

# Физико-техническая система единиц для электродинамики

Иванов Михаил Геннадьевич  
(кафедра теоретической физики МФТИ)

[ivanov.mg@mipt.ru](mailto:ivanov.mg@mipt.ru)

11 сентября 2013 г.

Межпредметный семинар

# Очень старая проблема

Разные размерности полей  $E$ ,  $D$ ,  $B$ ,  $H$  в системе СИ.

*«В этом отношении система СИ не более логична, чем, скажем, система, в которой длина, ширина и высота предмета измеряются не только различными единицами, но и имеют разные размерности.»*

Сивухин Д.В. О международной системе физических величин // УФН. — М.: Наука, 1979. — Т. 129. — No 2. — С. 335-338.

**Опубликовано по решению Бюро Отделения общей физики и астрономии АН СССР.**

# Электродинамика в СИ (среда)

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0, \quad \operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t},$$

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = \rho, \quad \operatorname{rot} \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{j},$$

$$\mathbf{S} = [\mathbf{E} \times \mathbf{H}], \quad W = \frac{1}{2}(\mathbf{E}, \mathbf{D}) + \frac{1}{2}(\mathbf{B}, \mathbf{H}),$$

$$\sigma_{\alpha\beta} = (E_{\alpha}D_{\beta} + B_{\alpha}H_{\beta}) - \delta_{\alpha\beta}W,$$

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + [\mathbf{v} \times \mathbf{B}]), \quad L = \frac{\Phi}{I},$$

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}, \quad \mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{M}.$$

# Электродинамика в СИ (вакуум)

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0, \quad \operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad \operatorname{div} \mathbf{E} = \frac{1}{\varepsilon_0} \rho,$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{B} = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mu_0 \mathbf{j} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{1}{\varepsilon_0 c^2} \mathbf{j},$$

$$\mathbf{S} = \frac{1}{\mu_0} [\mathbf{E} \times \mathbf{B}] = \varepsilon_0 c^2 [\mathbf{E} \times \mathbf{B}],$$

$$W = \frac{\varepsilon_0}{2} \mathbf{E}^2 + \frac{1}{2\mu_0} \mathbf{B}^2 = \frac{\varepsilon_0}{2} (\mathbf{E}^2 + c^2 \mathbf{B}^2),$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\alpha\beta} &= \left( \varepsilon_0 E_\alpha E_\beta + \frac{1}{\mu_0} B_\alpha B_\beta \right) - \delta_{\alpha\beta} W = \\ &= \varepsilon_0 (E_\alpha E_\beta + c^2 B_\alpha B_\beta) - \delta_{\alpha\beta} W. \end{aligned}$$

# Проблема

- Система СИ неудобна для электродинамики,
- но эталоны поддерживаются именно для системы СИ,
- измерительные приборы калибруются в СИ.
  
- С вольт и ампером бороться надо было 100 лет назад, сейчас уже поздно.

# Сложившаяся практика

- СИ — система для измерений.

(Сам я предпочитаю систему Хевисайда или СГС.)

- СГС-гауссова система — система для выкладок.
- СГС — основа «СИСТЕМЫ СИСТЕМ» единиц измерения (атомные единицы, планковские единицы и др.)

# Сложившаяся практика

- Электрические цепи — СИ
- Электромагнитное поле — СГС

(Даже у Тамма в «Основах теории электричества»!)

Это разделение даёт надежду на компромисс.

# Модифицируем гауссову систему

- перейдём от гауссовой системы СГС к гауссовой системе МКС (метр-килограмм-секунда-гауссова: МКСГ)  
(единица заряда МКСГ= $10^{4,5}$  единицы заряда СГСЭ)
- Введём независимую единицу заряда (кулон).
- Все поля (E,D,B,H) измеряем в В/м.
- Получаем «физико-техническую» систему (ФТ).

# Из СИ берём В/м и кулон

- Закон Кулона и константа Кулона:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} = k_e \frac{q_1 q_2}{r^2} = \frac{q_{1\text{мксг}} q_{2\text{мксг}}}{r^2},$$

- Электрическая сила:

$$\mathbf{F} = q_{\text{мксг}} \mathbf{E}_{\text{мксг}} = q_{\text{си}} \mathbf{E}_{\text{си}},$$

$$q_{\text{мксг}} = \sqrt{k_e} q_{\text{си}}, \quad \mathbf{E}_{\text{мксг}} = \frac{\mathbf{E}_{\text{си}}}{\sqrt{k_e}}.$$

# А теперь отходим от СИ !!!

- Все источники модифицируем как заряд
  - Все поля модифицируем как электрическое
- (Если бы мы переходили к СИ, то для полей  $\mathbf{D}, \mathbf{B}, \mathbf{H}$  были бы другие коэффициенты.)

$$(q, \mathbf{j}, \dots)_{\text{МКСГ}} \rightarrow \sqrt{k_e} \times (q, \mathbf{j}, \dots)_{\text{ФТ}},$$

$$(\mathbf{E}, \mathbf{D}, \mathbf{B}, \mathbf{H})_{\text{МКСГ}} \rightarrow \frac{1}{\sqrt{k_e}} \times (\mathbf{E}, \mathbf{D}, \mathbf{B}, \mathbf{H})_{\text{ФТ}}.$$

Для цепей единицы как в СИ  
(ампер, вольт, ом, фарад, генри)

$$I = \frac{dq}{dt}, \quad UI = \frac{d\mathcal{E}}{dt}, \quad R = \frac{U}{I},$$

$$W_C = \frac{q^2}{2C}, \quad W_L = \frac{LI^2}{2}$$

# Электродинамика в ФТ-системе

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0, \quad \operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t},$$

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = 4\pi k_e \rho, \quad \operatorname{rot} \mathbf{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} k_e \mathbf{j},$$

$$\mathbf{S} = \frac{c}{4\pi k_e} [\mathbf{E} \times \mathbf{H}], \quad W = \frac{(\mathbf{E}, \mathbf{D}) + (\mathbf{B}, \mathbf{H})}{8\pi k_e},$$

$$\sigma_{\alpha\beta} = \frac{E_\alpha D_\beta + B_\alpha H_\beta}{4\pi k_e} - \delta_{\alpha\beta} W,$$

$$\mathbf{F} = q \left( \mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{v} \times \mathbf{B}] \right), \quad L = \frac{\Phi}{cI},$$

$$\mathbf{D} = \mathbf{E} + 4\pi k_e \mathbf{P}, \quad \mathbf{H} = \mathbf{B} - 4\pi k_e \mathbf{M}.$$

# Почти как в СГС !

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0, \quad \operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t},$$

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = 4\pi \kappa_e \rho, \quad \operatorname{rot} \mathbf{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \kappa_e \mathbf{j},$$

$$\mathbf{S} = \frac{c}{4\pi \kappa_e} [\mathbf{E} \times \mathbf{H}], \quad W = \frac{(\mathbf{E}, \mathbf{D}) + (\mathbf{B}, \mathbf{H})}{8\pi \kappa_e},$$

$$\sigma_{\alpha\beta} = \frac{E_\alpha D_\beta + B_\alpha H_\beta}{4\pi \kappa_e} - \delta_{\alpha\beta} W,$$

$$\mathbf{F} = q \left( \mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{v} \times \mathbf{B}] \right), \quad L = \frac{\Phi}{cI},$$

$$\mathbf{D} = \mathbf{E} + 4\pi \kappa_e \mathbf{P}, \quad \mathbf{H} = \mathbf{B} - 4\pi \kappa_e \mathbf{M}.$$

# ФТ-система

- Для электрических цепей всё точно как в СИ.
- Для электромагнитного поля уравнения почти как в СГС.
- Все основные единицы как в СИ, но уравнения пишутся иначе, и меняются некоторые производные единицы.

# Переход от СИ к ФТ: (Для D и H приборов нет!)

$$\mathbf{E}_{\text{фТ}} = \mathbf{E}_{\text{СТ}}, \quad \mathbf{D}_{\text{фТ}} = \frac{\mathbf{D}_{\text{СТ}}}{\varepsilon_0},$$

$$\mathbf{B}_{\text{фТ}} = c\mathbf{B}_{\text{СТ}}, \quad \mathbf{H}_{\text{фТ}} = \frac{\mathbf{H}_{\text{СТ}}}{c\varepsilon_0} = c\mu_0\mathbf{H}_{\text{СТ}},$$

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi k_e}, \quad \mu_0 = \frac{1}{c^2\varepsilon_0} = \frac{4\pi k_e}{c^2}.$$

# «Приведённое магнитное поле»

- Для совместимости со старой системой СИ.
- В приведённом поле откалиброваны существующие приборы.
- Уравнения через приведённое поле лучше не писать.

$$\mathbf{B}_{\text{пр}} = \frac{\mathbf{B}_{\text{фТ}}}{c} = \mathbf{B}_{\text{СТ}}$$

СМЫСЛ ПОСТОЯННОЙ КУЛОНА  
(КВАДРАТ ОТНОШЕНИЯ ЕДИНИЦ ЗАРЯДОВ)

$$\{k_e\} = \left( \frac{q_{\text{МКСГ}}}{1\text{Кл}} \right)^2$$

# Смысл постоянной Кулона (постоянная тонкой структуры на константу)

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} = \frac{k_e e^2}{\hbar c}$$

- Уже зафиксировано:

$$c = 299\,792\,458 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

- Планируется зафиксировать:

$$h = 2\pi\hbar = 6,626068 \times 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с},$$

$$e = 1,602176 \times 10^{-19} \text{ Кл}.$$

# Планковский заряд, или элементарный заряд?

- Кулон будет определён через элементарный заряд.
- Единица заряда системы СГС окажется определена через планковский заряд.
- Коэффициент пересчёта будет содержать постоянную тонкой структуры.

# Надежда 1

- Конечно, такую систему надо было предлагать 100 лет назад, когда праздновали 300-летие Дома Романовых.  
(Приношу свои извинения, что не сделал этого своевременно.)
- Но переучиваться почти не надо, большинство почти не почувствует изменений
  - Цепи и так считают в СИ
  - В СГС считают поля, но СГС нужна в первую очередь для аналитических выкладок.

# Надежда 2

*Отдельные учёные должны также иметь свободу иногда использовать единицы, не входящие в систему СИ, для которых они видят частные научные преимущества для своей работы. Пример этого — использование СГС-Гауссовых единиц в электромагнитной теории, применительно к квантовой электродинамике и относительности.*

8-е издание брошюры «Международная система единиц»

(В 7-м издании этого не было!)

# Надежда 3

2011 год

XXIV Генеральная конференция по мерам и весам

Резолюция

«О возможных будущих пересмотрах Международной системы единиц, СИ».

Планируется зафиксировать точное численное значение

- постоянной Планка,
- элементарного заряда.

# Надежда 4

- Система СИ должна опереться на квантовую электродинамику при определении двух основных единиц: килограмма и ампера.
- «... Пример этого — использование СГС-Гауссовых единиц в электромагнитной теории, применительно к квантовой электродинамике и относительности.»  
8-е издание брошюры «Международная система единиц»

# Система СИ

- Ампер определяется через силу взаимодействия проводников с током.

Фиксируется

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ Гн/м}$$

- Но есть ещё «практические единицы»:
  - Вольт-1990
  - Ом-1990

# «Практические единицы» (Воспроизводятся точнее!)

- Ом-1990 (через квантовый эффект Холла)  
Фиксируется постоянная фон Клитцинга

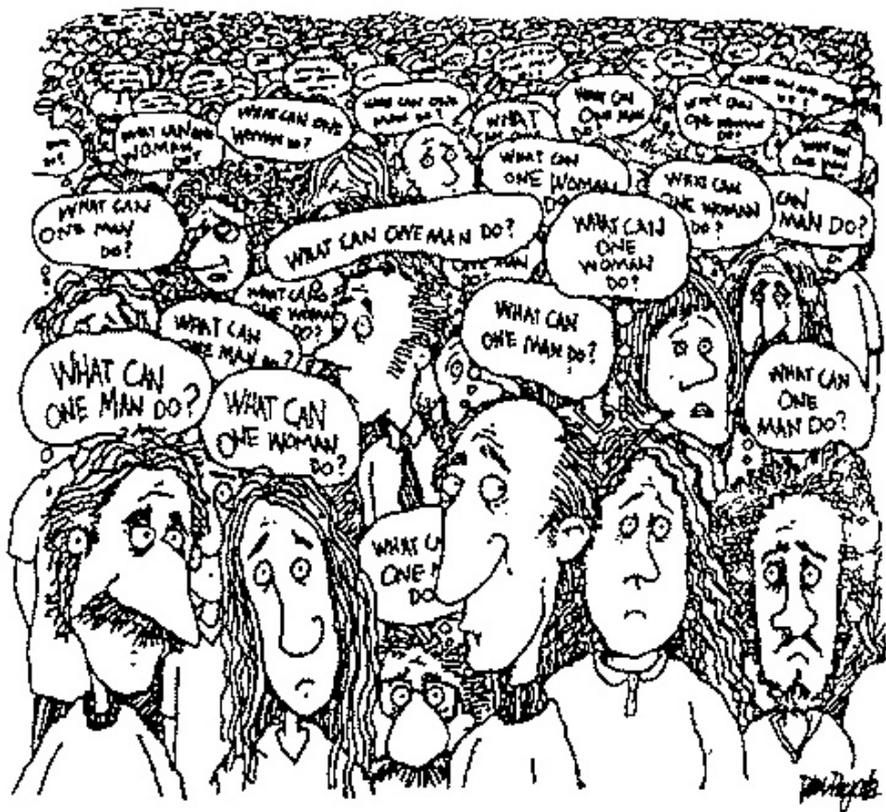
$$R_K = h/e^2 = 25\,812,807 \text{ Ом}_{90}$$

- Вольт-1990 (через эффект Джозефсона)  
Фиксируется постоянная Джозефсона

$$K_J = 2e/h = 483\,597,9 \text{ ГГц/V}_{90}$$

# Благодарю за внимание!

Типичная реакция физиков на изложенное:



# Уравнения ФТ-системы через постоянную Хевисайда

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0, \quad \operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad \varkappa_e = \frac{1}{\varepsilon_0} = 4\pi k_e$$

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = \varkappa_e \rho, \quad \operatorname{rot} \mathbf{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \frac{\varkappa_e}{c} \mathbf{j},$$

$$\mathbf{S} = \frac{c}{\varkappa_e} [\mathbf{E} \times \mathbf{H}], \quad W = \frac{1}{2\varkappa_e} (\mathbf{E}, \mathbf{D}) + \frac{1}{2\varkappa_e} (\mathbf{B}, \mathbf{H}),$$

$$\sigma_{\alpha\beta} = \frac{1}{\varkappa_e} (E_\alpha D_\beta + B_\alpha H_\beta) - \delta_{\alpha\beta} W,$$

$$\mathbf{F} = q \left( \mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{v} \times \mathbf{B}] \right), \quad L = \frac{\Phi}{cI},$$

$$\mathbf{D} = \mathbf{E} + \varkappa_e \mathbf{P}, \quad \mathbf{H} = \mathbf{B} - \varkappa_e \mathbf{M}.$$