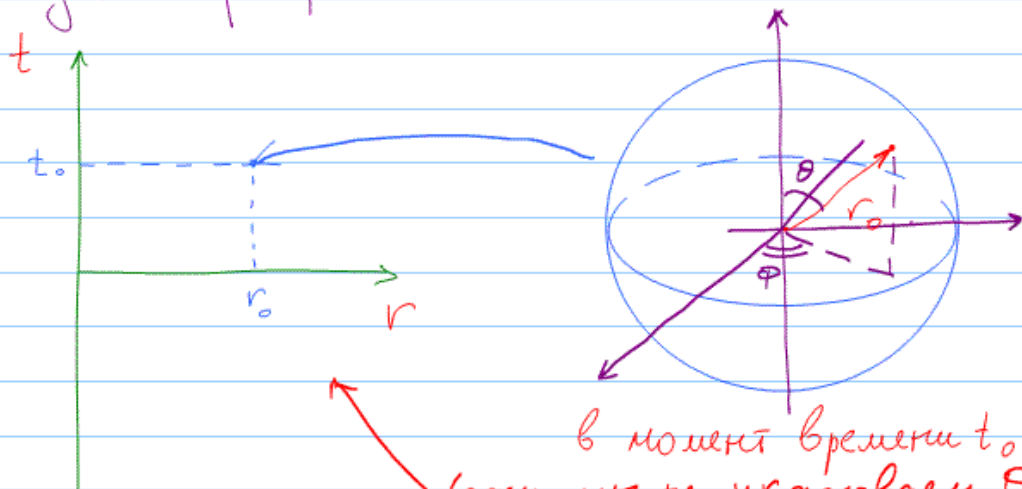
Однако, если вторая космическая
скорость равна c - скорости света:

$$\frac{mc^2}{2} = G \frac{Mm}{r} \Rightarrow r = \frac{2GM}{c^2} -$$

Верный ответ для радиуса
черной дыры.

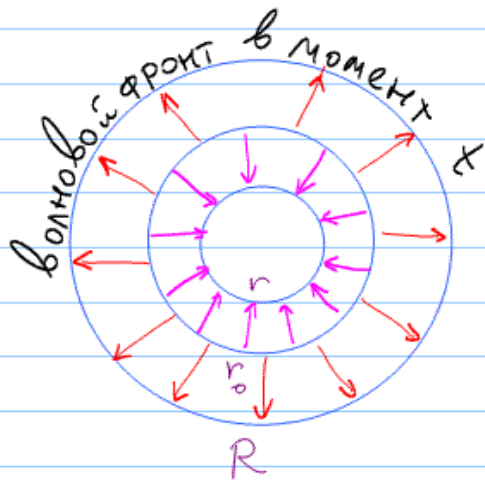
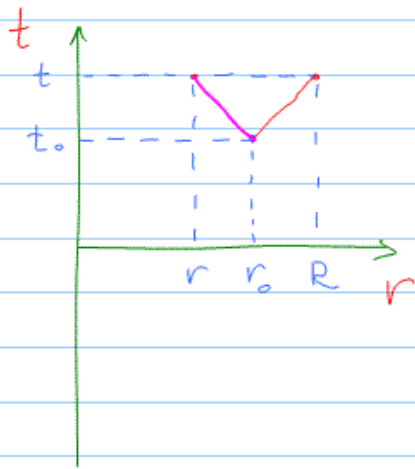
(б) В общей теории относительности

В пустом пространстве

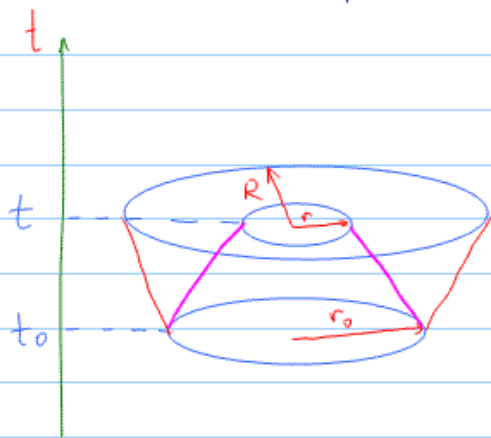


в момент времени t_0
(здесь мы не указываем θ и ϕ)

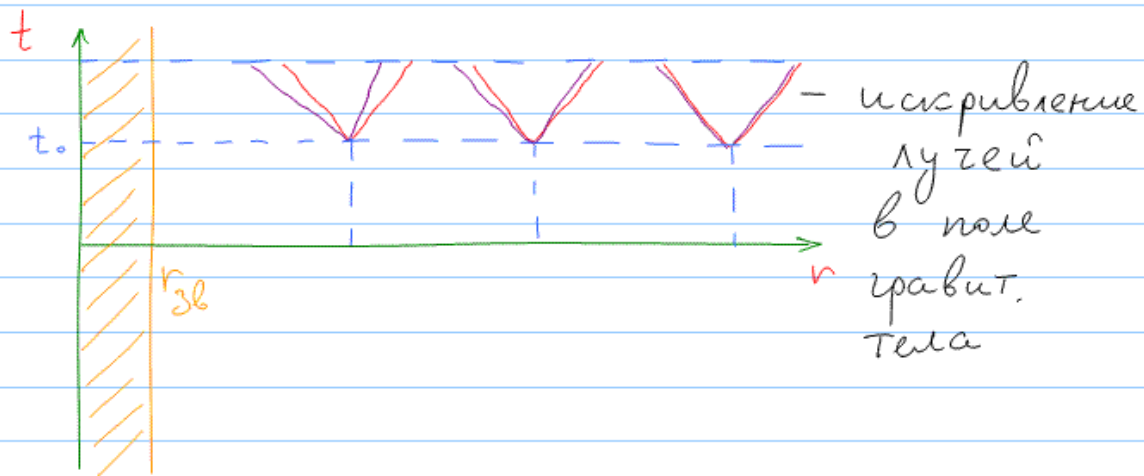
Как распространяется свет в пустом пространстве:



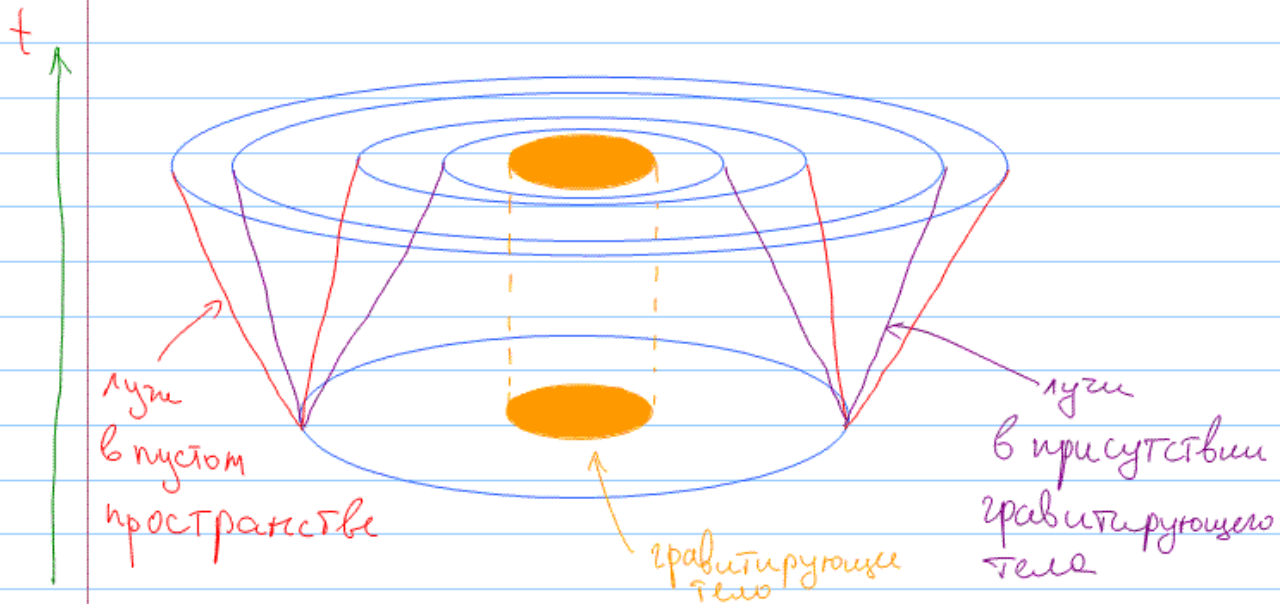
Если посмотреть по другому:



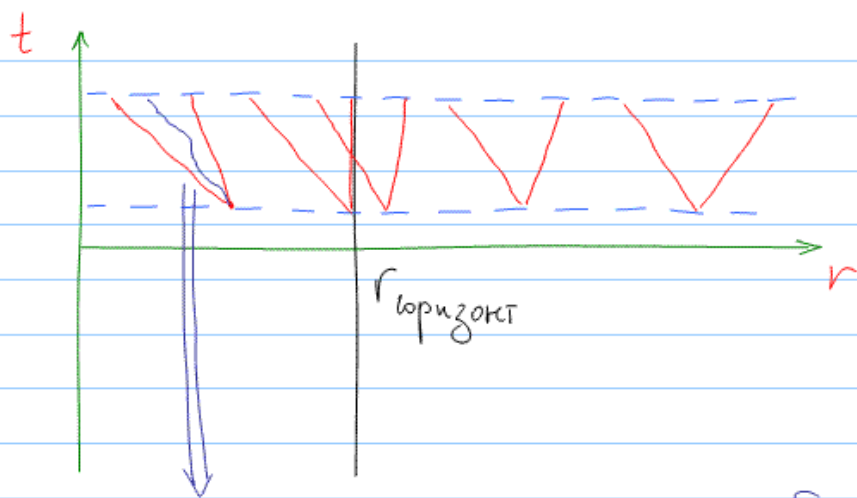
Что изменится, если есть сферически симметричное гравитирующее тело?



Если взглянуть по-другому:

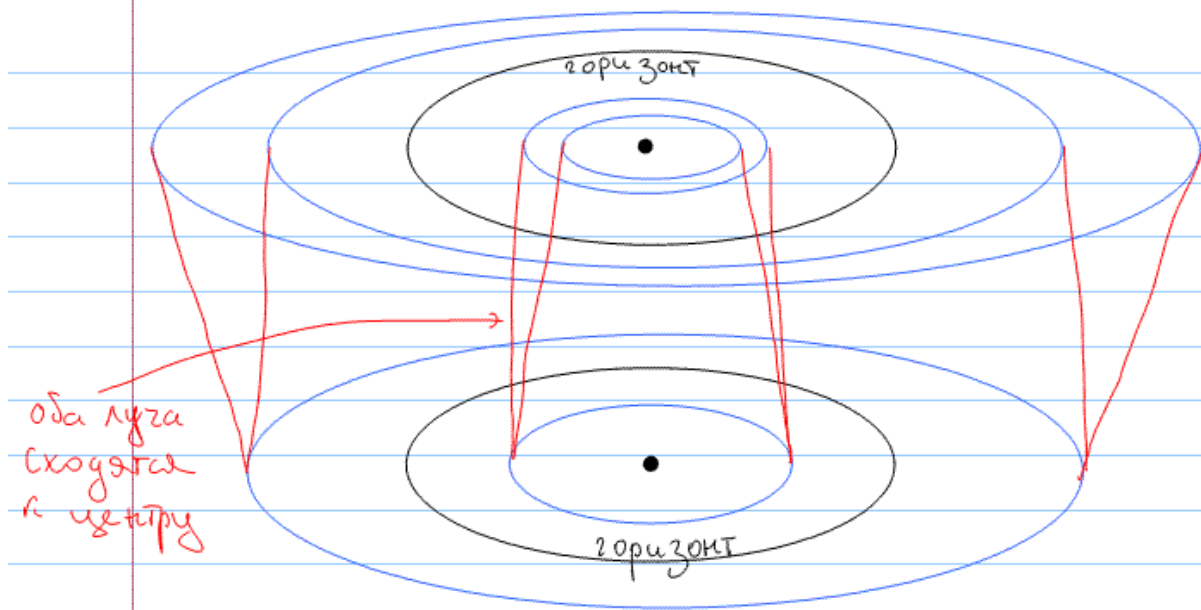


Что же такое черная дыра?



падение на центр не избежать!

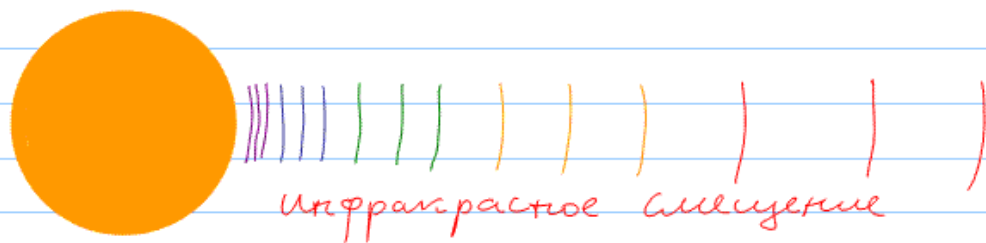
Посмотрим с другой стороны:



оба круга
сходятся
к центру

И еще один альтернативный взгляд
на вещи

Ранее была геометрическая оптика
теперь волновая



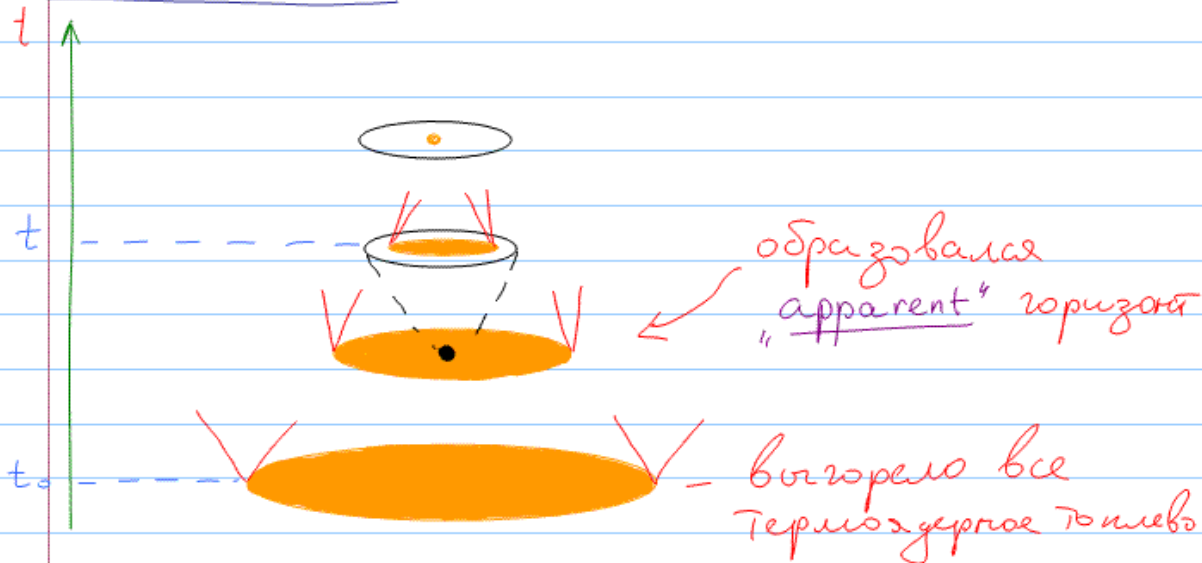
Энергия фотона уменьшается за счет
работы против грав. поля, но $E \sim \nu \sim \frac{1}{\lambda}$



← поверхность ∞
инфракрасного излучения

Все процессы замедляются по мере
приближения к горизонту!

2) Коллапс или горизонты и как они образуются



The No Hair Theorem

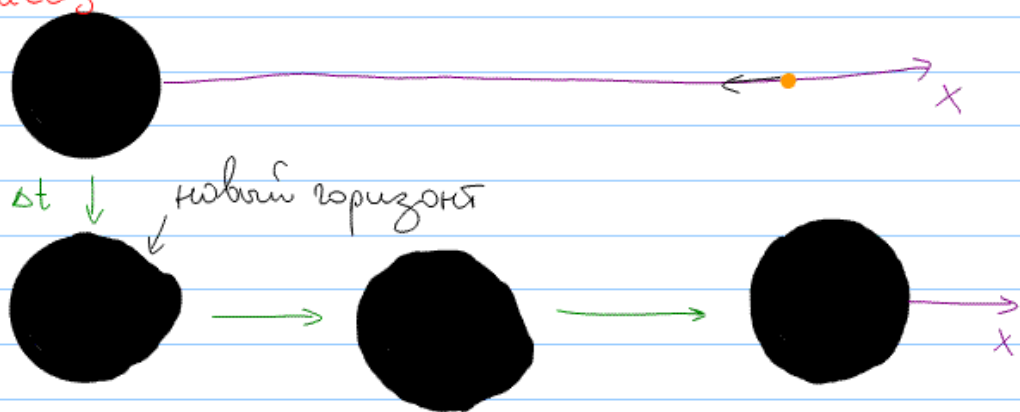
Теорема "Нет волос" -

В результате коллапса излучается
все, что может излучиться.

Черная дыра видна снаружи
только через свои статические
поля.

Как тело падает в черную дыру?

Нужно помнить, что падающее тело имеет массу

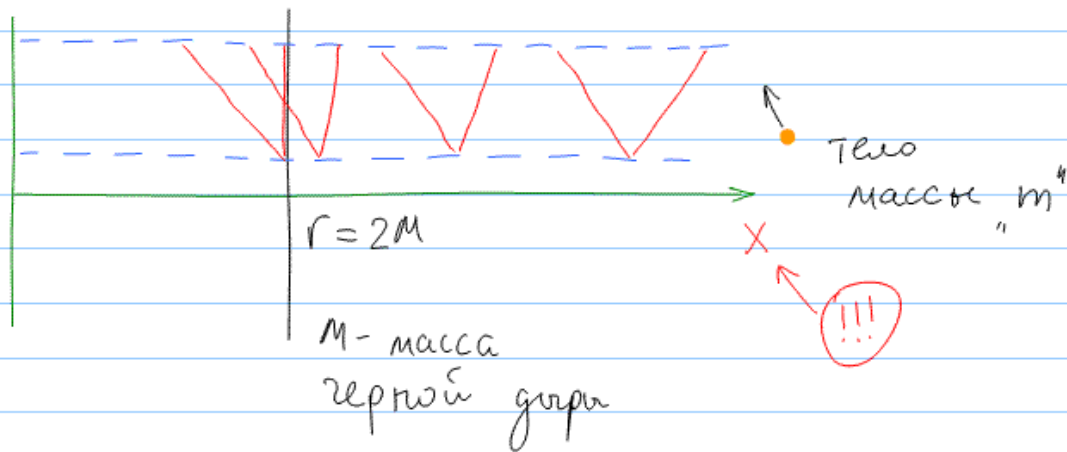


Очень грубая картина.

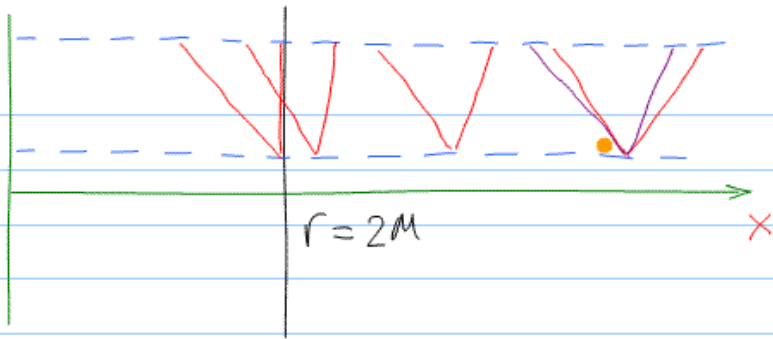
Подробнее:

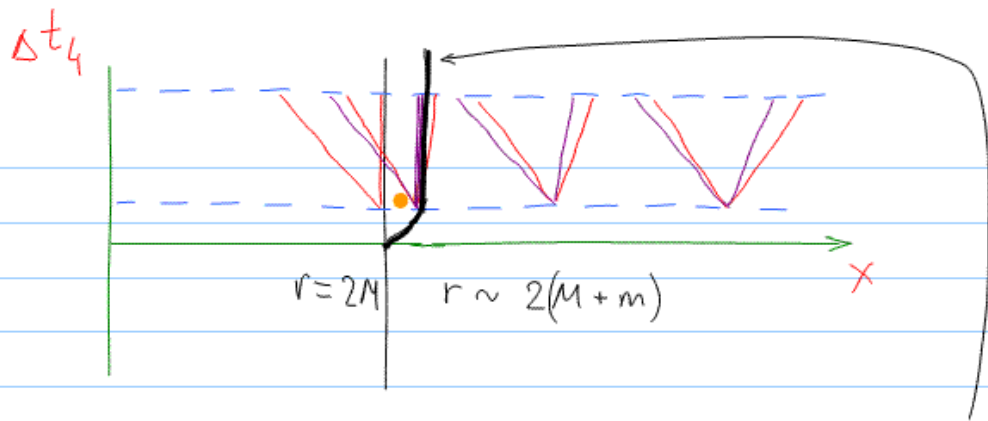
Надо помнить, что падающее тело имеет массу $\Rightarrow$ тоже искривляет кр-во.

Δt



Δt_1





Образовался новый
 "apparent" горизонт

Предвзятый размерами падающего тела...

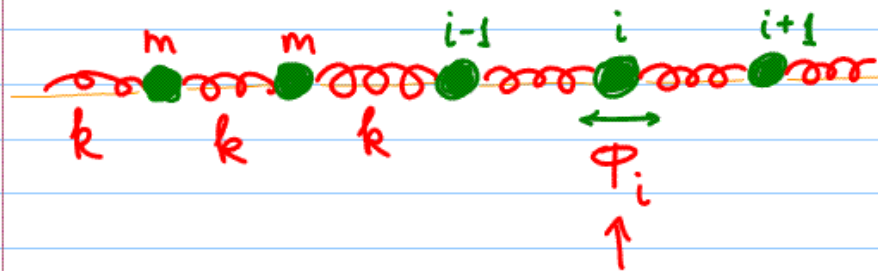
Излучение черной дыры своего рода
обратный процесс. Но

падение — классический процесс

излучение — возможно только в
квантовой теории (квантовый процесс)

3) Теория поля, частицы и нулевые моды

Простейший способ понять теорию поля —
через решетку

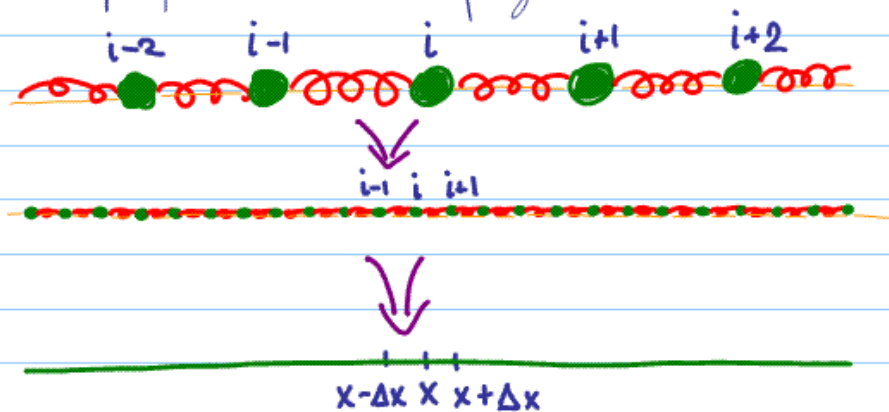


смещение из
положения равновесия

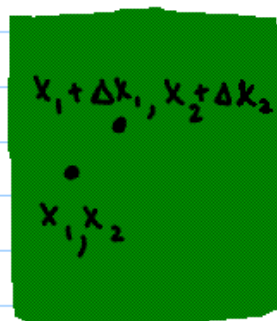
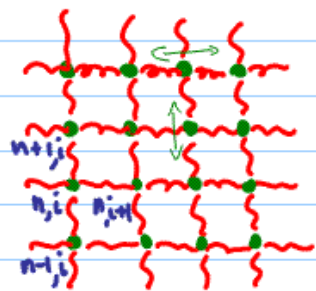
Уравнение движения

$$m\ddot{\phi}_i(t) = k[\phi_{i+1}(t) - \phi_i(t)] - k[\phi_i(t) - \phi_{i-1}(t)]$$

Непрерывный предел:



Многомерный случай:



и т.д.



разные
колебания

В непрерывном предель:

$i \rightarrow x$ - непрерывная координата

$$\phi_i(t) \rightarrow \phi(x, t)$$

$$\phi_{i+1}(t) - \phi_i(t) \rightarrow \frac{\phi(t, x + \Delta x) - \phi(t, x)}{\Delta x} \Delta x \rightarrow$$

$$\rightarrow \phi'(t, x) \Delta x$$

$$\Delta x \rightarrow 0!$$

Что происходит с уравнениями движения

$$m\ddot{\Phi}_i(t) = k[\Phi_{i+1}(t) - 2\Phi_i(t) + \Phi_{i-1}(t)]$$



$$\ddot{\Phi}(t, x) = \frac{k}{m}(\Delta x)^2 \Phi''(t, x)$$

$$\frac{k}{m}(\Delta x)^2 = c^2 = \text{const} \text{ при } (\Delta x)^2 \rightarrow 0$$

Таким образом, в произвольном
мале измерений (без учета поляризации)
мы получаем:

$$\left[\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial \vec{x}^2} \right] \phi(t, \vec{x}) = 0 - \text{волновое}$$

уравнение описывающее звуковые
волны в решетке

c — скорость звука

Аналогично получается теория и для других полей (только надо учесть поляризацию) - электронов, фотонов и т.д.

c - скорость света

Таким образом, любое поле
суть бесконечный набор осцилляторов
- СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ
РЕШЕТКИ

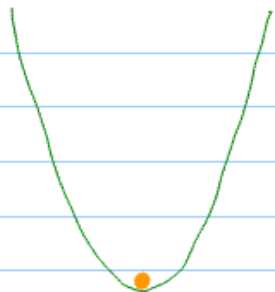


← — плоская волна

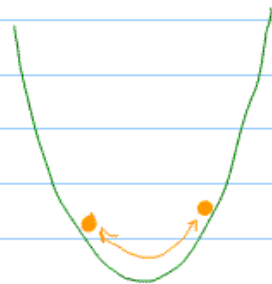
Собственные колебания решетки —
ее колебания как целого.

Разные собственные колебания
(плоские волны) отличаются разной
длиной волны.

Нулевые колебания:
классический осциллятор



В состоянии
покоя
 $E = 0$



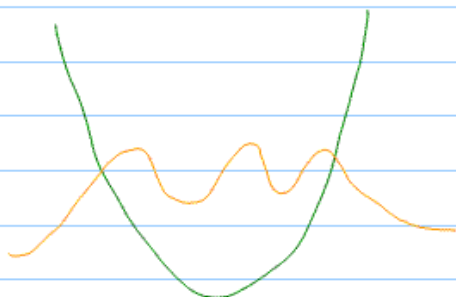
Возбужденный
 $E > 0$

Квантовый осциллятор:

Волна вместо частицы



В состоянии
"ноль" колеблется —
— нулевые колебания



В возбужденном
состоянии

В теории поля мы имеем дело
с ∞ числом осцилляторов

(для каждого собственного колебания -
для каждой длины волны)

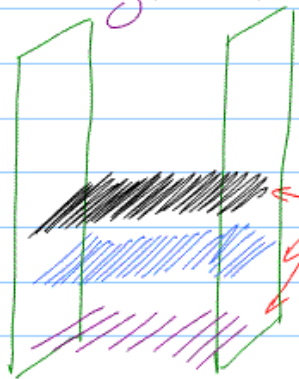
И каждый из осцилляторов
имеет нулевые колебания.

Вакуум $\Leftrightarrow$ нулевые колебания,
а не пустота!

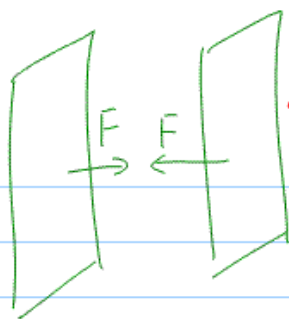
Нулевые колебания $\Leftrightarrow$ нет частиц
Частицы - возбуждения над
нулевыми колебаниями.

4) Излучение Хокинга

Сначала простой пример
показывающий что происходит.



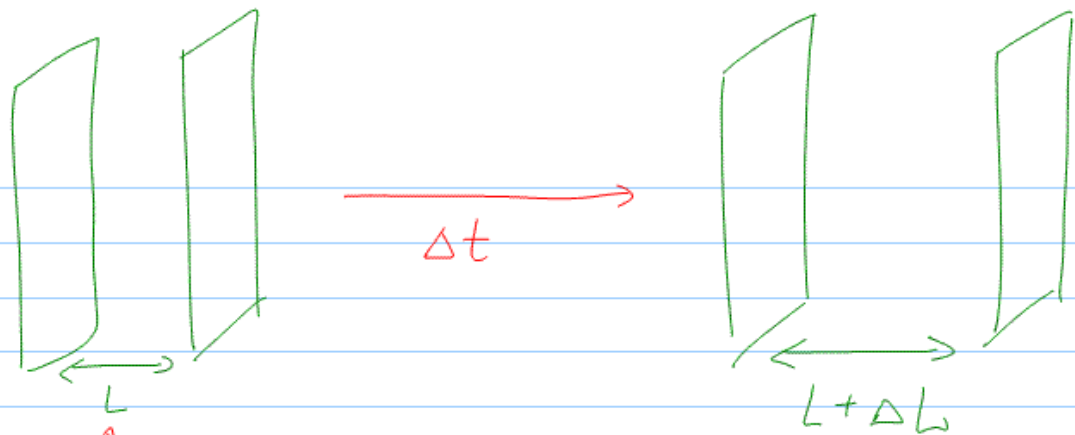
нулевые колебания
для разных дежит волн
(стоячие волны!!!)



← иные граничные условия
на поля нежем в
отсутствии пластин

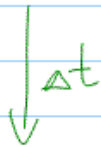
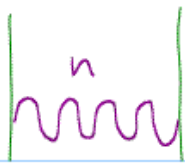
Намные нулевых мод наблюдаемо -
- сила (эффект) Казимира,

Энергетически выгодно уменьшить объем
отражающей этим двумя пластинками.

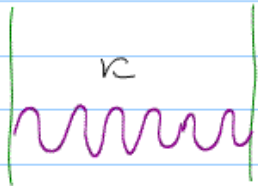


Разные значения L при
разных расстояниях

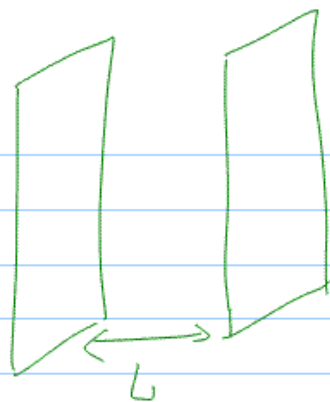
$$\forall n \quad \Phi_n(t, x) = \sin \frac{2\pi n}{L} x$$



$$\forall n \quad \Phi_n(t, x) = \sin \frac{2\pi n}{L + \Delta L} x$$

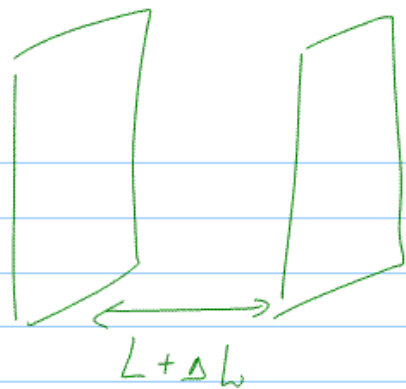


Смена гармоник при смене размера
(формы) инструмента - известно
музыкантам



Плече боре
колебания
(вакуум)

Δt



Частицы
(возбуждения)
над вакуумом

Нет никакой мистики!

Работа совершенная мной

по разведению пластин ответственна

за потерю необходимого для
рождения Застыч!

Эффект Хоккинга состоит в том, что
в результате коллапса

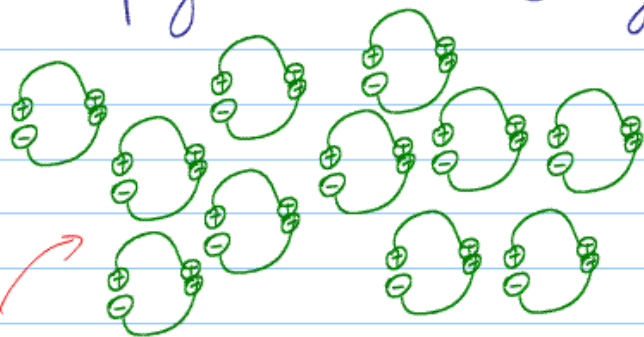
происходит аналогичная перестройка
вакуума.

Горизонт играет роль границы, на
которой надо накладывать граничные условия

Другой взгляд на явление:

Аналогичное явление - эффект Швингера

В электродинамике вакуум =

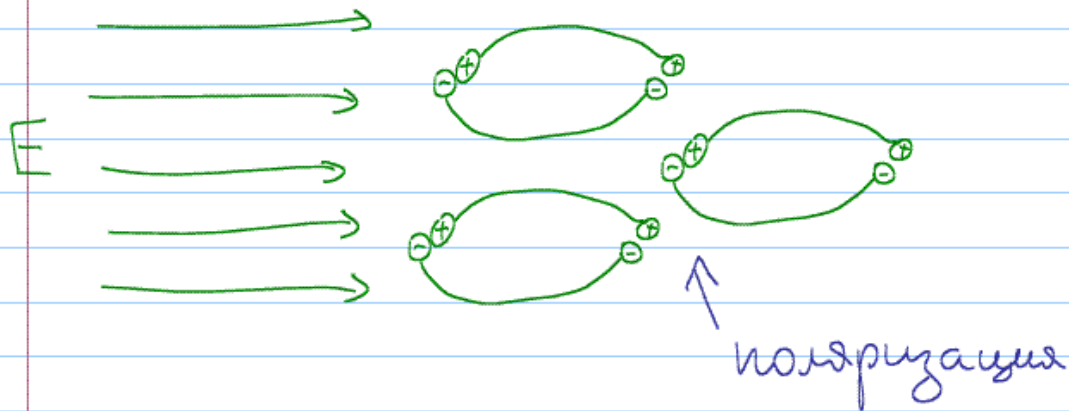


- или из
Электрон-
позитронных
пар

(нулевые колебания)

Не совсем корректная
картина

Включим постоянное электрическое поле:



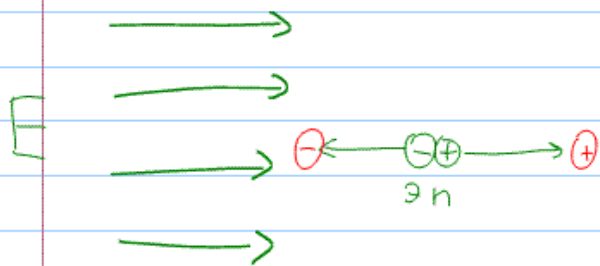
Представим себе, что за время существования
Э-п пары частицы разлетелись на

$\Delta E \Delta t \sim \hbar$

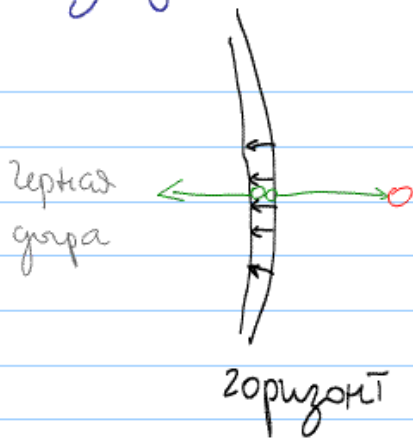
такое расстояние, что внешнее электр.
поле совершило работу равную $2mc^2$.

Тогда из вакуума за счёт работы
внешнего поля рождается пара частиц

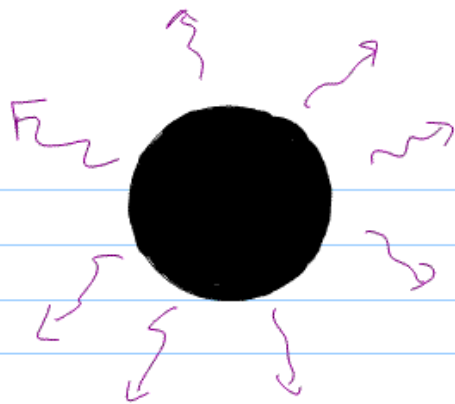
A metro :



Излучение Хокинга:



— около горизонта
вакуум сильно
поляризован.



Черная дыра
рождает частицы
с распределением

$$e^{-\frac{E}{T_H}}$$

$$T_H \propto \frac{1}{8\pi M} \quad - \text{температура Хокинга}$$

$(\hbar = 1, c = 1)$ = ускорение на горизонте

Термодинамика черных дыр

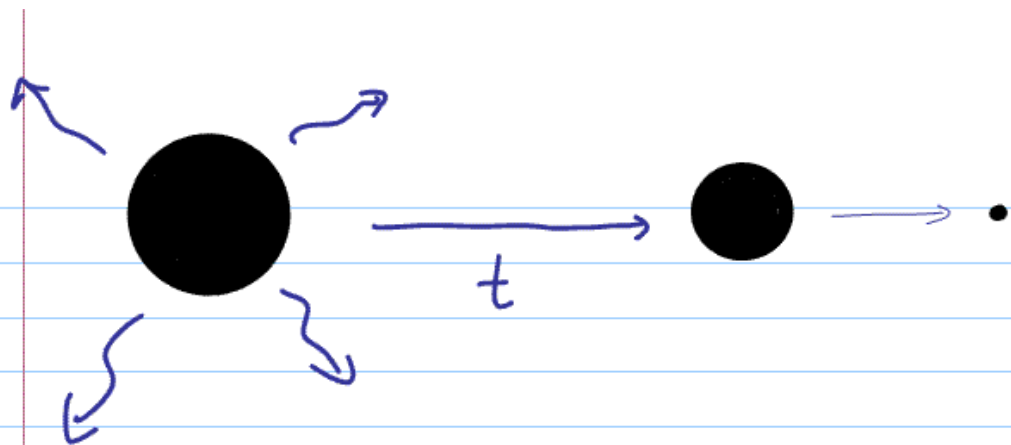
1) $T_H \sim$ ускорение на горизонте $= \text{const}$

2) $dM = T_H d\left(\frac{A}{4G}\right)$ - второй закон

3) $\delta \frac{A}{4G} + \delta S \geq 0$ - Рост энтропии

площадь
горизонта

↑
энтропия
скаружи



В результате излучения черная
дыра теряет массу