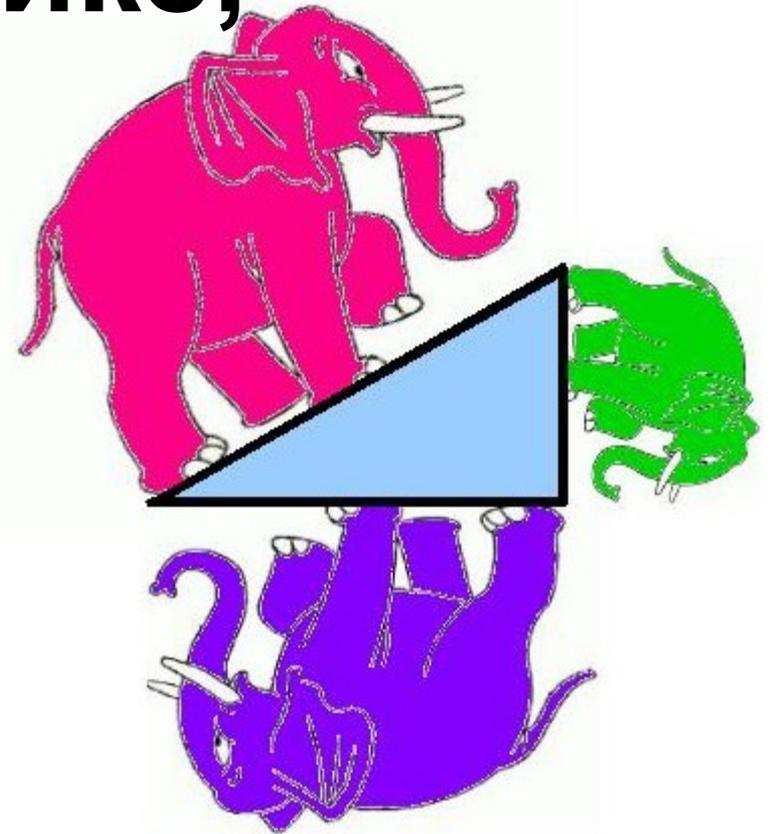
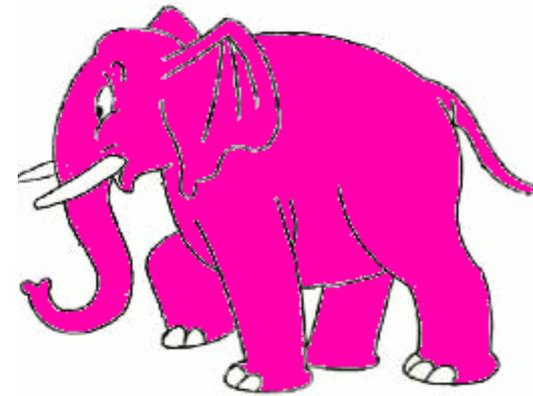


Подобие и размерность в математике, физике, биологии

М.Г.Иванов

(кафедра теор.физики МФТИ)



Напоминание

$$a^n = \underbrace{a \ a \ \dots \ a}_{\text{множителей}}$$

$$a^n = a^m \cdot a^{n+m}$$

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

$$\sqrt[n]{a} = a^{1/n}$$

$$a^{n/m} = \sqrt[m]{a^n} = \left(\sqrt[m]{a} \right)^n$$

$$\log_a x = n \quad a^n = x$$

Примеры:

$$8 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3$$

$$\log_2 8 = 3$$

$$\sqrt[3]{8} = 2$$

$$8^{4/3} = \left(\sqrt[3]{8}\right)^4 = 2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$$

Размерная физическая величина X

- произведение безразмерного числа {X} на единицу измерения [X]:

$$X = \{X\} [X]$$

$$[X] \rightarrow [x] = C [X]$$

$$\{X\} \rightarrow \{x\} = \{X\} / C$$

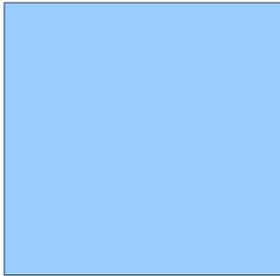
Единицы измерения можно вводить всякие

- «Полковник, в казначействе не принято говорить о тоннах. Единицей веса серебра является унция»
- Лесли Гровс «ТЕПЕРЬ ОБ ЭТОМ МОЖНО РАССКАЗАТЬ»

С точки зрения размерностей

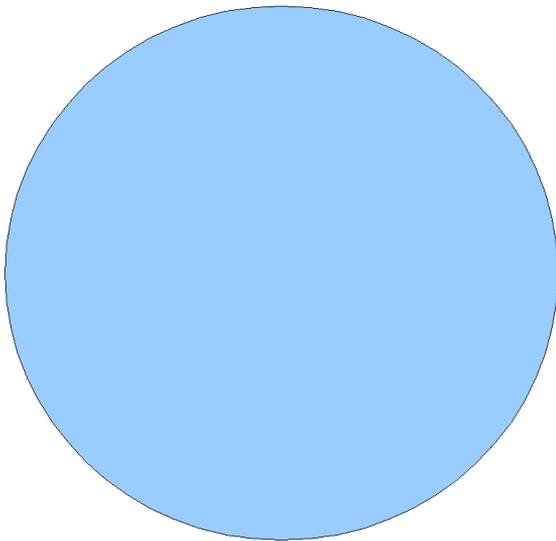
- «вес серебра» - физическая величина, отличная от обычной массы
- Так можно плодить сколько угодно «новых» физических величин, «фундаментальных» физических законов и размерных констант.

Единицы измерения могут быть очень разные



Можно придумать

- **квадратный метр**



- **круглый метр**

Размерная константа не может быть фундаментальной

- **Скорость света** – коэффициент пересчёта секунд в метры
- **Постоянная Больцмана** – коэффициент пересчёта кельвинов в джоули
- **Постоянная Планка** – коэффициент пересчёта частоты в энергию
- **Гравитационная постоянная** – коэффициент пересчёта энергии (массы) в расстояние (время) (если раньше положить $c=1$)

Размерность

$$L^s M^p T^q$$

- Размерность безразмерной величины X

$$[X]=1$$

Площадь и длина

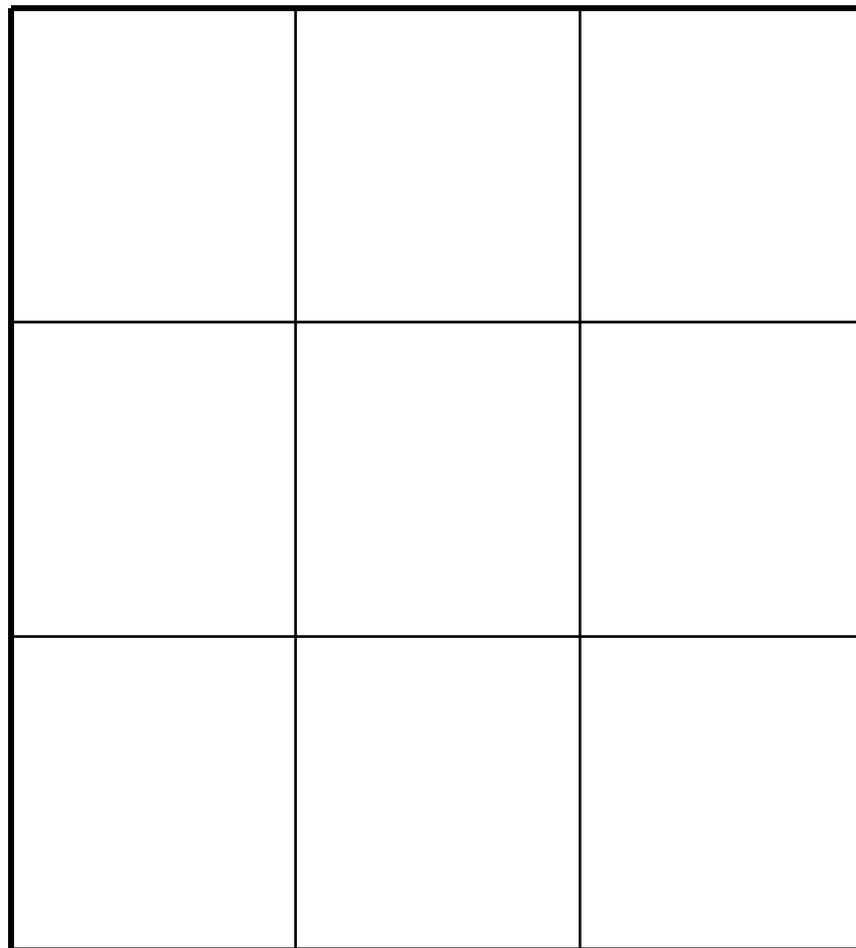
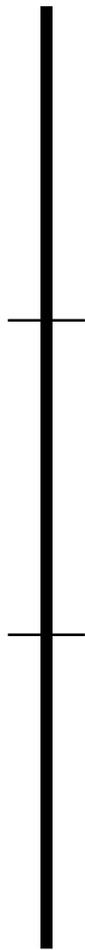
- Длина:

$$1\text{ м} = 100\text{ см}$$

- Площадь:

$$1\text{ м}^2 = 100\text{ см} \times 100\text{ см} = 10000\text{ см}^2$$

Если единицу измерения
уменьшить в 3 раза...



«большое» и «малое» всегда
безразмерно

$X \gg 1$ – большое X

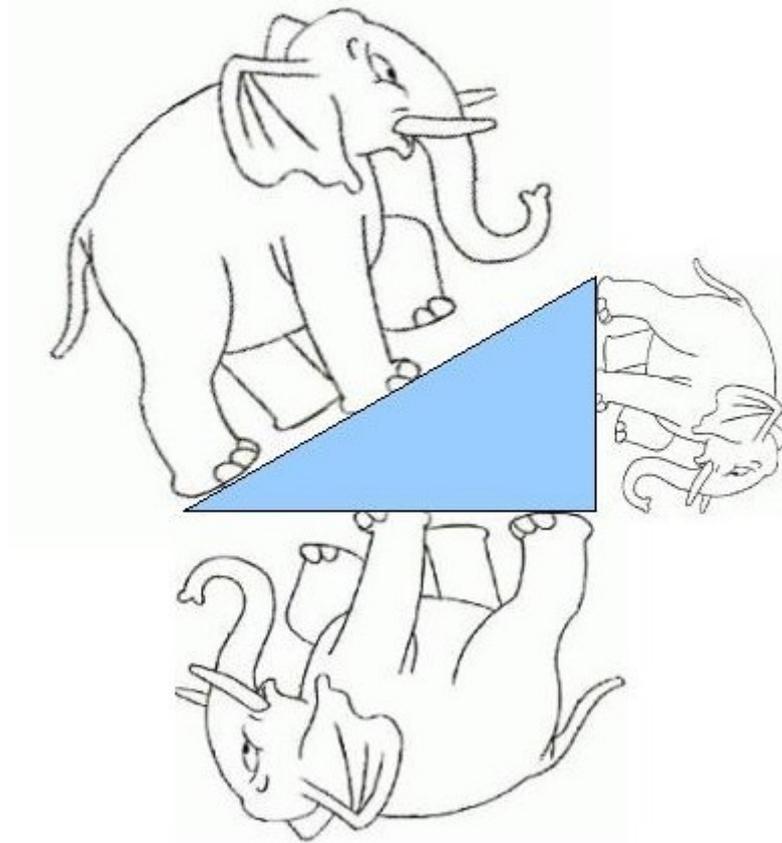
$X \ll 1$ – малое X

или «по сравнению с»

Активные и пассивные преобразования

- Активное преобразование – меняется объект (физическая величина)
- Пассивное преобразование – меняется способ описания объекта (единица измерения)

Теорема Пифагора



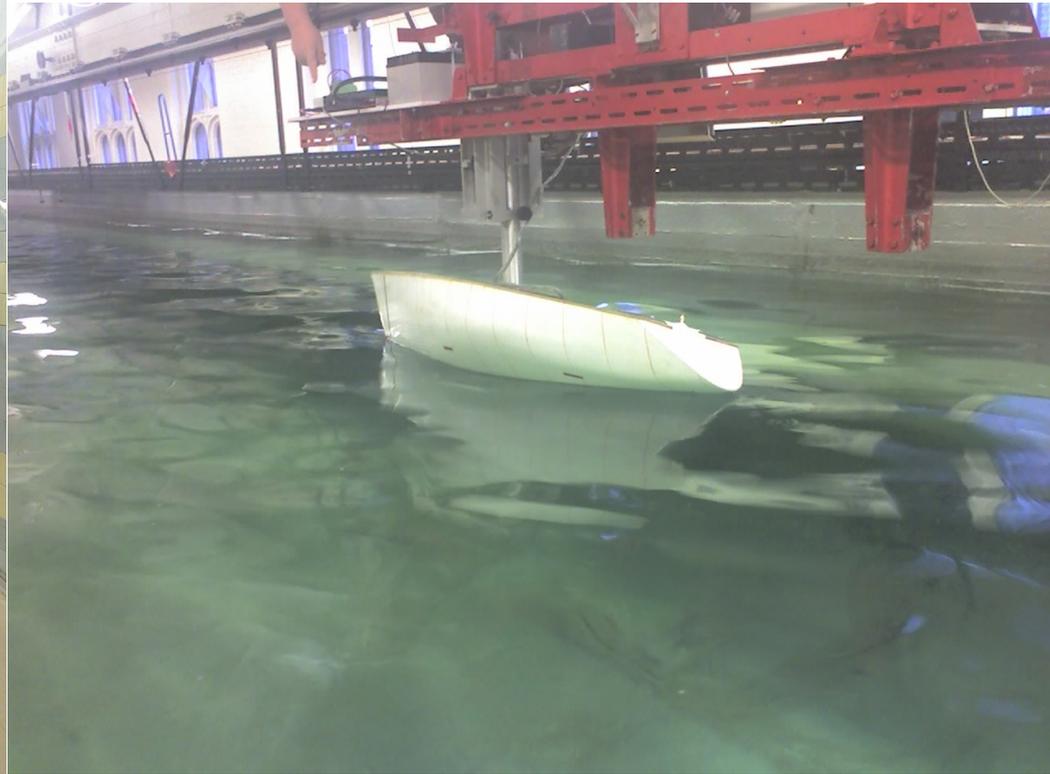
Подобные модели в аэродинамических трубах



D-11 12ft wind tunnel test-12-0001 rear view of model mounted in test section. Note: this is the first non-NASA customer of the refurbished wind tunnel. <http://windtunnels.arc.nasa.gov/pics/12FT/12ft4.html>

Аэродинамическая труба СПбГУВК с открытой рабочей частью

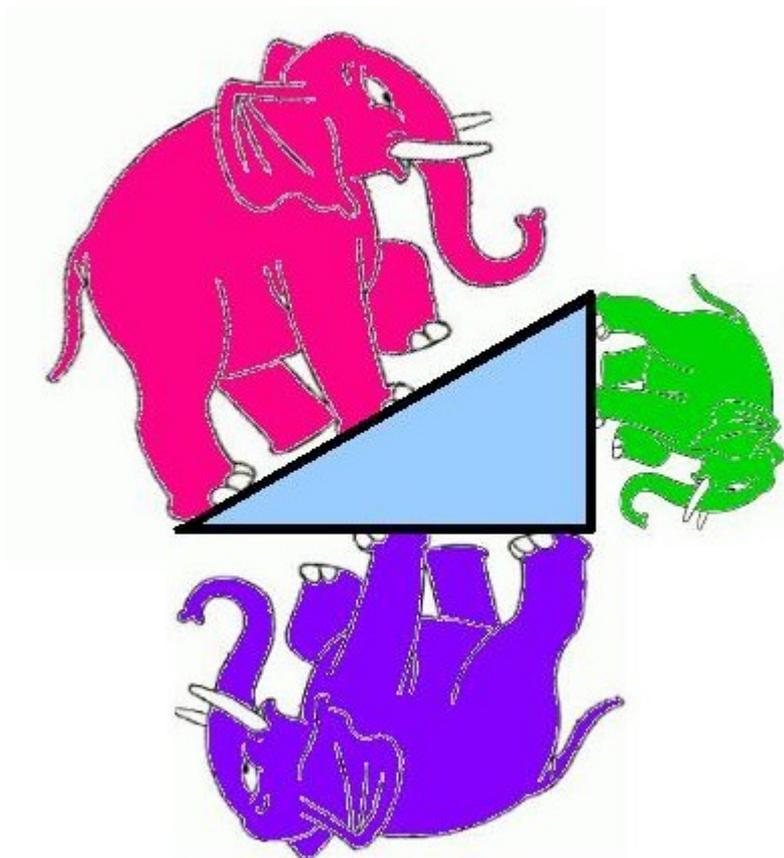
Подобные модели в опытовых бассейнах



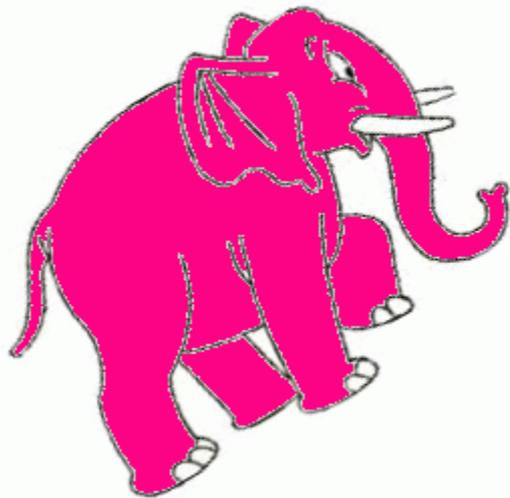
A model being tested in the Towing Tank of [Newcastle University](#).

Опытный бассейн [СПбГУВК](#)

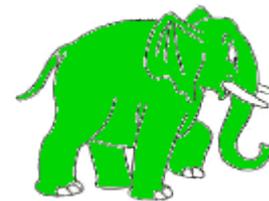
Теорема Пифагора



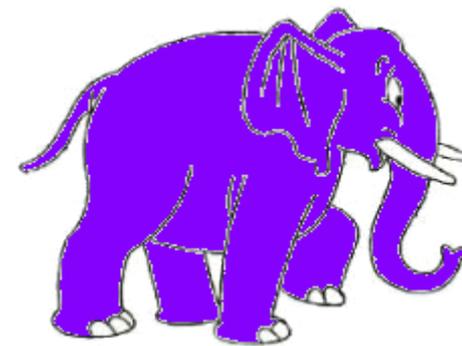
Теорема Пифагора



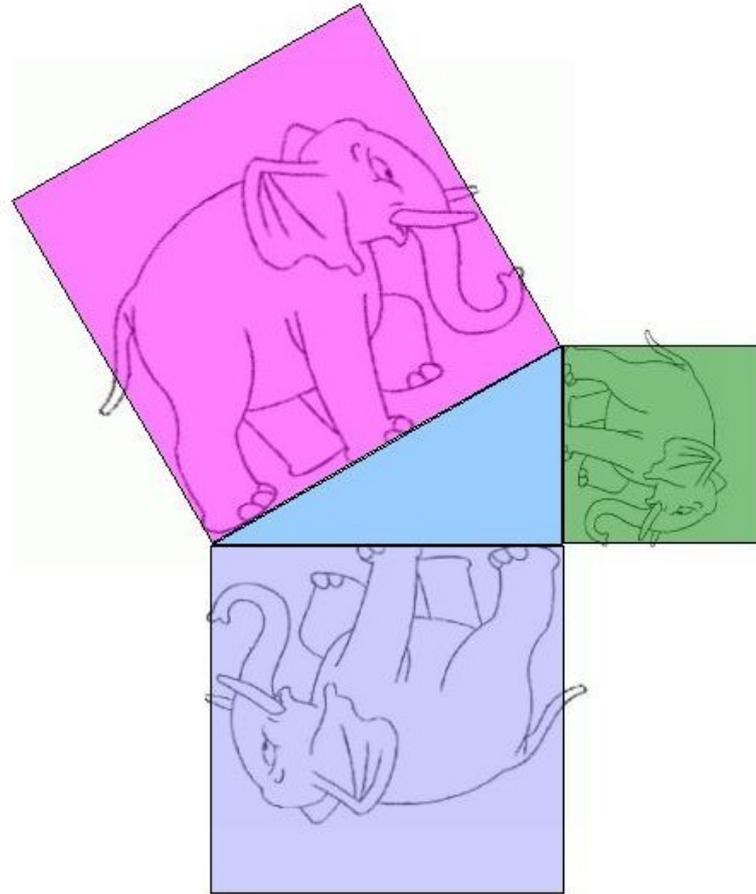
=



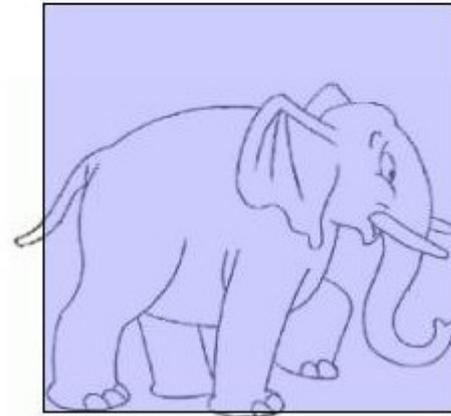
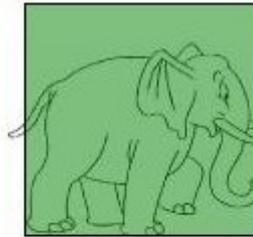
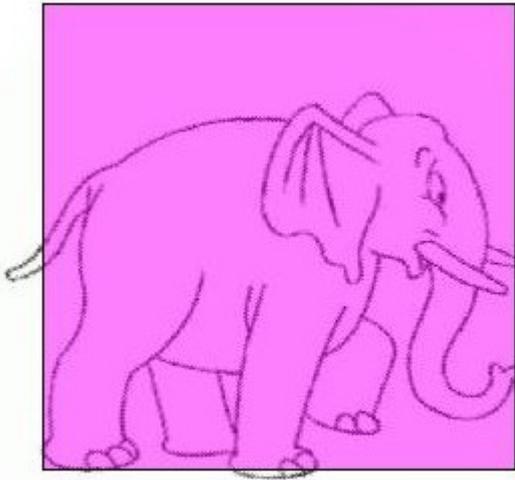
+



Теорема Пифагора



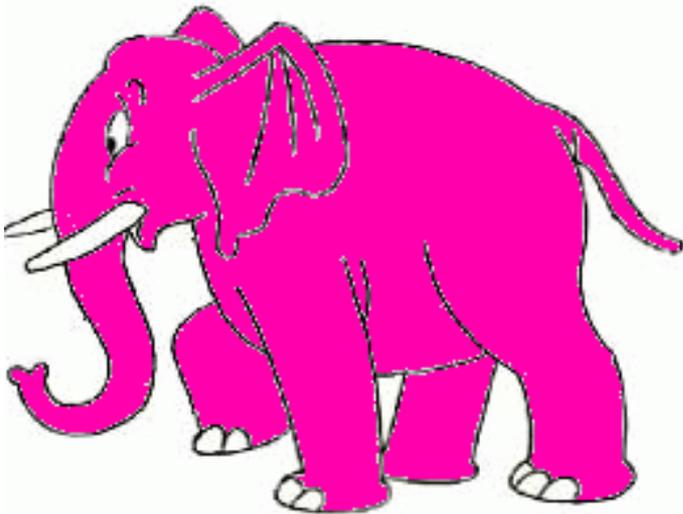
Доля слона в квадрате одинакова



Наземные млекопитающие



- 3 г. – землеройка
- Время жизни – 2-3 года



- $3 \cdot 10^6$ г – слон
- Время жизни – до 70 лет

Πόροκ (требушет)



Для подобных гравитационных камнеметов

- Дальность \sim размер
- Удельные нагрузки \sim размер

В общем случае

$$X = \{X\} [X]$$

$$X(a, b, c, \dots) = \{\text{безразмерно}\} [\text{размерно}]$$

Обычно безразмерных параметров
слишком много, надо уметь
избавляться от лишних.



БИБЛИОТЕЧКА • КВАНТ •

ВЫПУСК 49

К.Ю. БОГДАНОВ

ФИЗИК В ГОСТЯХ У БИОЛОГА



К О Н Е Ц