Краткий путеводитель по программе МФТИ

версия β-003

М. Г. Иванов*

7 августа 2019 г.

Аннотация

История версий:
β-001 (18.03.2018) — первая черновая версия написана, чтобы обозначить проблему и привлечь к сотрудничеству коллег с других кафедр.
β-002 (18.04.2018) — вторая черновая версия. По сравнению с первой внесены некоторые правки. Ожидается, что представители других кафедр подключатся к работе над соответствующими разделами.
β-003 (07.08.2019) — третья черновая версия. Внесены правки, после того, как текст «вылежался».

Содержание

*Иванов Михаил Геннадьевич. e-mail: ivanov.mg@mipt.ru

0 Предисловие

Как показывает практика, студент на младших курсах МФТИ может заскучать, потому, что «почти всё что мы проходим по физике и математике — результаты столетней, а часто и двухсотлетней давности». При этом студенту не всегда ясно, зачем вообще нужны те или иные предметы, как они связаны между собой и с современной наукой. В таких условиях студент может перестать учиться уже на младших курсах, после чего догнать программу становится практически невозможно. Такой студент может, тем не менее, изучить более специальные предметы, преподаваемые на выпускающей кафедре и стать специалистом. однако, такой специалист, имеющий большие провалы в общенаучном образовании, не будет полноценным с точки зрения Физтеха.

Цель данного пособия — показать студенту межпредметные связи в программе МФТИ, чтобы ответить на часто возникающий (но не всегда произносимый вслух) вопрос: «Зачем мы всё это изучаем, и какое это имеет отношение к нашей профессии?»

Мы не можем и не должны подменять этим пособием учебники по соответствующим предметам,[1] что автоматически означает, что путеводитель будет кратким и неполным. Также полезно заранее предупредить, что излагаемый взгляд заведомо несбалансированный и предвзятый: автор смотрит со своей колокольни — с позиции доцента кафедры теоретической физики. Колокольня эта достаточно высока, чтобы с неё была видна (хотя и без подробностей) программа МФТИ как целое, но какие-то моменты, важные с точки зрения других кафедр, неизбежно будут пропущены. Также излагаемая точка зрения не является официальной точкой зрения кафедры — это точка зрения отдельного преподавателя.

Пособие ориентируется на самое массовое в МФТИ направление подготовки «прикладные математика и физика».

0.1 Структура образования в МФТИ крупными блоками

Все учебные курсы, читаемые в МФТИ делятся на следующие циклы:

- *общеинститутский цикл* как правило читается *общеинститутскими кафедрами*,
- *факультетский цикл* как правило читается *факультетскими кафедрами*, но деканат может заказывать предметы этого цикла у кафедр других видов,
- *кафедральный цикл* как правило читается *выпускающими кафедрами* (большинство из которых являются *базовыми кафедрами*) для своих студентов, но кафедра может заказывать предметы этого цикла у других кафедр,
- *факультативы и курсы по выбору* как правило читаются по инициативе конкретного преподавателя, который хочет привлечь студентов к работе по своей тематике.

Общеинститутские кафедра не входит в состав какого-либо факультета, хотя формально приписаны к факультету, наиболее близкому по тематике. Перечислим общеинститутские кафедры (см. https://mipt.ru/education/chair/) в том порядке, в котором студент с ними знакомится, с указанием периода, в который кафедра читает предметы общеинститутского цикла на большинстве факультетов.

0.2 Естественнонаучные кафедры и основные читаемые ими курсы

Звёздочками помечены курсы, читаемые отдельным факультетам. Факультативы не перечислены.

0.2.1 Кафедра высшей математики

1–3 курсы, см. https://mipt.ru/education/chair/mathematics

- Математический анализ (1–4 семестры):
  - Введение в математический анализ (семестровый курс с удвоенным числом часов) — 1-ый семестр.
  - Многомерный анализ, интегралы и ряды (семестровый курс с удвоенным числом часов) — 2-ой семестр.
  - Кратные интегралы и теория поля (семестровый курс) — 3-ий семестр.
  - Гармонический анализ (семестровый курс) — 4-ый семестр.
- Аналитическая геометрия и линейная алгебра (1–2 семестры):

[1]В бумажном виде вы получите эти учебники в библиотеке МФТИ, а в электронном виде — в «Электронной библиотеке Физтеха» https://lib.mipt.ru/. Большое количество современных статей по многим разделам физики и математики,а также по некоторым разделам информатики, биологии и экономики можно найти в электронном архиве https://arxiv.org/.

  - Аналитическая геометрия (семестровый курс) — 1-ый семестр.
  - Линейная алгебра (семестровый курс) — 2-ой семестр.

- Дифференциальные уравнения (годовой курс) — 3–4 семестры.
- Теория функций комплексной переменной (полуторасеместровый курс) — 5-ый семестр.
- Уравнения математической физики (годовой или семестровый курс в зависимости от специализации) — 5–6 семестры. (Многомерное расширение «Дифференциальных уравнений».)
- Теория вероятностей (семестровый курс).
- * Стохастические процессы (годовой или семестровый курс). (Расширение «Теории вероятностей».)
- * Функциональный анализ (годовой или семестровый курс). (Бесконечномерное обобщение «Линейной алгебры» и «Математического анализа».)
- * Выпуклый анализ (семестровый курс). (Расширение «Математического анализа».)
- ** Алгебра и геометрия (годовой курс). (Альтернатива для курса «Аналитическая геометрия и линейная алгебра».)
- ** Теория групп (семестровый курс).
- ** Математическая статистика (семестровый курс). (Приложения «Теории вероятностей».)
- ** Дифференциальная геометрия (семестровый курс). (Расширение «Аналитической геометрии» и «Многомерного анализа».)

0.2.2 Кафедра общей физики

1–3 курсы, см. https://mipt.ru/education/chair/physics/.

Цикл общей физики включает лекции, семинары и лабораторный физический практикум (*лабы*). На лабах стоит остановится специально. Физика — экспериментальная наука. Для постановки физического мышления некоторая минимальная культура физического эксперимента должна быть привита даже чистым теоретикам, чтобы они понимали откуда берутся исходные данные и как проверяются теории. Также умение обрабатывать результаты эксперимента полезно в других экспериментальных науках и практической деятельности.

В цикле общей физики исходными пунктами построения того или иного раздела обычно являются эксперименты. Соответственно общая физика строится в существенной степени индуктивно (от частных фактов к общим закономерностям). На общей физике стараются обходиться без особо изощрённых математических методов, ограничиваясь тем минимумом, который должен быть известен любому грамотному физику: математический анализ, дифференциальные уравнения, векторы, матрицы, которые ведут себя как тензоры по отношению к поворотам системы координат. Иногда при этом используется математический аппарат с небольшим опережением по отношению к циклу высшей математики.

По общей физике существует большое количество хороших учебников, из которых мы выделим «Общий курс физики» Д.В. Сивухина, написанный на основе лекций по общей физики, читавшихся студентам МФТИ.

- I семестр — Механика
- II семестр — Термодинамика и молекулярная физика
- III семестр — Электричество и магнетизм
- IV семестр — Оптика
- V семестр — Квантовая микрофизика
- VI семестр — Основы современной физики

0.2.3 Кафедра информатики и вычислительной математики

1–3 курсы, см. http://cs.mipt.ru/, https://mipt.ru/education/chair/computational_mathematics/.

В школе информатика может во многом сводится к компьютерному ликбезу по использованию стандартных пакетов программного обеспечения (в первую очередь офисного) с точки зрения пользователя. Информатика в МФТИ намного интереснее и сложнее: она рассказывает о том, как строятся информационные системы как с точки зрения «железа» (*аппаратное обеспечение*), так и с точки зрения «софта» (*программное обеспечение*). Такая информатика существенно математизирована и ориентирована не на пользователя офисных пакетов, а на исследователя, которому нужно использовать компьютер, чтобы получить что-то новое.

- Информатика (1–4 семестры).
- Вычислительная математика (5–6 семестры).

0.2.4 Кафедра теоретической механики

2 курс, см. https://mipt.ru/education/chair/theoretical_mechanics/.

- Теоретическая механика (3–4 семестры)
- * Теория управления (5–8 семестры, ФАКИ)
- * Теория колебаний (7–8 семестры, ФАКИ)

0.2.5 Кафедра теоретической физики

2,3–5 курсы, см. https://mipt.ru/education/chair/theoretical_physics/.

В отличие от общей физики, цикл теоретической физики тяготеет к дедуктивному построению (от общих законов к их следствиям и конкретным эффектам). При этом упор делается на *методы*, которые допускают обобщение на более широкую область применимости, чем рассматриваемый раздел теоретической физики.

К изощрённой математике теоретическая физика специально не стремится, но не стесняется её использовать там, где это существенно упрощает понимание.

- Теория поля (4 или 5 семестр)
- Квантовая механика (5–6 или 6–7 семестры)
- Статистическая физика (7 или 8 семестр)
- Физическая кинетика (8 семестр, ФОПФ и ФБМФ)
- * Механика и теория поля (3–4 семестры ФБМФ вместо «Теоретической механики» и «Теории поля»)
- Обязательные курсы по выбору (9 семестр, студент должен выбрать что-то одно, кроме некоторых факультетов, таких как ФУПМ)
  - Качественные методы в гидродинамике (профессор В.П. Крайнов)
  - Томография и сжатые состояния в квантовой оптике и квантовой механике (профессор В.И. Манько)
  - Квантовая электродинамика
  - Электродинамика сплошных сред
  - Основы общей теории относительности (доцент С.Н. Вергелес)
  - Диаграммные методы в физике твердого тела
  - Симметрии в физике
  - Физика наноразмерных систем
  - Равновесная статистическая механика сложных систем
  - Физическая кинетика (ФАЛТ)
  - Современная теория фазовых переходов II рода
  - Неравновесная статистическая физика

0.3 «Гуманитарные» кафедры

Что происходит на гуманитарных кафедрах с теорфизической колокольни видно плохо, поэтому от описания их предметов мы, по возможности, воздержимся.

0.3.1 Департамент иностранных языков

1–3,4 курсы, см. https://mipt.ru/education/chair/foreign_languages/.

Отметим только, что для занятий наукой очень полезно владеть английским языком в достаточной мере для того, чтобы

- Читать статьи на английском по своей специальности.
- Писать статьи на английском по своей специальности.
- Слушать доклады на конференциях и лекции на английском по своей специальности.
- Делать доклады на конференциях и читать лекции на английском по своей специальности.

Это практически необходимый минимум, которому ~~кафедра~~ департамент иностранных языков учит всех студентов, вне зависимости от того, насколько они знали английский в момент поступления. Для этого на 1 курсе студентов распределяют по группам начинающих изучать английский язык и продолжающих.

Если вы благополучно освоили этот минимум, то у вас есть возможность углубить знания английского языка, или изучить второй язык.

0.3.2 Департамент физической культуры и спорта

1–4 курсы, см. http://mipt.ru/education/chair/sport/.

Этот департамент заботится о том, чтобы студенты не приобрели стандартный букет болезней, свойственный людям, ведущим сидячий образ жизни. Кафедра предлагает разные специализации, среди которых есть и аналог обычной школьной физкультуры («общефизическая подготовка», ОФП), но большинство специализаций — различные спортивные секции.

На департаменте ведётся и научная работа (положение на Физтехе способствует).

0.3.3 Военная кафедра

4–5 курсы, см. https://mipt.ru/education/chair/military/.

На кафедру зачисляют по конкурсу. После завершения обучения студент проходит военные сборы, в результате чего, становится офицером запаса.

Отметим, что Министерство обороны выпускников Физтеха ценит, особенно в последние годы, когда техническому оснащению армии уделяется повышенное внимание. Соответственно призывать их стараются на должности, на которых их квалификация будет востребована.

Выпускники МФТИ, не прошедшие обучение на военной кафедре могут в добровольном порядке пройти военную службу в научной роте.

Впрочем, автор путеводителя — человек мирный и от военной кафедры далёкий. Поэтому написанному здесь лучше на слово не верить, а самостоятельно навести справки на военной кафедре.

0.3.4 Учебно-научный центр гуманитарных и социальных наук

https://mipt.ru/education/chair/uchebno-nauchnyy-tsentr-gumanitarnykh-i-sotsialnykh-nauk/

В качестве материала для размышления о роли гуманитарного образования на Физтехе рекомендую эссе Ч.П. Сноу «Две культуры и научная революция».

Департамент философии https://mipt.ru/education/chair/philosophy/

Философия — 4 курс (весенний семестр лекций 30 часов, дифф.зачёт),

История, философия и методология естествознания — 5 курс (годовой курс: зимой зачёт+летом экзамен, лекции 60 часов+семинары 30 часов).

История и философия науки — аспиранты первого года (лекции 54 часа+семинары 64 часа).

Охрана интеллектуальной собственности — для аспирантов.

Психология и педагогика — для аспирантов.

Департамент системного анализа экономики https://mipt.ru/education/chair/economics/

Микроэкономика — 4 курс, осенний семестр?

Макроэкономика — 4 курс, весенний семестр?

Департамент культурологии https://mipt.ru/education/chair/uchebno-nauchnyy-tsentr-gumanitarnykh-i-sotsialnykh-nauk/departament-kulturologii/

Гуманитарные курсы по выбору (все курсы семестровые, дифф. зачёт):
Лега В.П. Религия и наука: христианская апологетика
Бондаренко О.Р. Консультирование в культуре современного общества
Разумовский И.А. История российско-японских отношений
Скороварова Л.П. Русская языковая культура
Марченко О.В. Философия в истории европейской культуры
Ковревская В.Е. Мифология, наука и культура
Глухова Е.В., проф. Логика
Кобзев А..И. Глобальная культурная альтернатива: Восток-Запад
Синицын А.Н. История кино и анализ фильма

Департамент истории https://mipt.ru/education/chair/uchebno-nauchnyy-tsentr-gumanitarnykh-i-sotsialnykh-nauk/departament-istorii/

Лекции по истории России в контексте мирового развития для студентов первого курса.

Гуманитарные курсы по выбору (2016 - 2017 учебный год):
Шемякин Я.Г., д.и.н. Праздник как историко-культурный феномен: мир идеала и реальность власти
Грицаева А.Д., доц., к.и.н. Преступление и наказание. Из истории политического сыска в России
Антонов Вл.А., д.и.н. Гражданская война в России 1917-1922 гг.
Клемешов А.С., доц. Церковь, религия и общество в Средние века
Емельянова Е.Д., проф. История женского движения в России
Суриков И.Е., проф. История Древней Греции
Суриков И.Е., проф. История Древнего Рима
Черникова Л.П., доц., к.и.н. История российско-китайских отношений
Гришин Д.Б., доц., к.и.н. Социально-политические аспекты и психология личности в истории России
Стецюра Т.Д., к.и.н., ст. преп. История русского быта (IX-XX вв.)

Департамент социально-политических наук https://mipt.ru/education/chair/uchebno-nauchnyy-tsentr-gumanitarnykh-i-sotsialnykh-nauk/departament-sotsialno-politicheskikh-nauk/

Правоведение — 4 курс.
Педагогика и психология — для аспирантов.

Гуманитарные курсы по выбору по социально-политическим дисциплинам:
Костин А.Н. Психология автоматизации
Куракина О.Д. Философская культура отечественного самосознания
Савинов А.В. Человек и общество: путь модернизации (Государство и общество, личность и власть в России)
Зернова Л.П. Управленческая психология
Зернова Л.П. Психология общения
Кожарина Л.А. Психология личности
Белова Н.Д. Лидеры мировой политики (2-я пол. XX в. – нач. XXI в.): политика как профессия
Волков Ю.А. Основы политологии

0.4 Физика и математика — самые простые науки

Здесь автор излагает своё личное видение того, чем математика и физика отличаются от всех остальных наук. И почему все остальные науки в той или иной степени им подражают.

Основой физтеховского образования являются физика и математика. В некотором смысле, это самые простые науки.

Математика — наука о строгом мышлении. Любое строгое рассуждение является математическим.

Физика — наука о простых явлениях природы. Если что-то в физике кажется вам сложным, то это потому, что со времён Ньютона физики последовательно описывали всё более и более нетривиальные явления, с помощью всё более и более изысканной математики, уходя всё дальше и дальше от нашей повседневной интуиции.

Явление природы является «достаточно простым» для физика, если его удаётся описать достаточно строго, чтобы можно было последовательно применять математику. Физика — экспериментальная наука. Более того, любое измерение в основе своей — физическое измерение. Можно даже сказать, что не физических измерений не бывает, а когда вам начинают рассказывать, например, про педагогические измерения, то это — подмена понятий на грани мошенничества.

По мере развития физики она вторгается в области других естественных наук, как с точки зрения внедрения (физических) измерений, так и с точки зрения использования физических моделей описываемых явлений. Такое вторжение физики в химию или биологию не делает эти науки разделом физики (так спектральный анализ — это уже не химия, а физика; теория химической связи — это и химия, и физика), а вооружает их мощными теоретическими и экспериментальными физическими методами, которые позволяют достичь выдающихся результатов, или совершить баснословные ошибки, в зависимости от того, насколько исследователь умеет ими пользоваться.

И физика и математика постоянно пересоздают себя, пересматривают и проверяют свои основания.

В математике традицию пересмотра оснований можно считать заложенной при создании геометрии Лобачевского. С тех пор математики внимательно пересматривают используемые аксиомы и пробуют что-то в этих аксиомах поменять и посмотреть, что получится. Для того, чтобы упростить процедуру пересмотра оснований были придуманы различные абстрактные математические структуры. Например, в алгебре *группа* — некоторое множество, на котором задана операция «умножения» с определёнными свойствами. Для физики элементы группы могут быть, например, числами, или поворотами пространства, но математики стараются не делать «лишних» предположений о природе исследуемых объектов, чтобы облегчить перенос доказанных теорем на другие случаи.

В физике традиция пересмотра оснований была заложена при создании специальной теории относительности (1905) и квантовой теории (1900–1925). Помимо пересмотра теоретических построений физики постоянно перепроверяют основные физические законы и их ключевые следствия экспериментально.

Постоянное пересоздание физики и математики — работа коллективная, которая осуществляется всем сообществом физиков и математиков. Однако, **в математике и теоретической физике каждый по-настоящему профессиональный исследователь сам пересоздал свою область науки: поверил доказательства всех ключевых теорем, проделал все ключевые выкладки, проверил свойства тех моделей, которые использует в работе**.

В математике и физике не обязательно читать первоисточники: можно быть хорошим математиком или физиком не прочитав ни строчки из трудов Ньютона, Гаусса, Коши, Максвелла, Эйнштейна или Гайзенберга. Но надо самому переоткрыть (пусть даже подглядывая в учебник) те их результаты, которыми пользуешься в работе.

Надо заметить, что во многих случаях в физике и математике **обоснования того или иного метода сложнее, чем его применение**. Не случайно Ньютон и Лейбниц заложили основы математического анализа не дав аккуратного определения производных, интегралов и бесконечномалых. Соответствующее обоснование было дано существенно позже «задним числом» Коши. Также не случайно физические кафедры часто используют (без строгого обоснования) математический аппарат, который ещё не ввели математические кафедры.

Возникает соблазн ограничиться изучением методов без обоснований. Для решения большинства практических задач этого достаточно — нормальный уровень для хорошего техникума. Но МФТИ готовит исследователей. Исследователь должен понимать границы применимости своих методов, а для этого он должен сам (лично!) их пересоздать. У такого исследователя, который лично пересоздал все используемые методы больше шансов создать что-то новое: **он уже сам создал** вслед за Ньютоном, Эйлером, Гамильтоном, Якоби теоретическую механику, вслед за Пуанкаре, Эйнштейном, Минковским — теорию относительности, вслед на Ньютоном, Лейбницем, Коши — математический анализ, вслед за Бором, Гайзенбергом и Шрёдингером — квантовую механику. Поэтому при выставлении оценки помимо письменной контрольной работы, которая проверяет умение применять стандартные методы, бывает *устный экзамен*, где студент должен продемонстрировать, как он сам строит тот или иной фрагмент используемого метода.

В физике уровень математической строгости обоснования применяемых методов традиционно ниже, чем в математике. Так строгое обоснование математического аппарата квантовой механики требует изучения функционального анализа в объёме большем, чем функ.ан. читается на каком-либо из факультетов МФТИ. Если бы физики стремились к полной математической строгости, то до курса физики можно было бы допускать только некоторых выпускников Мехмата, но они, в большинстве своём, изучали бы физику как раздел математики. В результате практически не получилось бы ни хороших физиков-экспериментаторов, ни даже физиков-теоретиков. Получились бы математические физики, тоже полезные люди, но больше математики, чем физики.

0.5 Об олимпиадах школьников и студентов

Если вы уже поступили на Физтех, то цель вашего участия в олимпиадах школьников достигнута: вы получили достаточную мотивацию и поступили в хороший вуз. Дошли вы при этом до уровня международной олимпиады, или не продвинулись дальше школьного уровня уже не важно — это уже деталь вашей биографии.

Если вы дошли до уровня международной олимпиады, то это даже связано для вас с некоторой опасностью: вас натаскали решать многие задачи из циклов общей физики и высшей математики, но это лишь фрагменты полного цикла. Этого достаточно, чтобы на семинарах в первом 1-2-3 семестрах вам было скучновато, но это ещё не систематическое знание: наверняка пропущены многие важные обоснования (мы уже отмечали, что обоснования часто сложнее методов), пропущены темы, которые не относятся к углубленному школьному уровню. Некоторые студенты-олимпиадники в результате расслабляются на 1-2 курсах и приходят в себя только после первой двойки на экзамене по предмету, который, как им казалось, они знали. К этому моменту не столь блестящие студенты, которые просто последовательно проходили программу уходят далеко вперёд.

Роль студенческих олимпиад иная, чем школьных. Если для школьника участвовать в олимпиадах — признак высокого уровня, то для студента гораздо ценнее участие в реальной научной работе. Студенческие олимпиады имеют серьёзный смысл в некоторых специальных случаях, например,

- вы студент вуза средней руки, который хочет быть на уровне со студентами сильных вузов и, в перспективе, перевестись в вуз посильнее;
- олимпиада представляет собой форму отбора на интересующую вас кафедру;
- олимпиада организована так, что позволяет попробовать какие-то формы реальной научной работы, например, соревнования типа турнира физиков предлагают для длительной самостоятельной проработки реальные исследовательские задачи (на многие из которых нет «официального ответа»).

0.6 Под лежачий камень вода не течёт

Образование на Физтехе ориентировано на то, что студенту что-то интересно и он целенаправленно к этому интересу идёт: ищет интересные (лично ему) факультативы, интересные кафедры, интересных преподавателей (потенциальных научных руководителей). Ищет не только на своём факультете, но и в целом в МФТИ, и даже за пределами Физтеха. Если для того, чтобы заниматься интересным (лично ему) делом студенту надо сменить научного руководителя, кафедру или факультет, то предполагается, что студент не будет ждать у моря погоды, а наведёт справки (у товарищей, на кафедре, в деканате, в ректорате, напрямую у потенциального научного руководителя) и переведётся в интересную ему исследовательскую группу. Если студент прочитал интересную книгу по специальности и не может найти среди своих преподавателей, или даже вообще на Физтехе, кого-то кто занимался бы заинтересовавшей его темой, то он может посетить в поисках специалистов десяток московских институтов, или напрямую связаться с автором книги. Если потенциальный научный руководитель никак не связан с МФТИ, то студент может уйти на индивидуальный план.[2] Всё перечисленное — нормальное поведение студента МФТИ, который ищет интересную тему.

Вы можете плыть по течению, но старайтесь при этом оглядываться по сторонам старайтесь не пропустить момент, когда надо активно выбирать. Если проявлять полную пассивность, то однажды вы можете обнаружить себя на не вполне живой кафедре (гордящейся своим славным прошлым), или на кафедре вполне живой, но лично вам не интересной. В этом случае необходимо просыпаться и что-то делать, вне зависимости от того, что «в это время года переходы между кафедрами не рекомендуются».

Может быть полезно[3] присоединиться к интересной вам исследовательской группе пораньше: раньше начав вы дальше продвинетесь к моменту, когда надо будет составлять из ваших результатов бакалаврскую или магистерскую работу.

С другой стороны, ранняя специализация связана со своими рисками: вы можете «мыть пробирки» на кафедре и упустить необходимый для вашего профессионального развития курс, спихнув его на тройку, как «заведомо бесполезный»[4].

Идеальный вариант — найти такую тему, чтобы всё, чему вас учат на Физтехе оказалось (*для вас*) с этой темой связано, а потому интересно. Какая это должна быть тема? Практически любая, если выполняются следующие условия:

- Тема должна быть достаточно глубокая, чтобы иметь связи со всей программой МФТИ.
- Вы должны в эту тему погрузиться достаточно глубоко, чтобы эти связи видеть.
- Ваша квалификация должна быть достаточно высока, чтобы погрузиться в тему.

[2] Автор данного путеводителя будучи студентом Физтеха сам в начале осеннего семестра на 5 курсе обежал около 5 московских НИИ, чтобы в конце концов в МИАНе познакомился со всеми авторами заинтересовавшей его книги (Владимиров В.С., Волович И.В., Зеленов Е.И. «p-адический анализ и математическая физика»), один из которых (И.В. Волович) стал научным руководителем сперва дипломной работы, а потом и кандидатской диссертации. При этом темы диплома и диссертации к теме книги отношения не имели.

[3] А может оказаться и вредно. В этом случае не бойтесь менять коллектив и/или направление.

[4] А ведь этот курс не самые глупые люди почему-то включили в программу по вашей специальности.

Если вы сможете достичь этого, хотя бы частично, хотя бы к концу аспирантуры, то у вас есть хорошие шансы стать состоявшимся учёным: вы будете видеть свою тему повсюду, она будет сниться вам во сне, как таблица Менделееву, с какого-то момента тема начнёт расти и ветвиться, так, что её хватит не только на вас, но и на ваших учеников.

А до того, как вы достигли такого просветления, очень полезен *научный руководитель*, который подскажет интересную, осмысленную и посильную задачу, поможет понять ваш результат, а также подскажет, что для этой задачи нужно изучить в первую очередь. С научным руководителем надо поддерживать постоянную связь: рекомендуется встречаться с ним не реже, чем раз в две недели (лучше еженедельно), даже если за время с прошлой встречи вы не достигли никаких результатов.

0.7 Благодарности

Автор благодарит за интересные замечания и полезное обсуждение С.Л. Огаркова, Л.П. Суханова, Г.Е. Иванова, Р.В. Константинова и С.Л. Милова.

1 курс

1.1 Общая физика (1,2)

Для многих людей при решении физических (и не только физических) задач одним из самых сложных моментов оказывается перевод словесного описания задачи на язык формул.[5]

При реальной научной работе появляется ещё два важнейших и сложнейших этапа, которые в школьных задачах обычно отсутствуют: *формулировка задачи* в виде пригодном для дальнейшего решения и *построение модели* (упрощение задачи настолько, чтобы её можно было решить, но чтобы существенные эффекты были описаны с достаточной точностью).

Общая физика — основной из предметов, который позволяет научиться формулировать задачи и стоить модели на сравнительно простых примерах (в химии, биологии или экономике это обычно много сложнее).

1.1.1 Механика (1)

Лабы в первом семестре призваны не только проиллюстрировать курс механики, но и познакомить с методами обработки результатов физического эксперимента: оценка погрешностей, статистическая обработка результатов эксперимента, представление результатов в виде таблиц и графиков.

Также в ходе лаб первого семестра студенты знакомятся с методами теории размерности (проверка размерности, оценка из соображений размерности). К сожалению, эта красивая тема не нашла своего места в лекциях, а вместо этого традиционно пребывает в полу-фольклорном статусе как в школе, так и в вузовском цикле общей физики. Последовательно теория размерности и подобия излагается обычно в курсах гидро- и аэродинамики. К счастью по этой теме имеется большое количество литературы. Как кулик, хвалящий своё болото, приведу ссылку на свою методичку «Размерность и подобие»[6], ориентированную на старших школьников и младших студентов. Практика оценок из соображений размерности вырабатывает ценный навык оценки характерных масштабов в разных задачах.[7]

(!) Вслед за навыками работы с размерностями, на общей физике постепенно вырабатываются навыки работы с *малыми безразмерными параметрами*. Физические задачи практически никогда не допускают точного аналитического решения. Но часто, если вы нашли малый параметр, то вы можете найти приближённое решение (или даже последовательность приближённых решений как степенной ряд по малому параметру).[8] Иногда даже говорят, что физика начинается там, где возникают малые параметры. Традиционно выпускники МФТИ были сильны в оценках через малые параметры.

Механика в рамках цикла общей физики более широка, чем школьная механика, и включает механику точки, абсолютно твёрдого тела (включая вращения вокруг произвольных осей), рассмотрение произвольных неинерциальных систем отсчёта, механику упругих тел, жидкостей и газов.

→ Механика систем с конечным числом степеней свободы далее изучается в курсе «Теоретическая механика» в более аксиоматической форме.

Также на большинстве факультетов в курс механики включается первое знакомство со специальной теорией относительности (СТО). Использование «Механики» Сивухина при знакомстве с СТО не реко-

[5]Могу засвидетельствовать это на личном опыте проведения контрольных работ, когда более простая текстовая задача решалась хуже, чем более сложная задача, сформулированная на более формальном языке.

[6]https://mipt.ru/students/organization/mezhpr/biblio/razmernost.php

[7]Например, что при рассмотрении удава, греющегося на солнышке, характерный размер удава — его толщина, а при рассмотрении удава, прикинувшегося шлангом и висящего на дереве, характерный размер удава — его длина.

[8]Для удава один из естественных *безразмерных* малых параметров — отношение толщины к длине. Для задачи об удаве, греющемся на солнышке, через этот параметр можно ценить концевые эффекты, а для удава, висящего на дереве, его жёсткость на изгиб.

мендуется, поскольку в нём используется устаревшая терминология, включающая зависящую от скорости «релятивистскую массу».[9]

→ Более глубоко СТО изучается в курсе «Теория поля» цикла теоретической физики.

1.1.2 Термодинамика и молекулярная физика (2)

Термодинамика — замечательная хорошо аксиоматизированная наука о *макроскопическом* описании квазистационарных тепловых процессов[10].

Также в курс входит рассмотрение (макроскопическое и микроскопическое) ряда нестационарных тепловых процессов[11]. В их число входят яления переноса (теплопроводность, диффузия и т.д.).

Общетеоретическое значение имеет также знакомство с фазовыми переходами и фазовыми диаграммами.

Даются элементы статистической физики, включая распределения различных величин и теорию флуктуаций.

Рассматриваются важные модели, такие как «реальный газ», поверхностное натяжение, периодический кристалл.

→ Более глубоким (но и более узким) развитием данного курса являются курсы «Статистическая физика» (равновесные состояния) и «Физическая кинетика» (неравновесные процессы) цикла теоретической физики.

1.2 Математический анализ (1,2)

1.2.1 Введение в математический анализ (1)

Ньютон и Лейбниц придумали интегральное и дифференциальное исчисление, но подвесили его в воздухе без строгого обоснования. Это строгое обоснование и даёт данный курс.

Для начала надо строго определить, что такое действительное (вещественное) число. Буковедство? Не совсем. Во-первых будет введён язык теории множеств и математической логики, который далее активно используется во всех разделах математики. Во-вторых по ходу дела окажутся доказанными некоторые полезные теоремы. Во-третьих, те конструкции, которые используются для построения действительных чисел пригодятся потом в других случаях, начиная от задания точки на плоскости или в пространстве, до введения понятий *топологии*.

Потом в разных случаях (для функции, для последовательности) определяется понятие предела и непрерывности.

→ С обобщением понятий предела и непрерывности имеет дело *топология* — наука о непрерывных отображениях. Соображения топологии (возможность или невозможность получения одного объекта из другого путём непрерывной деформации) активно используются как в математике, так и в теоретической физике. К сожалению, в общеинститутский цикл курс топологии не входит.

Также хорошее знакомство с определением вещественного числа, предела и непрерывности полезно, если мы заходим строить математический анализ используя вместо вещественных чисел какие-нибудь другие объекты, например векторы (см. последующие разделы «Математического анализа»), или точки каких-то пространств, или захотим, чтобы бесконечный хвост из цифр был в числе не после запятой, а до запятой.[12]

Далее во всеоружии вещественных чисел и пределов можно строить дифференциальное и интегральное исчисление, строить ряды Тейлора и т.д., всюду следя за тем, насколько правомочны наши действия.

Снова буквоедство? С чем можно столкнуться если не следить за применимостью используемого аппарата см. книгу Б. Гелбаум, Дж. Олмстед «Контрпримеры в анализе». Такое буквоедство будет полезно при, уже упоминавшихся выше, обобщениях математического анализа, в некоторых случаях, как раз такие «контрпримеры» могут быть основанием для нового формализма, который позволяет сделать то, что обычный анализ не позволяет.

[9] В СТО есть две общепринятых терминологии. Старая терминология (включающая «релятивистскую массу») доминирует в школе и популярной литературе. Старая терминология может встречаться в некоторых (преимущественно старых) вузовских учебниках, но считается устаревшей. Новая терминология (в которой масса — инвариант) используется в современной литературе. При правильном понимании смысла вводимых понятий противоречий не возникает, но лучше с самого начала привыкать к современной терминологии. Снова руководствуясь принципом хвалящего своё болото кулика, даю ссылку на материалы по своему курсу «Механика и теория поля» (https://mipt.ru/students/organization/mezhpr/biblio/mekhanika-i-teoriya-polya.php), где вопрос разъясняется в разделе 6.3 «Импульс и соответствие с ньютоновской механикой».

[10] Логичнее было бы назвать эту науку «термостатикой».

[11] По-хорошему их описание и надо было бы назвать термодинамикой, но увы, слово занято.

[12] Так тоже бывает. Надо только взять простое число p как основание системы счисления и ряды вида $\sum_{k=k_0}^{+\infty} c_k p^k$, $c_k \in \{0, 1, \dots, p-1\}$ можно *в некотором смысле* считать сходящимися. Такие p-адические (читается пэ-адические) числа даже имеют применения в физике, см., например, книгу Владимиров В.С., Волович И.В., Зеленов Е.И. «p-адический анализ и математическая физика», которая когда-то привела автора в МИАН.

→ Рассматривая производные и интегралы как пределы некоторых последовательностей мы оказываемся в двух шагах от методов их приближённого (численного вычисления). Многие методы доказательства теорем из «Математического анализа» в «Вычислительной математике» превращаются в методы приближённых вычислений.

Разумеется, курс сопровождается задачами на пределы, интегралы и производные, которые надо прорешать. Конечно, сейчас существуют системы аналитических вычислений, которые могут решать эти задачи в символьном виде, а также системы численных вычислений, которые могут оценить с заданной точностью то, что не считается аналитически. **Так что стоит ли тратить на эти задачи время?** На новом уровне возникает вопрос о том, надо ли учиться считать на бумажке, когда есть калькуляторы.

Если человек хватает за калькулятор для того, чтобы умножить на 10 или проинтегрировать косинус, то значит он не понимает что такое умножение или интегрирование. Чтобы он реально понял как выполняются эти действия, он должен отложить на время калькулятор и прорешать ряд примеров на бумажке. Простые примеры надо прорешать хотя бы потому, что без этого вы не можете быть уверены поняли ли вы вообще (проинтуичили ли) что такое предел, интеграл и производная. По ходу этого прорешивания простейшие случаи и правила в памяти останутся, останется в памяти и примерное представление о том «как это вообще делается» и «какие тут бывают подводные камни». После этого уже можно осмысленно пользоваться программами аналитических вычислений. А кроме того, вы сможете слушать лекции, на которых лектор по ходу дела берёт пределы и интегралы.

Заметное время посвящается исследованию функций и построению графиков. Казалось бы тоже задача для компьютера. Но главное в таких задачах построение графика не на бумаге, а в голове. Это упражнения по пониманию того, как описать поведение функции словами «в качественных терминах»: имеет минимум-максимум, растёт-убывает, растёт с ускорение-замедлением, выходит на прямую и т.п. Очень полезно для предварительного сравнения теоретических расчётов с экспериментом, а также для построения упрощённых «мягких» моделей, которые не воспроизводят численно деталей поведения системы, но ведут себя похоже, а главное могут быть исследованы без суперкомпьютера. Также многие грубые ошибки в вычислениях могут быть пойманы путём исследования функции и построения графика.

→ «Введение в математический анализ» наконец подводит математическое основание под те интегралы и производные, которые кафедра общей физики пишет начиная с сентября в курсе «Механики». А также становится понятнее, на что надо смотреть на тех графиках, которые строятся на лабах.

1.2.2 Многомерный анализ, интегралы и ряды (2)

Наведение строгости в 1-м семестре не пропало даром: теперь аргумент функции — не число, а точка в n-мерном пространстве. И пределы, производные, интегралы приходится переопределять/обощать.

Для многомерных интегралов приходится строить *теорию меры*. *Мера* — обобщение понятия длины, площади, объёма.

→ Колмогороская аксиоматика в «Теории вероятности» определяет вероятность как *вероятностную меру* на множестве исходов случайного события.

Также курс даёт новый взгляд на геометрию и стереометрию.

→ Если у нас есть числовая функция f нескольких переменных $(x, t) \to f(x, t)$, то мы можем считать, что это функция одной переменной, значениями которой являются функции от оставшихся переменных $t \to f(\bullet, t)$. Так что многомерный анализ оказывается тесно связан с анализом в пространстве функций, что подводит нас к элементам «Функционального анализа».

→ Если состояние системы описывается набором чисел, то временная эволюция даёт нам набор числовых функций от времени. Если состояние системы описывается функциями (например, функциями координат — полями), то временная эволюция описывается функциями, у которых на одну переменную (время) больше. Поэтому для «Теории поля», «Квантовой механики» и «Механики сплошных сред» нужен многомерный анализ.

1.3 Аналитическая геометрия и линейная алгебра (1,2)

Это курс, абсолютная необходимость которого очевидна всем преподавателям, но, к сожалению, не всем студентам. Курс методы которого, с точки зрения кафедры теоретической физики, используется в полном объёме, и который было бы неплохо ещё расширить.

1.3.1 Аналитическая геометрия (1)

Теория векторов и их преобразований (матриц) в 2-мерном и 3-мерном пространствах, т.е. аппарат, совершенно необходимый для физики. Казалось бы, зачем себя ограничивать размерностями 2 и 3? Это простейшие нетривиальные размерности, т.е. простейшие примеры, в которых появляются многие интересные эффекты, которые можно представить наглядно и без лишнего усложнения. Кроме того, во многих физических или математических задачах пространство целиком может быть многомерным, или даже бесконечномерным, но на два вектора всё равно натягивается плоскость, а на три — 3-мерное пространство. И в таких подпространствах надо свободно ориентироваться.

Аналитическая геометрия учит *разделять геометрический объект и его аналитическое представление в данной системе координат.*

Кривые и поверхности в 2- и 3-мерных пространствах можно сравнительно легко описывать и воображать, а кривые и поверхности 2-го порядка легко полностью классифицировать.

Также аналитическая геометрия учит не вводить слишком много структур, например, не всегда надо вводить скалярное произведение, некоторые структуры лучше видны, если от него отказаться.

Аналитическая геометрия — во многом простейший (2- и 3-мерный) случай линейной алгебры. Делались эксперименты по сжатию курса за счёт того, чтобы сначала давать более общие понятия и теоремы линейной алгебры, а потом выводить из них тривиальные частные случаи аналитической геометрии, но такой курс оказался слишком сложен для восприятия большинства студентов.

1.3.2 Линейная алгебра (2)

Если какие-либо объекты можно складывать и умножать на числа, то их можно называть векторами, пространства векторов при этом называют линейными пространствами. Векторами оказываются и столбцы чисел с определённым числом элементов, и матрицы определённого размера, и даже функции. Хотя функции обычно оказываются бесконечномерными векторами.

Линейная алгебра учит обращаться с линейными пространствами, их элементами (векторами) а также преобразования линейных пространств вне зависимости от природы рассматриваемых векторов. Линейная алгебра ограничивает себя только тем, что размерность рассматриваемых векторов должная быть конечной.

Почему не рассматриваются бесконечномерные векторы? В бесконечномерных векторных пространствах многие формулы, которые в линейной алгебре содержат конечные суммы, содержат бесконечные суммы (ряды) или интегралы, в связи с этим возникают тонкие технические вопросы по поводу сходимости этих рядов или интегралов и областей определения разных операций.

$\to$ Бесконечномерные обобщения линейной алгебры рассматриваются в курсе «Функционального анализа», который читается некоторым факультетам. Другие факультеты, хотя и не знакомятся с функциональным анализом на математическом уровне строгости, пользуются им в курсе «Квантовой механики», чтобы обращаться с волновыми функциями как с бесконечномерными векторами.

Хотя непрерывная функция вещественных переменных будет бесконечномерным вектором, мы можем приближённо описать её задав значения в некотором наборе фиксированных точек («на сетке», или «на решётке»), такая заданная не решётке функция уже оказывается конечномерным вектором, а значит с ней уже можно работать методами линейной алгебры. Линейные преобразования, такие как разностное дифференцирование, взятие интеграла или преобразование Фурье (разложение по гармоническим колебаниям) и т.д. при этом описываются конечномерными матрицами.

$\to$ Приближённое задание функций на решётке используется для приближённых вычислений в курсе «Вычислительной математике».

$\to$ В «Математическом анализе», «Дифференциальных уравнениях» и «Уравнениях математической физики» матрицы, описывающие дифференцирование, определённое интегрирование и преобразование Фурье превращаются в *линейные операторы.* Тем не менее, умение работать с конечномерными матрицами помогает и при работе с операторами.

Обратите особое внимание на две задачи, с которыми вы познакомитесь в линейной алгебре, но которые вам обязательно понадобятся в курсах «Дифференциальные уравнения», «Уравнения математичекой физики», «Вычислительная математика», «Теоретическая механика», «Теория поля», «Квантовая механика» и др.

Задача на собственные числа и собственные векторы.

Пусть $L\vec{v}$ — линейное преобразования вектора $\vec{v}$, т.е. для любого числа α

$$L(\alpha\vec{v}+\vec{w}) = \alpha L\vec{v} + L\vec{w}.$$

Найти числа λ (*собственные числа*) и векторы $\vec{v}_\lambda$ (*собственные векторы*), такие что

$$L\vec{v}_\lambda = \lambda\vec{v}_\lambda.$$

Собственный вектор $\vec{v}_\lambda$ задаёт направление, для векторов параллельных которому действие L сводится к умножению на число λ. Набор собственных векторов часто удобно использовать в качестве нового базиса.

В разных задачах векторы могут быть просто векторами, или функциями (от непрерывных переменных, или заданными на решётке), а преобразование L может быть матрицей, или каким-то интегральным, или дифференциальным оператором, но задача на собственные числа и собственные векторы всё равно окажется полезной. Так в «Теоретической механике» (или в «Теории поля») к задаче на собственные векторы и собственные числа сводится задача нахождения собственных колебаний системы (при собственных колебаниях все части системы колеблются с одинаковой частотой), а в «Квантовой механике» задача на собственные числа и собственные значения позволяет найти допустимые значения наблюдаемой величины (*спектр*) и состояния, в которых эти значения достигаются, частным случаем такой задачи является *стационарное уравнение Шрёдингера.*

Неоднородное линейное уравнение.

Общее решение $\vec{x}_{\text{о.н.}}$ неоднородного линейного уравнения

$$L\vec{x} = \vec{v}$$

имеет вид

$$\vec{x}_{\text{о.н.}} = \vec{x}_{\text{о.о.}} + \vec{x}_{\text{ч.н.}},$$

где $\vec{x}_{\text{о.о.}}$ — общее решение однородного уравнения

$$L\vec{x}_{\text{о.о.}} = 0$$

(а это частный случай задачи на собственные векторы при $\lambda = 0$) и частного решения исходного неоднородного уравнения. Если мы умеем решать неоднородное уравнение, когда в правой части стоят базисные векторы

$$L\vec{x}_\alpha = \vec{e}_\alpha, \qquad \vec{v} = \sum_\alpha v^\alpha \vec{e}_\alpha,$$

тогда частное решение можно найти в виде

$$\vec{x}_{\text{ч.н.}} = \sum_\alpha v^\alpha \vec{x}_\alpha.$$

И опять в разных задачах векторы могут быть просто векторами, или функциями (от непрерывных переменных, или заданными на решётке), а преобразование L может быть матрицей, или каким-то интегральным, или дифференциальным оператором. Наше уравнение может оказаться уравнением теплопроводности с источником, волновым уравнением для звука или электромагнитной волны, но способы решения линейного неоднородного уравнения аналогичны, будь то алгебраическое интегральное или дифференциальное уравнение. Главное, чтобы оно было линейным.

1.4 Теория вероятностей (от 2 до 7)

Теория вероятностей на разных факультетах изучается в разных семестрах со 2-го по 7-й.

→ Как уже упоминалось выше, колмогоровская аксиоматика теории вероятностей задаёт вероятность, как *вероятностную меру*, что связывает курс с «Многомерным анализом, интегралами и рядами».

Для вероятностей приходится строить более общую теорию меры, чем ранее в математическим анализе, т.к. отдельная точка вероятностного пространства (отдельный исход случайного события) может иметь конечную меру.

Также в теории вероятностей приходится разбираться с такими тонкостями как измеримые (имеющие меру) и неизмеримые (не имеющие меры) множества, поскольку оказывается, что не всякому множеству исходов случайного события можно приписать вероятность.

→ «Общая физика» (обработка результатов эксперимента), «Термодинамика и молекулярная физика», «Квантовая микрофизика», «Основы современной физики», «Квантовая механика», «Статистическая физика», «Физическая кинетика», «Информатика» (*теория информации*), «Вычислительная математика» (*методы Монте-Карло*).

Вообще, теория вероятностей — это один из курсов, которые ставят мировоззрение. Вероятностное мышление помогает выправить чрезмерный детерминизм, который можно вынести из первоначального изучения классической механики.[13] Долгое время считалось, что все вероятности в природе связаны с недостатком информации, но «Квантовая механика» показала, что в природе бывают и настоящие случайности.

Абсолютный минимум, который жизненно необходимо вынести из курса теории вероятностей: понятие вероятности, когда вероятности складываются, когда вероятности умножаются.

1.5 Информатика (1,2)

По информатике, как и по общей физике, есть лабораторные работы и лекции. Зато нет семинаров. В решении задач на компьютере есть своя однозначность: программа либо работает, либо не работает. Если программа работает, то можно объективно оценить некоторые характеристики: скорость работы, потребляемая память. И для сдачи курса на положительную оценку *программа должна работать.*

[13]На самом деле классическая механика тоже может быть переформулирована как вероятностная теория.

1.5.1 Информатика (1) — Алгоритмы

По существу 1-й семестр информатики — это математика. Здесь даже теоремы есть и доказательства. Что такое вообще алгоритм? Что такое вычислимость? Как всё это строго сформулировать?
→ «Дискретная математика».

1.5.2 Информатика (2) — Структура ЭВМ

А 2-й семестр информатики — это уже не математика, а инженерная дисциплина.
Как конкретно реализовано в железе те алгоритмы, о которых говорилось ранее?
→ Чтобы подключить экспериментальную установку к компьютеру, желательно знать как компьютер работает. «Общая физика».

2 курс

2.1 Общая физика (3,4)

2.1.1 Электричество и магнетизм (3)

Курс рассматривает

- заряженные частицы во внешних электромагнитных полях,
- электромагнитное поле как динамическая систему (электродинамика),
- электрические цепи,
- явления, связанные с электромагнитными полями и электрическими зарядами,
- электродинамику в среде,
- колебания и волны, связанные с электромагнитным полем и электрическими зарядами.

Практическое значение курса очевидно.

Часть, связанная с колебаниями и волнами может служить заделом для рассмотрения других колебательных систем.

Следует особо заметить, что в электродинамике становятся важными расхождения между международной системой единиц (СИ) и гауссовой системой единиц (СГСГ). Часто недостатком системы СИ для электродинамики называют наличие размерной константы в законе Кулона, на самом деле главный недостаток системы СИ — различные размерности для возникающих в электродинамике в среде четырёх полей $\mathbf{E}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{D}$, $\mathbf{H}$.

Традиционно для теоретического описания электрических цепей используется система СИ, а для полей — СГСГ. В эксперименте доминирует СИ, т.к. в её единицах калибровано большинство приборов.[14]

→ Рассмотрение волновых процессов приготовляет нас к переходу к «Оптике».

2.1.2 Оптика (4)

В некоторых потоках в 4-й семестр также перенесена специальная теория относительности.

В принципе всю оптику можно было бы вывести из уравнений Максвелла, так что курс оптики — естественное продолжение курса электродинамики. Однако, в рамках цикла общей физики нас интересует не столько подобный вывод, сколько конкретные оптические явления. И если некоторые оптические явления можно понять из геометрической оптики, то лучше с неё и начать.

(!) Вообще, заменить уравнение в частных производных (хотя бы приближённо) на обыкновенное дифференциальное уравнение, или даже на алгебраическое уравнение — это очень полезное искусство, которую учит преимущественно кафедра общей физики.

Опять, как и в предыдущем семестре, изучаемый материал может служить заделом для рассмотрения процессов распространения других волн, например в акустике.

→ Рассмотрение волновых процессов приготовляет нас к переходу к «Квантовой физике» и «Квантовой механике» (в рамках цикла общей физики и в рамках цикла теоретической физики). Многие оптические эффекты, если рассмотреть электромагнитную волну как поток частиц (фотонов) оказываются существенно квантовыми. При этом формулы для энергии волны превращаются в формулы для вероятности обнаружения фотона.

[14] Более подробно путаница вокруг систем единиц в электродинамике описана в статье Иванов М.Г. «Физико-техническая система единиц для электродинамики», «Инженерная физика», №1, 2015, стр.4-12. Материал данной статьи включён в упоминавшееся выше пособие «Размерность и подобие», см. https://mipt.ru/students/organization/mezhpr/biblio/razmernost.php.

2.2 Математический анализ (3,4)

2.2.1 Кратные интегралы и теория поля (3)

Снова математический анализ обобщается, а значит снова приходится пересматривать его основания. На этот раз функции могут быть не только в пространстве, но и на поверхностях, и не только числовые, но и векторные.

→ «Теория поля» в названии курса — это не та «Теория поля», что в теоретической физики, но они между собой связаны. Для физической теории поля (и, в частности, электродинамики) математическая теория поля — необходимый математический аппарат.

(!) Геометрический и физический смысл обычных производных и интегралов обычно не вызывает вопросов. Важно вынести из курса смысл разных видов многомерного дифференцирования (градиент, дивергенция, ротор, оператор набла, лапласиан) и интегрирования (поток, циркуляция и пр.).

→ Многочисленные теоремы связывающие интеграл по множеству с интегралом по его границе, встречающиеся в данном курсе, на самом деле — частные случаи одной теоремы Стокса для дифференциальных форм. Здесь есть прямая связь с «Дифференциальной геометрией» и тензорами (такой взгляд полезен и для физики), но на большинстве потоков пока используется более старомодное изложение.

2.2.2 Гармонический анализ (4)

В последней 4-й части математического анализа мы вплотную подходим к функциональному анализу.

Большая часть курса посвящена ряда и интегралам Фурье — способам разложения функций на гармонические колебания. Для обоснования этого мощного и полезного (не только в математике, но и в физике и информатике) метода приходится дальше обобщать математический анализ: строить понятие предела в функциональном пространстве. При этом преобразование Фурье оказывается заменой базиса в функциональном пространстве.

→ Преобразование Фурье — переход к базису собственных векторов оператора Лапласа $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$. Привет из «Линейной алгебры»!

→ Преобразования Фурье очень полезны практически во всех разделах физики, особенно в теории колебаний и «Квантовой механике». Часто с помощью преобразований Фурье можно свести дифференциальные уравнения к алгебраическим.

Помимо преобразований Фурье рассматриваются и другие преобразования, также сводимые к замене базиса в функциональных пространствах.

→ Такие преобразования в «Квантовой механике» тоже активно используются.

В заключение строится теория *обобщённых функций*, которые функциями, строго говоря, не являются, но с которыми часто можно обращаться так, как будто они настоящие функции.

→ Обобщённые функции удобны в физике для описания таких понятий как ударная сила, плотность точечного заряда, поверхностный заряд, двойной слой, точечный мультиполь и т.д.

2.3 Дифференциальные уравнения (3,4)

Пишут, что Ньютон только однажды использовал зашифрованную фразу для подтверждения приоритета: «data aequatione quotcunque fluentes quantitates involvente fluxiones invenire et vice versa» («дано уравнение, заключающее в себе текущие количества, — найти течения, и наоборот», на более современном языке: «дано уравнение, заключающее в себе производные, — найти функции, и наоборот»). То есть «решайте дифференциальные уравнения».

В данном курсе изучаются обыкновенные дифференциальные уравнения (ОДУ), т.е. уравнения на функции одной переменной.

2.3.1 Дифференциальные уравнения (3)

Как и во многих других двухсеместровых курсах, в курсе дифференциальных уравнений первая часть даёт основные общие понятия и теоремы, а также некоторые методы решения (решение уравнений с разделяющимися переменными, решение уравнений допускающих понижение порядка), которые достаточны для того, чтобы проиллюстрировать конкретными задачами общие понятия и теоремы.

2.3.2 Дифференциальные уравнения (4)

Вторая часть типичного двухсеместрового курса в основном даёт более мощные (но и, как правило, более частные) методы решения задач. В случае дифференциальных уравнений, эти методы во многом перекликаются с курсом теоретической механики: линейные ОДУ и линейные системы ОДУ, элементы вариационного исчисления (чтобы механики могли варьировать действие, ссылаясь на математиков), первые интегралы (законы охранения), автономные ОДУ и системы ОДУ и их исследование и др.

→ «Теоретическая механика».

2.4 Теоретическая механика (3,4)

Механика — традиционно один из наиболее аксиоматизированных разделов физики. что позволяет изучать теоретическую механику почти как раздел математики. Не случайно во многих университетах есть механико-математические или математико-механические факультеты.

2.4.1 Теоретическая механика (3)

Первая часть курса теоретической механики — это в основном последовательное построение классической (ньютоновской) механики для материальной точки и абсолютно твёрдого тела и исследование её основных свойств, многие из которых формулируются в форме теорем.

Механика, традиционно разбивается на кинематику и динамику.

Кинематика системы — это способ параметризации её движения и свойства этой параметризации, а динамика — конкретные уравнения движения (записанные в терминах выбранной кинематики) и их свойства.

Можно сказать, что кинематика — это геометрия состояний данной системы (для каждой системы — своя кинематика, может быть не одна). В частности кинематика точки — геометрия параметризованных (в качестве параметра выступает время) кривых в 3-мерном евклидовом пространстве. Кинематика абсолютно твёрдого тела с закреплённой точкой — геометрия параметризованных кривых в пространстве ориентаций твёрдого тела. Пространство ориентаций твёрдого тела искривлено (параллельный перенос в искривлённом пространстве зависит от траектории), в результате чего кинематика (а вместе с ней и динамика) абсолютно твёрдого тела оказывается нетривиальной.

→ Пространство ориентаций твёрдого тела — это *группа собственных вращений* SO(3). На некоторых факультетах «Теория групп» может быть отдельным курсом, на других факультетах элементы теории групп даются в курсе «Линейной алгебры». Вообще, теория групп для физика — это в первую очередь теория симметрий, она очень полезна для формализации различных «соображений симметрии».

2.4.2 Аналитическая механика (4)

Вторая часть курса теоретической механики — аналитическая механика (её начало — лагранжев формализм, может даваться в конце 3-го семестра).

Лагранжев формализм позволяет описать динамику системы задав одну функцию от обобщённых координат и скоростей — функцию Лагранжа. Часто (но далеко не всегда) эта функция — разность кинетической и потенциальной энергий.

Гамильтонов формализм позволяет описать динамику системы задав одну функцию от обобщённых координат и импульсов — функцию Гамильтона. Эта функция представляет собой энергию системы.

Уравнение Гамильтона–Якоби заменяет рассмотрение одной гамильтоновой системы рассмотрением ансамбля одинаковых невзаимодействующих систем. Неожиданно оказывается, что в некоторых случаях такое рассмотрение легче приводит к решению.

Разные формализмы аналитической механики различаются выбором кинематики, но во всех случаях уравнения движения могут быть получены из *экстремальных принципов* — реальная траектория движения системы выбирается из всех траекторий, допускаемых выбранной кинематикой, тем, что доставляет экстремум некоторой величине (функционалу действия). Также во всех формализмах симметрии функционала действия оказываются связаны с законами сохранения.

→ Методы аналитической механики были разработаны в XVIII-XIX веках для задач ньютоновской механики, однако оказалось, что они работают (в исходном виде, или с некоторыми модификациями) в современной неклассической физике. Поэтому они активно используются во всём цикле теоретической физики.

→ Методы аналитической механики облегчают решение «Обыкновенных дифференциальных уравнений» специального вида. По этой причине курс аналитической механики можно считать расширением курса «Обыкновенных дифференциальных уравнений» (по этой же причине аналитическая механика помещена преимущественно в 4-й семестр).

→ Также курс включает *теорию устойчивости*, которая может быть применена не только в классической механике, но и для любой динамики, вплоть до экономики и динамики биологических популяций. Теория устойчивости может быть также применена к устойчивости численных решений в «Вычислительной математике».

2.5 * Механика и теория поля (3,4)

Для одного факультета (ФБМФ) вместо годового курса «Теоретической механики» и семестрового курса «Теории поля» читается годовой курс «Механика и теория поля».

`https://mipt.ru/students/organization/mezhpr/biblio/mekhanika-i-teoriya-polya.php`

Курс этот читается кафедрой теоретической физики, в связи с этим аналитическая механика рассматривается не как развитие классической ньютоновской физики, а как формализм неклассической физики.

Даже при рассмотрении механики курс построен с таким рассчётом, чтобы методы и задачи были полезны в следующих курсах цикла теоретической физики.

2.5.1 * Механика и специальная теория относительности (3)

В соответствии с традицией 1-го тома «Механика» теоретической физики Л.Д. Ландау и Е.М. Лифшица, курс начинается сразу с лагранжевого формализма. После чего вскоре следует и гамильтонов формализм. (Уравнение Гамильтона–Якоби даётся в конце семестра.) Т.е. по сравнению с курсом «Теоретической механики» методы аналитической механики даются не в конце, а в начале, с тем, чтобы на их основе рассматривать как ньютоновскую механику, так и специальную теорию относительности (которая даёт очень хорошие примеры применения методов аналитической механики).

Также в начале курса даётся понятие тензора, которое активно используется на протяжении всего годового курса. Если ограничиться механикой, то тензоры можно использовать в очень ограниченном объёме (пожертвовав некоторыми красивыми темами), но для специальной теории относительности и электродинамики (содержание стандартного курса «Теории поля») тензоры в любом случае необходимы. Поскольку без тензоров всё равно не обойтись, то они даются как можно раньше, чтобы их можно было использовать и для задач механики.

2.5.2 * Элементы теории колебаний и классическая электродинамика в вакууме (4)

Во второй части курса сначала рассматривается теория колебаний систем с конечным числом степеней свободы, после чего предельный переход к бесконечному числу степеней свободы превращает механику в теория поля.

Прежде чем переходить к классической электродинамике в вакууме, рассматриваются некоторые общие вопросы обобщения методов аналитической механики для теории поля, после чего вторая половина семестра посвящается исключительно электродинамике (как и в стандартном курсе «Теории поля»).

2.6 Информатика (3,4)

2.6.1 Компьютерные технологии (3) — Операционные системы

Операционные системы, которые изучаются в этом курсе — разновидности UNIX.

Может возникнуть, вопрос, а как же любимый широкими массами домохозяек Windows? А никак. Нет смысла изучать в университете операционную систему, исходный код которой — коммерческая тайна, а реализованные решения завтра могут радикально измениться. Если кому-то понадобится работать с Windows, то освоив UNIX человек разберётся.

Изучать имеет смысл систему, для которой чётко прописаны и открыто опубликованы стандарты, для которой есть свободная реализация, с которой можно экспериментировать, не вступая в юридическую переписку по поводу лицензионных соглашений.

2.6.2 Компьютерные технологии (4) — Технологии программирования

Программировать можно и без всяких технологий, просто писать код. Так можно даже написать тетрис. А если надо программировать большую систему с многими тысячами (или даже миллионами) строчек кода, и делать это в коллективе, в котором люди приходят и уходят, то нужны специальные технологии.[15] Как организационные технологии, так и «технические» технологии.

3 курс

3.1 Общая физика (5,6)

3.1.1 Квантовая физика (5)

Есть два курса: курс «Квантовой физики» к рамках общей физики и курс «Квантовой механики» в рамках теоретической физики.

Соотношение между ними похоже на соотношение «Механики» в общей физике и «Теоретической механики». В общей физики даётся более простой (и менее общий!) формализм, больше внимания уделяется не вычислению, а угадыванию ответов, на основе выработки физической интуиции, рассматривается больше разных явлений, однако описание явлений часто носит ознакомительный характер.

Применительно к квантовой физике ситуация осложняется тем, что *в рамках общей физики формализм квантовой механики последовательно не излагается.* Во многих задачах последовательное применение квантовой механики заменяется на использование той полуклассической модели («старая квантовая

[15] Особенно если создаваемая система может при (не)правильной работе кого-то убить.

механика»), которую физики развивали до создания последовательной самосогласованной квантовой механики. «Старая квантовая механика» внутренне противоречива, она формулируется совсем в других терминах, чем современная квантовая механика, но она, при некоторой сноровке, позволяет выработать некоторую (имеющую ограниченное применение) физическую интуицию и получать (часто приближённо) некоторые ответы. В современной квантовой теории «старая квантовая механика» соответствует не вполне последовательному применению *квазиклассического приближения*.

В общей физике подробно описывается, какие физические эффекты привели к необходимости создания квантовой механики, почему классическая физика оказалась не применима в микромире. В частности объясняется, почему строгое обоснование термодинамики и статистической физики невозможно в рамках классической физики.

Даётся обзор приложений квантовой физики к спектральному анализу, описанию химической физики, ядерной физике, физике элементарных частиц.

(!) Изложение столь обширного материала без последовательной формулировки формализма квантовой механики многих обескураживает. Может возникнуть впечатление, что эту науку невозможно понять,[16] или даже, что всё это сплошное надувательство. Это впечатление вполне законно. Хорошо понять квантовую физику вы сможете прослушав курс «Квантовая механика» на кафедре теоретической физики. А «старая квантовая механика» — это действительно в чём-то надувательство (обоснование которого тоже будет приведено в курсе «квантовая механика»).

→ Курс «Квантовой физики» должен объяснить вам, почему классическая физика не достаточна для описания окружающего мира и возбудить желание разобраться со всеми этими непонятностями в рамках курса «Квантовой механики».

3.1.2 Основы современной физики (6)

Этот курс продолжает рассматривать применения квантовой теории, на этот раз в основном к *физике конденсированного состояния*.

Этот раздел физики не столь на слуху среди обывателей, как ядерная физика, или физика высоких энергий. Физика конденсированного состояния во многих случаях реально позволяет вывести свойства вещества из свойств составляющих его атомов[17]. На ней основана современная твёрдотельная электроника (а значит и все те гаджеты, которые нас окружают). Для инженеров-электронщиков результаты квантовомеханических вычислений обычно представляют в таком виде, чтобы ими можно было пользоваться не вспоминая квантовую физику.[18]

Одной из ключевых идей курса является понятие *квазичастицы*. Фоновое состояние вещества рассматривается как некоторый аналог вакуума, а возбуждения на этом фоне — *квазичастицы*. В квантовой физике при понижении температуры эффективное число степеней свободы сокращается (степени свободы «вымораживаются») и в результате при рассмотрении кристалла нет необходимости рассматривать электроны, связанные в атомах, нет необходимости даже рассматривать атомы, которые сидят на своих законных узлах в кристаллической решётке, а вместо этого можно рассматривать волны, которые бегут по решётке, дефекты решётки, отклонения плотности электронного газа от равновесной и т.п.

Квазичастицы описываются с помощью формализма, который возник для описания квантовых систем с переменным числом частиц (*квантовой теории поля*, КТП).

3.2 Уравнения математической физики (5,6)

В курсе уравнений математической физики в основном изучаются дифференциальные уравнения в частных производных и (сравнительно немного) интегральные уравнения.[19] Курс можно считать развитием курса обыкновенных дифференциальных уравнений.

3.2.1 Уравнения математической физики (5)

В числе первых тем изучается классификация дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка. Для каждого из рассматриваемых типов уравнений имеются свои свойства и свои методы решений, которые можно связать с их физическим смыслом.

Далее существенная часть курса посвящена изучению примеров уравнений этих типов:

- эллиптические уравнения (как правило, уравнения равновесия=статики, в том числе уравнения электростатики, магнитостатики) — уравнения Лапласа (без источников) и Пуассона (с источниками) в плоском пространстве с различными граничными условиями;

[16] Не расстраивайтесь. При создании квантовой механики физикам тоже пришлось пройти через практически полное непонимание. Не удивительно, что этап полного непонимания обычен и при изучении этой науки.

[17] Классическая физика на такой вывод была не способна, ей требовались разные *подгоночные коэффициенты*, которые надо было обязательно брать из эксперимента.

[18] Например, в виде тех самых *подгоночных коэффициентов*, которые классические физики вычислять не умеют.

[19] На ФОПФ курс уравнений математической физики существенно модернизирован и использует элементы функционального анализа.

- гиперболические уравнения (как правило, уравнения динамики, в том числе электродинамики) — волновые уравнения в плоском пространстве с различными граничными условиями;

- параболические уравнения (как правило, уравнения релаксации=установления равновесия) — уравнения теплопроводности (диффузии) в плоском пространстве с различными граничными условиями.

Этим темам посвящена большая часть первого семестра курса и существенная часть второго семестра.

← Все основные рассматриваемые примеры уравнений математической физики являются линейными уравнениями, граничные условия тоже, как правило, рассматриваются линейные. В силу этого многие идеи курса восходят к «Линейной алгебре».

3.2.2 Уравнения математической физики (6)

Вторая часть курса продолжает изучение трёх основных примеров уравнений математической физики.

← При этом используются обобщённые функции, введённые ранее в курсе «Математического анализа».

(*) Здесь проявляется популярный в современной математике подход: уравнение решается в том классе объектов, в котором его свойства наиболее просты и естественны.

→ Использование обобщённых функций позволяет естественным образом рассматривать уравнения с точечными источниками, и их решения (функции Грина) как мы любим делать в различных разделах физики.

→ Вводятся некоторые классы специальных функций (полезных в прикладных задачах, в том числе в «Квантовой механике»), которые возникают как решения задач на собственные числа и собственные векторы (функции) для различных линейных дифференциальных или интегральных операторов.

← Это снова отсылает нас к идеям «Линейной алгебры».

Даётся сравнительно краткое введение в интегральные уравнения.

3.3 Теория функций комплексного переменного (5)

С комплексными числами мы знакомы ещё со школы, но «Теория функций комплексного переменного» (ТФКП) — это теория не чисел, а функций. Все те «странные трюки», когда во вроде бы обычную функцию действительно переменного подставляется комплексный аргумент, или функция «аналитически продолжается» через точку, где она не определена, после чего неожиданно получается физически осмысленный ответ, в ТФКП получают математически аккуратное обоснование.

Функции, которые изучаются в ТФКП — это *комплексно аналитические функции*, для которых комплексная переменная $z = x + \mathrm{i}y$ и сопряжённая переменная $z^* = x - \mathrm{i}y$ рассматриваются как независимые, т.е. комплексно аналитическая функция $f(z) = u(x,y) + \mathrm{i}v(x,y)$, как функция z от z^* не зависит (что это означает определяется через производные)

$$\frac{\partial f}{\partial z} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right) + \frac{\mathrm{i}}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}\right) = \frac{\partial u}{\partial x} + \mathrm{i}\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y} - \mathrm{i}\frac{\partial u}{\partial y},$$

$$\frac{\partial f}{\partial z^*} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y}\right) + \frac{\mathrm{i}}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\right) = 0.$$

В результате производная от комплексно аналитической функции не зависит от направления.

Комплексно аналитические функции оказываются часто определены на комплексной плоскости неоднозначно. Простейший пример: квадратный корень $\pm\sqrt{z}$ определён с точностью до знака. Пока аргумент был вещественным, это было не важно: можно было выбрать одну ветвь. Для комплексного аргумента, если

$$z = r\mathrm{e}^{\mathrm{i}\varphi} = r\cos\varphi + \mathrm{i}r\sin\varphi, \qquad r,\varphi \in \mathbb{R},$$

то изменение φ от 0 до 2π приводит к тому, что z возвращается к прежнему вещественному значению, а $\sqrt{z}$ меняет знак

$$\sqrt{z} = \sqrt{r}\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\varphi/2} = \sqrt{r}\,(\cos\tfrac{\varphi}{2} + \mathrm{i}\,\sin\tfrac{\varphi}{2}).$$

→ Чтобы избавиться от неоднозначности область определения комплексно аналитических функций рассматривается как поверхность Римана, которая может покрывать комплексную плоскость несколько раз. Это связывает ТФКП и топологию.

→ В результате интеграл зависит от начальной и конечной точки, кривую между которыми можно непрерывно деформировать (не пересекая особых точек!). Для интегрирования комплексных функций, особенно по замкнутым кривым, существуют удобные методы, которые активно применяются в физике, особенно при вычислении преобразований Фурье.

У комплексных функций всегда есть особые точки (хотя бы на бесконечности), причём знание особых точек позволяет восстановить почти все свойства функции.

Строится теория степенных рядов. Оказывается, что некоторые свойства вещественных функций и их рядов Тейлора получают свои объяснения в рамках ТФКП, в частности, наличие комплексной особой точки влияет на радиус сходимости ряда Тейлора для вещественной переменной.

Комплексную функцию $f(z) = u + \mathrm{i}v$ можно рассматривать как отображение одной двумерной поверхности (комплексной плоскости) на другую (риманову поверхность). Оказывается, что такие отображения всегда конформны (сохраняют ориентированные углы), а функции u и v удовлетворяют уравнению Лапласа: $\triangle u = \triangle v = 0$. В ТФКП строится теория аналитических отображений друг на друга разных двумерных областей, что часто позволяет сводить задачи, определённые в разных областях, друг к другу, например, отобразить круг на полуплоскость.

→ Эти свойства могут быть использованы при решении многих задач из физики, геометрии и уравнений математической физики.

ТФКП — один из красивейших разделов цикла высшей математики.

3.4 Теория поля (5)

«Теория поля» читается в 5-м семестре всем факультетам за исключением ФОПФ (читается в 4-м семестре) и ФБМФ (читается в 3-4 семестрах в рамках курса «Механика и теория поля») и открывает для всех факультетов (кроме ФБМФ) цикл теоретической физики.

Овновной учебник — 2-й том «Теория поля» теоретической физики Л.Д. Ландау и Е.М. Лифшица с начала и до общей теории относительности (ОТО).

Курс включает в себя два раздела: специальная теория относительности (СТО) и классическая электродинамика в вакууме. Объединение это не случайно. Классическая электродинамика несовместима с ньютоновской механикой, поэтому последовательное изложение электродинамики требует также построения релятивистской механики (специальной теории относительности).

В отличие от цикла общей физики, где СТО давалась с использованием ньютоновской 3-мерной кинематики, в «Теории поля» СТО даётся в 4-мерной кинематике Минковского, в которой время — одна из координат наряду с x, y, z. Такое изложение удобнее для понимания и доказательства непротиворечивости теории, но несколько сложнее для интерпретации.

→ СТО — даёт хороший пример того, как неклассическая физическая теория изящно излагается на разработанном специально для неё языке (на языке геометрии Минковского, в случае СТО). Любители математики найдут тут и обобщение «Аналитической геометрии», и применение «Линейной алгебры», «Обыкновенных дифференциальных уравнений», «Групп и алгебр Ли» (последний курс читается на некоторых специальностях как специальный, с СТО группы и алгебры Ли связываются через симметрии и матричные экспоненты).

Почему в курс не входит электродинамика в среде? Во-первых, чтобы не перегружать курс. Во-вторых электродинамика в среде не является фундаментальной теорией: при микроскопическом рассмотрении среда — частицы и поля в вакууме. В-третьих, аккуратное изложение электродинамики в среде требует использования методов «Статистической физики», которая идёт в цикле теоретической физики существенно позже.

В повседневной жизни мы сталкиваемся с двумя фундаментальными полями: гравитационным и электромагнитным. Современная релятивистская теория гравитации — общая теория относительности (ОТО) сложнее, чем электродинамика (не случано её изложение во 2-м томе ЛЛ идёт после электродинамики) и требует отдельного годового курса (или семестрового со спаренными лекциями, такой курс вы можете выбрать в 7-м семестре). Кроме того, для гравитации до сих пор не построена квантовая теория, тогда как квантовая электродинамика давно построена и проверена на эксперименте с исключительной точностью. Так что выбор с какого из двух «повседневных» полей начинать цикл теоретической физики очевиден.

→ Тем более, что всё устройство вещества на уровне кристалл–молекула–атом сводится к электромагнитному взаимодействию. Надо «только» рассмотреть вещество с точки зрения «Квантовой механики».

Изложение как СТО, так и электродинамики основывается на вариационных принципах, с которыми студент знакомится ранее в курсе «Теоретической механики».

→ Электродинамика даёт хороший пример применения «Уравнений математической физики». В курсе возникает и волновое уравнение, и функции Грина (как поля точечных источников) и преобразование Фурье.

3.5 Квантовая механика I (6)

Первая часть курса квантовой механики даёт общий квантовый формализм, обобщающий гамильтонов формализм аналитической механики. Снова свободная нерелятивистская частица, гармонический осциллятор, одномерное движение в потенциале, задача двух тел, моменты импульса, связь симметрий с законами сохранения. Но на этот раз всё это квантовое.

Хотелось бы, конечно, угадывать ответы без формализма, на основе физической интуиции, но к сожалению наша обычная физическая интуиция привыкла к макромасштабам, где квантовые эффекты обычно не проявляются. Так что квантовую интуицию придётся нарабатывать, решая задачи и обдумывая их результаты.

→ «Квантовая механика» — хороший практикум по «Уравнениям математической физики» и «Функциональному анализу» (хотя и «на физическом уровне строгости»). Например, стационарные состояния гармонического осциллятора — это собственные функции преобразования Фурье, сферические функции (собственные функции момента импульса) — это «сферические гармоники», с помощью которых можно делать преобразование Фурье на сфере, стационарное уравнение Шрёдингера — это спектральная задача Штурма–Лиувилля.

→ Если вы хотите быть инженером (ФАКИ, ФАЛТ, ФРТК) и «Квантовая механика» вам вроде бы не нужна, обратите внимание, что вся квантовая механика может рассматриваться как методы теории колебаний (не случайно и там, и там часто возникают преобразования Фурье).

→ Если вы ориентированы не на физику и математику, а на «Информатику» (ФУПМ, ФИВТ, ФРТК), то подумайте, что всё перечисленное может быть полезным при обработке сигналов и анализе изображений. А кроме того, новая «квантовая революция» обещает нам квантовые компьютеры и квантовую криптографию.

→ Понимание квантовой механики необходимо для содержательного обсуждения философии современного естествознания. Такие «философские понятия» как существование объекта, причина, следствие, время можно содержательно обсуждать в контексте квантовой механики.

3.6 Вычислительная математика (5,6)

Вычислительная математика — это тоже математика, только экспериментальная. В вычислительной математики помимо общего для математики критерия оценки результатов — корректности выкладок, появляется критерий, приближающий выч. математику к экспериментальным наукам — *численный эксперимент*.

При этом численные вычисления идут в условиях ограниченных ресурсов (объём памяти, конечная скорость вычислений) и с конечной точностью. Поэтому точность вычислений необходимо аккуратно оценивать и искать оптимальное решение с учётом поставленной задачи по многим критериям.

3.6.1 Вычислительная математика (5)

Все функции в вычислительной математике приходится ограничивать на конечное число точек (на решётку), поэтому все интегральные и дифференциальные уравнения превращаются в большие (т.к. узлов на решётке много) системы алгебраических уравнений.

Если уравнения оказываются линейными, то мы вспоминаем методы «Линейной алгебры». Но на компьютере мы считаем с конечной точностью, что добавляет к материалу 1-го курса новые нюансы. Если система оказывается нелинейной, то часто её решают последовательными итерациями, линеаризуя на каждом шаге (метод Ньютона).

Приходится возвращаться не только к «Линейной алгебре», но и к основаниям «Математического анализа»: многие методы доказательства и предельные переходы превращаются в вычислительные процедуры.

Первая часть вычислительной математики — дискретизация «Линейной алгебры», «Математического анализа», «Обыкновенных дифференциальных уравнений».

3.6.2 Вычислительная математика (6)

Вторая часть вычислительной математики — в существенной степени дискретизация «Уравнений математической физики».

И снова привет из «Линейной алгебры» — задача Штурма–Лиувилля — очередная задача на собственные числа и собственные функции (собственные векторы).

→ Понимание разностных схем, превращающих дифференциальные уравнения в алгебраические даёт дополнительную интуицию для работы с исходными дифференциальными уравнениями. «Обыкновенные дифференциальные уравнения», «Уравнения математической физики».

При моделировании физических процессов большой выигрыш в производительности при численном моделировании физических задач может быть достигнут за счёт лучшего понимания исходной задачи. Василий Сергеевич Владимиров[20] после войны в Арзамесе-16 (ныне Саров) успешно рассчитывал атомную бомбу организовав вычислительную машину (с параллельными вычислениями и проверкой ошибок) из девушек, вооружённых электромеханическими арифмометрами «Мерседес».

[20]Впоследствии академик, Герой Социалистического Труда, создатель большой научной школы в МИАН и многолетний лектор по «Уравнениям математической физики» в МФТИ, автор учебника Владимиров В.С. «Уравнения математической физики».

4 курс

4.1 Квантовая механика II (7)

Вторая часть квантовой механики посвящена в основном приближённым методам, некоторым важным частным задачам и дальнейшему развитию квантового формализма (к сторону квантовой теории поля).

В число приближённых методов входят квазиклассическое приближение (иногда даётся в 1-й части) и теория возмущений. И то, и другое — способы приближённого решения уравнения Шрёдингера. И то, и другое может быть обобщено на другие виды задачи теории колебаний и спектральной теории.

→ Квазиклассическое приближение позволяет увидеть, как из квантовой механики возникает классическая, а также даёт обоснование и область применимости «старой квантовой теории».

→ Теория возмущений (как разновидность метода последовательных приближений) первоначально возникла в классической небесной механике. С ней можно было бы знакомиться в рамках курса классической механики, но обычно этого не делают. В квантовой механике ещё меньше, чем в классической механике задач, которые решаются точно, поэтому в квантовом случае, при решении сколько-нибудь интересных задач без теории возмущений не обойтись. А вообще, теория возмущений — общий способ прилижённого решения дифференциальных уравнений, которые отличаются от точно решаемых малыми поправками.

Важные частные задачи, рассматриваемые в курсе: электрон во внешнем электромагнитном поле, атом гелия и сложный атом (тема указывает, в каком направлении двигаться, чтобы объяснить из первых принципов поведение атомов и молекул), теория рассеяния.

→ Дальнейшее развитие этой линии: вывод периодического закона Д.И. Менделеева, спектральная теория, теория химической связи, квантовая химия.

Общетеоретические вопросы: сложение моментов импульса, тождественные частицы, основы теории излучения. В некоторых потоках даются элементы релятивистской квантовой механики.

→ Дальнейшее развитие этой линии: квантовая теория систем с переменным числом частиц, статистическая физика, квантовая электродинамика (КЭД), другие квантовые теории поля (КТП).

4.2 Статистическая физика (8)

Статистическая физика (микроскопическая теория равновесных систем) включает: микроскопическое обоснование термодинамики, микроскопическое определение энтропии, температуры.

→ Понятие энтропии тесно связано с понятием информации, а потому активно используется в «Информатике».

Идеальные Ферми- и Бозе-газы. Квазичастицы. Теория конденсированного состояния. Макроскопические квантовые эффекты (сверхтекучесть, сверхпроводимость).

Теория фазовых переходов первого и второго рода.

При фазовых переходах первого рода фазы могут сосуществовать в точке перехода в термодинамическом равновесии, как вода и пар в точке кипения, или лёд и вода в точке плавления. Фазовые переходы первого рода иногда допускают метастабильные состояния (перегретая выше точки кипения или переохлаждённая ниже точки замерзания вода). Для фазовых переходов первого рода имеет место ненулевая удельная теплота перехода (кипения, плавления и т.п.).

При фазовом переходе второго рода фазы в точке перехода неразличимы и удельная теплота перехода отсутствует, зато имеют место скачки теплоёмкости и разных восприимчивостей. Так при нагревании ферромагнетика до точки Кюри спонтанная намагниченность непрерывно уменьшается и достигает нуля в точке перехода. Аналогично к фазовым переходам второго рода относятся переход в сверхпроводящее или сверхтекучее состояние. Вблизи точки фазового перехода второго рода флуктуации нарастают (для бесконечной системы — неограниченно), в точке перехода характерный масштаб флуктуации достигает масштаба системы.

→ Фазовые переходы связаны со спонтанным нарушением симметрии и потерей устойчивости. По этой причине теория фазовых переходов связана не только со статистической физикой, но и с другими задачами моделирования сложных систем, включая биологические и социальные системы. Здесь статистическая физика смыкается с *синергетикой*. Можно сказать, что статистическая физика (и физическая кинетика) даёт нам успешные примеры моделирования простейших сложных систем. Биологические и социальные системы намного сложнее, но из статистической физики мы можем хотя бы заимствовать язык.

4.3 * Физическая кинетика (8 или 9)

Физическая кинетика читается в 8-м семестре тем факультетам (ФОПФ, ФБМФ), у которых цикл теоретической физики начинается раньше. Также физическая кинетика читается в 9-м семестре на ФАЛТ. Можно считать, физическую кинетику продолжением курса статистической физики.

Также в 9-м семестре студенты большинства факультетов могут выбрать курс «Неравновесная статистическая физика», который представляет собой одну из версий «Физической кинетики».

Физическая кинетика — микроскопическая теория неравновесных процессов. Она даёт микроскопическое обоснование теплопроводности, диффузии, электропроводности, гидродинамики и других теорий переноса.

Также физическая кинетика рассматривает кинетику фазовых переходов (образования зародышей новой фазы).

Физическая кинетика — теория необратимых процессов. Важную роль в ней играет (не до конца решённая) проблема описания увеличения беспорядка (энтропии) в системе.

→ Как и статистическая физика, физическая кинетика полезна для различных задач моделирования сложных систем, включая биологические и социальные системы.

5 курс

5.1 Теоретическая физика по выбору (9)

Цикл теоретической физики на большинстве факультетов завершается в 9-м семестре, когда студент должен выбрать один из предложенных кафедрой курсов. Это завершает цикл теоретической физики, который в таком объёме даёт достаточно разностороннее представление о методах теоретической физики, чтобы студент мог самостоятельно углублять свои знания, но не достаточен для подготовки физика-теоретика, который должен будет прослушать ещё ряд факультетских и/или кафедральных курсов по теоретической физике.

5.1.1 Качественные методы в гидродинамике

Мы уже вталкивались с примером механики с бесконечным числом степеней свободы в теории поля и молекулярной физике. Гидродинамика — ещё один пример механики с бесконечным числом степеней свободы, которая описывается *нелинейными уравнениями.*

Нелинейные уравнения исследовать существенно сложнее, поэтому даже качественное описание решения (асимптотики, минимумы, максимумы, особые точки и т.д.) оказывается полезным.

Курс начинается с простейшей *модели идеальной жидкости.* Далее добавляется *вязкость*, что делает динамику необратимой. Необратимость динамики лишает нас возможности применять многие привычные из механики и теории поля методы (лагранжев формализм, сохранение энергии и др.). Гидродинамика бесконечномерна, но при «хороших» гладких (*ламинарных*) течениях эта бесконечномерность проявляется слабо, другое дело *турбулентность*, когда возникают вихри во всём доступном диапазоне размеров, чья картина близка к фрактальной (*самоподобной*), а поведение похоже на *хаотическое.*

→ Теория хаоса и синергетика, в том числе применительно к сложным биологическим, социальным и экономическим системам.

Раз уж мы изучаем турбулентность, то рассмотрение перемешивания жидкости приводит нас к рассмотрению *конвекции и диффузии.*

Граничные условия в уравнениях математической физики постулируются, а откуда они берутся в реальных задачах? Приходится строить теорию *пограничного слоя* (для границ раздела) и теорию *поверхностных явлений* (для свободной поверхности).

Мы ввели вязкость, а значит диссипацию энергии, которая превращается в тепло, если тепловыделение достаточно интенсивно, а свойства жидкости зависят от температуры приходится дополнять теорию рассмотрением *теплопередачи.* Тепло может генерироваться, не только в результате вязкости, но и при химических реакциях, что приводит нас к *гидродинамике горения.*

От горения один шаг до рассмотрения разрывных течений: детонации, взрывов, *ударных волн.* Но прежде чем переходить к ударным волнам стоит рассмотреть обычные *звуковые волны.*

5.1.2 Томография и сжатые состояния в квантовой оптике и квантовой механике

Мы привыкли в квантовой механике описывать состояние системы с помощью волновой функций, причём можно показать, что в общем случае мы не можем описать квантовое состояние с помощью совместных распределений вероятности по координатам и импульсам. Однако, существуют и другие способы описания квантовых систем. Можно сказать, что для квантовой механики (как и для классической) существуют разные кинематики.

В частности, существует томографическое представление[21], которое описывает квантовую систему с помощью набора распределений вероятностей по всем возможным линейным комбинациям координат и импульсов.

[21]Название связано с близкой аналогией с математикой, позволяющей получать картинку среза объекта по поглощению всех лучей в плоскости среза (классическая томография).

Также ряд интересных квантовых кинематик связан с разложением квантового состояния по *сжатым состояниям*, для которых соотношение неопределённостей $\delta p \cdot \delta x \geqslant \frac{\hbar}{2}$ обращается в равенство. Такие квантовые состояния в некотором смысле наиболее похожи на классические состояния, для которых координаты и импульсы определены точно.

Курс естественным образом включат рассмотрение соответствия между классической и квантовой теориями, а также рассмотрение необратимых квантовых процессов.

Программа данного курса определена в первую очередь научными интересами лектора — профессора Владимира Ивановича Манько.

5.1.3 Квантовая электродинамика

Квантовая электродинамика (КЭД) — простейшая фундаментальная квантовая теория поля (КТП).

КТП — это релятивистская квантовая механика, т.е. квантовая механика + специальная теория относительности. Квантовая механика (КМ) — теория превращений. В КМ обычно может произойти практически любой процесс, который разрешён законами сохранения, в частности, если при столкновении пары части энергии достаточно, чтобы родилась пара частица+античастица, то с какой-то вероятностью этот процесс произойдёт. Поэтому оказывается, что рассмотрение релятивистских частиц с энергиями, сравнимыми с их массой оказывается неразрывно связано с рассмотрением процессов рождения и уничтожения частиц. То есть последовательная формулировка релятивистской квантовой механики оказывается теорией с переменным числом частиц.

На самом деле все процесс в КТП могут рассматриваться как комбинация процессов рождения и поглощения частиц, которые можно изобразить с помощью специальных рисунков (*фейнмановских диаграмм*), а потом сопоставить по определённым правилам диаграммам формулы и рассчитать параметры процесса.

$\rightarrow$ Эти же методы оказываются применимы в теории конденсированного состояния (см. «Диаграммные методы в физике твердого тела»), с той разницей, что вместо частиц рассматриваются квазичастицы (кванты возбуждения некоторых феноменологических полей, таких как поле смещения атомов кристаллический решётки), а вместо вакуума — состояние среду с минимальной энергией.

Диаграммные методы являются разновидностью теории возмущений (который разновидность метода последовательных приближений), но при попытке посчитать какую-либо величину точно (просуммировать весь ряд) часто оказывается, что заведомо конечная величина (такая как масса или заряд электрона) становятся бесконечными. В «хороших» (*перенормируемых*) КТП от таких бесконечностей можно последовательно избавиться, введя конечное число дополнительных правил. КЭД — пример перенормируемой теории. К сожалению, не все КТП перенормируемы, например, квантование общей теории относительности приводит к неперенормируемой теории.

5.1.4 Электродинамика сплошных сред

В курсе «Теории поля» мы ограничились классической электродинамикой в вакууме. После знакомства с «Квантовой механикой» и «Статистической физикой» можно рассмотреть электродинамику сплошных сред, рассмотрев не только физику XIX века, но и сверхпроводимость, и ферромагнетизм (тоже квантовый эффект), и плазму.

5.1.5 Основы общей теории относительности

Общая теория относительности (ОТО) — простейшая релятивистская теория гравитации. ОТО описывает гравитационное поле как геометрию пространства-времени. На данный момент ОТО — лучшая наша теория гравитации, очень хорошо подтверждённая на эксперименте.

$\rightarrow$ ОТО даёт очень хорошую практику по «Дифференциальной геометрии», в частности работе с тензорами в криволинейных координатах (прямых координат в искривлённом пространстве-времени просто не существует). Такая практика очень полезна не только для математики и фундаментальной физики, но и для прикладных задач «Теории упругости». Само слово *тензор* (от *tension* лат., англ., нем., фр.— напряжение) первоначально возникло в теории упругости. Можно сказать, что ОТО — теория упругости пространства-времени. Теория упругости, на первый взгляд, имеет дело только с плоским евклидовым пространством, но на самом деле при рассмотрении упругих сред можно ввести два понятия расстояния: обычное пространственное расстояние и расстояние в ненапряжённом состоянии упругой среды. Ненапряжённое состояние упругой среды может не существовать в плоском пространстве, геометрия ненапряжённого состояния в этом случае оказывается неевклидовой. Многие учебники избегают работы с такими упругими средами, как с слишком сложными, однако, такие состояния с неустранимыми (в евклидовом пространстве) напряжениями часто применяются на практике (закалённое стекло, напряжённый железобетон и т.п.).

Искривление пространства-времени в ОТО означает, что результат параллельного переноса вектора зависит от траектории. В частности параллельный перенос вдоль замкнутого контура может дать нетождественное линейное преобразование переносимого вектора.[22]

→ ОТО геометризовала гравитационное поле и породила идею *геометризации физики*.

→ Идея описания физических полей с помощью нетривиальных параллельных переносов получила развитие в *калибровочных теориях поля*. При этом параллельному переносу могут подвергаться не только пространственно-временные векторы, но и векторы в других пространствах, включая комплексные числа, которые тоже можно рассматривать как векторы. Калибровочные теории поля в ряде случаев успешно квантуются, давая перенормируемые квантовые теории поля. Простейшая такая теория — «Квантовая электродинамика». К калибровочным теориям относится и *стандартная модель физики элементарных частиц* — не смотря на слово «модель» в названии это очень успешная теория, имеющая очень хорошее экспериментальные подтверждения[23].

→ Ещё одно направлений геометризации физики — теории релятивистских мембран и струн, включая модные сейчас суперструны. Эти теории описывают элементарные частицы как возбуждённые состояния протяжённых геометрических объектов (мембран и струн). Такое описание естественным образом обобщает релятивистское описание частицы с помощью кривой в пространстве-времени (мировой линии). Классический вариант таких теорий можно рассматривать как специальную форму релятивистской теории упругости. На основе этих идей возможно построение геометрических моделей упругих сред. Популярность разных вариантов теории суперструн связана с перспективами их квантования. К сожалению построенные модели пока что содержат слишком много подгоночных параметров и/или не дают экспериментально проверяемых предсказаний в доступном диапазоне энергий.

ОТО — первая физическая теория, которая позволяет рассматривать Вселенную в целом и моделировать её эволюцию, что привело к возникновению такой науки как *космология* (в начале XX века — теоретическая, в последние десятилетия — наблюдательная). ОТО позволяет экстраполировать эволюцию Вселенной назад по времени и показать, что современная Вселенная развилась путём расширения какого-то очень плотного состояния. Решение уравнений ОТО назад по времени упирается в особую точку (*сингулярность*) с бесконечной плотностью. Дифференциальная геометрия (математический аппарат ОТО) не позволяет описывать сингулярности, так что тут *теория выходит за пределы применимости*. При этом для ОТО доказан ряд теорем, указывающих на неизбежность возникновения сингулярностей. Так что ОТО (наша лучшая теория гравитации, пространства и времени!) заведомо неполна.

Кроме того, ОТО — классическая (не квантовая) теория поля. Чтобы согласовать её с квантовой теорией поля, описывающей поля материи (на сегодняшний день это — стандартная модель физики элементарных частиц) ОТО необходимо проквантовать. К сожалению общепризнанной непротиворечивой квантовой теории гравитации до сих пор не существует. Есть приближения, хорошо работающие в при слабых гравитационных полях, есть квантовые теории поля в искривлённом пространстве времени, в которых пространство-время — классический фон, есть кандидаты на роль настоящей квантовой гравитации (суперструны, петлевая гравитация), есть много рассуждений о том, какой была бы квантовая гравитация, если бы её удалось придумать (М-теория, которой как последовательной теории не существует).

→ Научная и не очень фантастика. Квантовая теория гравитации должна избавить ОТО от сингулярностей, также эта теория должна описывать изменения геометрии пространства, не сводящиеся к непрерывной деформации. Можно фантазировать, что именно квантовая гравитация должна дать нам теорию творения вселенных, и помочь реализовать мечту о путешествиях быстрее света через какие-нибудь «дыры в пространстве».

На самом деле даже классическая ОТО весьма фантастична. ОТО допускает решения (например, решение Гёделя), позволяющие наблюдателю вернуться в собственное прошлое (*машины времени*). ОТО допускает решения в которых пространство сжимается перед космическим кораблём и растягивается сзади, так что космический корабль не превышая скорости света локально может двигаться со сверхсветовой скоростью. Впрочем, многие из таких решений требуют существования вещества с очень странными (вероятно нефизическими) соотношениями между компонентами тензора энергии-импульса (плотностью энергии, плотностью импульса, плотностью потока энергии, давлениями и натяжениями).

5.1.6 Диаграммные методы в физике твердого тела

Курс посвящён применению диаграммных методов, которые первоначально появились в квантовой теории поля, в физике твёрдого тела.

Основная идея метода: если что-то в КТП или статистической физике может произойти разными способами, то надо учесть все такие способы, например, при рассмотрении интерференции, вклад в интерференционную картину дают все пути, по которым частица может пройти от источника до детектора, а при диффузии надо учесть все возможные траектории атома. Каждая диаграмма — схематическое изображение какого-то способа протекания процесса. Линии в диаграммах обозначают частицы или квазичастицы,

[22] Вопреки распространённому предрассудку, искривлённость пространства-времени не предполагает его изогнутости в каком-то пространстве большей размерности.

[23] Даже слишком хорошие подтверждения. Физики давно мечтают выйти за пределы стандартной модели, но пока есть только намёки на такой выход.

а узлы их превращения. Если процесс может протекать разными способами, то надо учесть соответствующие диаграммы. Дело упрощается тем, что слишком сложные диаграммы (с большим количеством замкнутых путей) дают малый вклад, поэтому обычно можно ограничиться несколькими простейшими диаграммами.

Интересно, что статистическая физика и квантовая теория поля оказываются очень похожими друг на друга, причём обратная температура оказывается похожа на мнимое время. Впрочем, это видно уже из сравнения распределения Гиббса с зависимостью от времени волновой функции с состоянием с определённой энергией

$$W \sim \mathrm{e}^{-\frac{E}{kT}}, \qquad \psi \sim \mathrm{e}^{i\frac{E}{\hbar}t}.$$

5.1.7 Симметрии в физике

Курс посвящён применению теории групп и теории линейных представлений групп в физике.

Симметрия — это всегда некоторое преобразование, причём комбинация (последовательное выполнение преобразований) двух симметрий — снова симметрия. Это позволяет рассматривать множество симметрий как алгебраическую группу: множество на котором определено умножение (комбинация двух симметрий, такое умножение не всегда коммутативно, но всегда ассоциативно), единичный элемент (тождественное преобразование) и взятие обратного элемента (переход от преобразования симметрии к обратному преобразованию). Верно и обратное — всякую группу можно представить как группу симметрий (например, элементы группы преобразуют саму группу с помощью умножения слева).

Теория групп изучает только саму группу как множество элементов с операциями: не важно какими именно симметриями являются элементы g_1, g_2, g_3, важно что $g_1 \cdot g_2 = g_3$.

Теория представлений изучает как именно элементы группы могут быть реализованы как операции симметрии, например, группа поворотов $\mathrm{O}(3)$ имеет представление поворотами векторов, и имеет представление преобразованиями скаляров, при котором скаляр умножается на $+1$ для собственного поворота (без отражения) и на -1 для несобственного поворота (с отражением). (Это не все представления группы $\mathrm{O}(3)$.)

Практически всегда, когда мы можем что-то посчитать точно, это связано с какой-то симметрией. Использование соображений симметрии долго было неформализованным искусством, пока не было увязано с группами и их представлениями.

→ Квантовая теория поля (особенно калибровочные теории), квантовая механика, теоретическая механика, статистическая физика (особенно для фазовых переходов второго рода), дифференциальные уравнения, уравнения математической физики.

5.1.8 Физика наноразмерных систем

Квантовая механика начиналась с рассмотрения отдельных частиц и атомов, это позволяет записать и решить уравнение Шрёдингера для сравнительно небольшого числа переменных. Статистическая физика начиналась с рассмотрения очень большого количества частиц (порядка постоянной Авогадро $\sim 10^{23}$), многие результаты статистической физики тем точнее, чем больше частиц в системе.

Для промежуточной ситуации (десятки или сотни частиц) сложно применять методы как квантовой механики, так и статистической физики. Это так называемая *мезоскопическая физика*.

Теоретические методы мезоскопической физики — те же квантовая механики и статистическая физика, с той особенностью что для мезосистем масштаб флуктуаций часто того же порядка, что масштаб средних величин, и нет упрощающего предела $N \to \infty$. Зато сравнительно небольшое число частиц позволяет проводить численное моделирование на современных компьютерах.

Мезоскопические масштабы актуальны для приложений — это масштабы отдельных элементов интегральных схем в электронике, масштабы отдельных зёрен поликристаллов в материаловедении, масштабы макромолекул в биологии, масштабы толщины тонкоплёночного покрытия, наносимого на деталь инженерами, масштабы которые мы можем «пощупать» зондовыми сканирующими микроскопами.

5.1.9 Равновесная статистическая механика сложных систем

Физика обычно изучает простые системы, а если системы сложные, то физика ищет у них простое поведение.

В сложных системах могут самоорганизовываться простые (в некотором смысле) структуры, например фракталы: сложные геометрические фигуры, которые в каком-то смысле самоподобны, т.е. на разных масштабах воспроизводят одни и те же формы. С переходом от одних масштабов к другим связан также метод ренормализационной группы.

Самоорганизация происходит также вблизи фазовых переходов, при приближении к которым система проявляет самоподобие по параметру близости к точке перехода.

→ Теория подобия. Фракталы.

5.1.10 Современная теория фазовых переходов II рода

Курс является развитием курса «Статистической физики». В курсе применяются диаграммные методы (из КТП), а также некоторые стандартные модели, включая точно решаемые.

Большое внимание уделено зависимости свойств фазовых переходов от размерности системы, а также флуктуациям вблизи фазового перехода.