

О единицах измерения в электродинамике

М.Г. Иванов * ¹, В.А. Дудченко¹

¹Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования “Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)”, Москва, Россия

Статья поступила в редакцию 08.04.2025
Одобрена после рецензирования 09.04.2025
Принята к публикации 22.04.2025

Аннотация

Система единиц измерения определяется заданием основных единиц измерения и выбором коэффициентов в записи уравнений. Это позволяет, даже зафиксировав семь основных единиц измерения системы СИ, изменить систему единиц так, чтобы она соответствовала симметриям электродинамики. При таком выборе все поля E , D , B , H приобретают одинаковую размерность и измеряются в единицах В/м. Запись уравнений Максвелла становится похожей на запись в гауссовой системе СГС. При этом единицы измерения для электрических цепей остаются теми же, что и в обычной системе СИ.

С учётом сложившейся практики, когда для электрических цепей используется исключительно система СИ, а для электродинамики многие физики предпочитают гауссову систему, такая компромиссная система единиц представляется предпочтительной для большинства приложений.

В настоящее время готовится к изданию учебник [3] по курсу «Механика и теория поля», в котором последовательно используется такая система единиц.

Ключевые слова: СИ, Международная система единиц, электродинамика, физико-техническая система единиц, специальная теория относительности

EDN SCZYFK

doi:[10.24412/2949-0553-2025-216-30-40](https://doi.org/10.24412/2949-0553-2025-216-30-40)

On units of measurement in electrodynamics

M.G. Ivanov*¹, V.A. Dudchenko¹

¹*Moscow Institute of Physics and Technologies, Moscow, Russia*

* ivanov.mg@phystech.edu

Abstract

The system of units of measurement is determined by specifying the base units of measurement and selecting the coefficients in the equations. This makes it possible, even by setting seven base units of measurement in the SI system, to change the system of units in such a way that it corresponds to the symmetries of electrodynamics. With this choice, all fields E , D , B , H acquire the same dimension and are measured in units of V/m. Writing Maxwell's equations becomes similar to writing in the Gaussian CGS system. At the same time, the units of measurement for electrical circuits remain the same as in the conventional SI system.

Taking into account the established practice when only the SI system is used for electrical circuits, and many physicists prefer the Gaussian system for electrodynamics, this compromise system of units of measurement seems preferable for most applications.

A textbook [3] on the course "Mechanics and Field Theory" is currently being prepared for publication, which consistently uses this system of units.

Key words: SI, International System of Units, electrodynamics, physics and technology system of units, special relativity

* Автор, ответственный за переписку: Иванов Михаил Геннадьевич, ivanov.mg@phystech.edu

1. Введение. Спор длиной в полтора века

Вопрос о выборе единиц измерения в электродинамике восходит ко временам М. Фарадея (1822–1831 гг.) и Дж. К. Максвелла (1861–1873 гг.). Законченную форму классическая электродинамика приобрела только после геометризации специальной теории относительности Г. Минковским (1907–1909 гг.). Совершенствование и внедрение современной (4-мерной релятивистски-ковариантной) формулировки электродинамики в практику высшего образования растянулось ещё не менее чем на полвека. Обзор *некоторых* систем единиц, применявшихся и применяемых в электродинамике, можно найти, например, в книгах [5, 6].

Законодательство¹ и стандарты многих стран рекомендуют использование в науке и образовании международной системы единиц (СИ). В России применение системы СИ в образовании не является обязательным², за исключением отдельных образовательных программ, связанных с различными

¹В России согласно Федеральному закону 102-ФЗ «Об обеспечении единства измерений» действует «Федеральный информационный фонд по обеспечению единства измерений» [4]. В нём содержится вся нормативно-правовая информация по единству измерений. Согласно Статье 20 закона 102-ФЗ: «Нормативные правовые акты Российской Федерации, нормативные документы, информационные базы данных, международные документы, международные договоры Российской Федерации в области обеспечения единства измерений, сведения об аттестованных методиках (методах) измерений, включая первичные референтные методики (методы) измерений и референтные методики (методы) измерений, перечень измерений, относящихся к сфере государственного регулирования обеспечения единства измерений, сведения об эталонах единиц величин, используемых в сфере государственного регулирования обеспечения единства измерений, и о результатах оценки их соответствия обязательным требованиям, сведения об утвержденных типах стандартных образцов или типах средств измерений, сведения о результатах поверки средств измерений, сведения о стандартных справочных данных, сведения о результатах мониторинга состояния системы обеспечения единства измерений, прогнозирования измерительных потребностей экономики и общества образуют Федеральный информационный фонд по обеспечению единства измерений».

²Может показаться, что Постановление Правительства Российской Федерации от 31.10.2009 «Об утверждении Положения о единицах величин, допускаемых к применению в Российской Федерации» [4] требует исключительного использования системы СИ: «В Российской Федерации применяются единицы величин Международной системы единиц (СИ), принятые Генеральной конференцией по мерам и весам и рекомендованные к применению Международной организацией законодательной метрологии», но даже в этом постановлении «Допускается применение других внесистемных единиц величин. При этом наименования внесистемных единиц величин применяются совместно с указанием их соотношений с основными и производными единицами СИ».

Более внимательное изучение указанного постановления показывает, что оно принято «В соответствии со статьей 6 Федерального закона 102-ФЗ «Об обеспечении единства измерений»», что выводит из-под действия этого закона большинство образовательных программ. Цитируем закон:

«Глава 1. Общие положения

Статья 1. Цели и сфера действия настоящего Федерального закона

1. Целями настоящего Федерального закона являются:

- 1) установление правовых основ обеспечения единства измерений в Российской Федерации;
- 2) защита прав и законных интересов граждан, общества и государства от отрицательных последствий недостоверных результатов измерений;
- 3) обеспечение потребности граждан, общества и государства в получении объективных, достоверных и сопоставимых результатов измерений, используемых в целях защиты жизни и здоровья граждан, охраны окружающей среды, животного и растительного мира, обеспечения обороны и безопасности государства, в том числе экономической безопасности;
- 4) содействие развитию экономики Российской Федерации и научно-техническому прогрессу.

«3. Сфера государственного регулирования обеспечения единства измерений распространяется на измерения, к которым в целях, предусмотренных частью 1 настоящей статьи, установлены обязательные метрологические требования и которые выполняются при: (В редакции Федерального закона от 21.07.2014 № 254-ФЗ)

- 1) осуществлении деятельности в области здравоохранения;
- 2) осуществлении ветеринарной деятельности;
- 3) осуществлении деятельности в области охраны окружающей среды;
- 4) осуществлении деятельности в области гражданской обороны, защиты населения и территорий от чрезвычайных ситуаций природного и техногенного характера, обеспечения пожарной безопасности, безопасности людей на водных объектах; (В редакции Федерального закона от 21.07.2014 № 254-ФЗ)
- 5) выполнении работ по обеспечению безопасных условий и охраны труда;
- 6) осуществлении производственного контроля за соблюдением установленных законодательством Российской Федерации требований промышленной безопасности к эксплуатации опасного производственного объекта;
- 7) осуществлении торговли, выполнении работ по расфасовке товаров; (В редакции Федерального закона от 21.07.2014 № 254-ФЗ)
- 8) учете количества энергетических ресурсов; (В редакции федеральных законов от 21.07.2014 № 254-ФЗ, от 14.02.2024 № 18-ФЗ)
- 9) оказании услуг почтовой связи, учете объема оказанных услуг электросвязи операторами связи и обеспечении целостности и устойчивости функционирования сети связи общего пользования; (В редакции Федерального закона от 21.07.2014 № 254-ФЗ)
- 10) осуществлении деятельности в области обороны и безопасности государства;
- 11) осуществлении геодезической и картографической деятельности;
- 12) осуществлении деятельности в области гидрометеорологии, мониторинга состояния и загрязнения окружающей среды; (В редакции Федерального закона от 21.07.2014 № 254-ФЗ)
- 13) проведении налоговых, таможенных операций и таможенного контроля; (В редакции федеральных законов от 21.07.2014 № 254-ФЗ, от 14.02.2024 № 18-ФЗ)
- 14) (Пункт утратил силу - Федеральный закон от 14.02.2024 № 18-ФЗ)
- 15) проведении официальных спортивных соревнований, обеспечении подготовки спортсменов высокого класса;
- 16) выполнении поручений суда, органов прокуратуры, государственных органов исполнительной власти;

видами безопасности и государственного управления. В частности, никто не запрещает читать курс теоретической физики с использованием гауссовой системы (возражения могут возникнуть только на специальностях, связанных с использованием атомной энергии).

Система СИ применительно к электрическим цепям восходит к системе «абсолютных практических единиц измерения», принятой на 1-м Международном конгрессе электриков (Париж, 1881 г.) как кратные единиц СГСМ (одной из устаревших разновидностей системы СГС), которые были слишком мелки для практических применений. Применительно к электродинамике СИ восходит к предложенной в 1901 г. системе Джованни Джорджи, который показал, что можно совместить практические единицы для электрических цепей с системой МКС (метр–килограмм–секунда) (см. [8], Приложение 4).

К сожалению, форма записи уравнений Максвелла, предложенная Джорджи, оказалась неудобной для многих физиков [13–15].

Применение СИ в электродинамике до сих пор вызывает возражения. Среди физиков традиционно сильны позиции гауссовой (симметричной) системы СГС (далее просто СГС), которая лучше учитывает симметрии теории и является стандартом для научных публикаций и учебников по теоретической физике. Среди физиков-теоретиков также популярна система Хевисайда, которая близка к гауссовой системе, но не содержит коэффициентов 4π в уравнениях Максвелла.

Можно (несколько утрируя ситуацию) сказать, что сегодня в электродинамике СИ — система для измерений, а СГС (гауссова или хевисайдова) — система для записи формул и аналитических выкладок.

При рассмотрении электрических цепей фактическим стандартом является система СИ, а при рассмотрении электромагнитного поля — СГС. Так, в классическом учебнике И. Е. Тамма «Основы теории электричества» [7] последовательно используется СГС, но при рассмотрении задач на переменный ток (§ 80 книги [7]) используется практическая система единиц (предшественник системы СИ). Аналогичные предпочтения наблюдаются не только у классиков науки, но и, например, у современных преподавателей и студентов МФТИ.

Проблема выбора системы единиц для электродинамики не теряет актуальности, скорее наоборот. Само Международное бюро мер и весов (МБМВ) в предпоследнем, 8-м издании своей брошюры «Международная система единиц» [9] (2006) признавало (раздел «Units outside the SI», 2-й абзац, перевод цитаты и выделение курсивом — М. Г. Иванов):

Отдельные учёные должны также иметь свободу иногда использовать единицы, не входящие в систему СИ, для которых они видят частные научные преимущества для своей работы. Пример этого — использование СГС–гауссовых единиц в электромагнитной теории применительно к квантовой электродинамике и относительности.

Читая эти фразы, необходимо помнить, что последовательное современное изложение электродинамики без специальной теории относительности невозможно. Понятно также, что основной смысл данной оговорки относится в первую очередь именно к применению системы СГС.

Предыдущее, 7-е издание (1998) брошюры «Международная система единиц» [10] этих оговорок не содержит.

Вероятно, такое смягчение отношения к СГС было связано с подготовкой к изменению определений килограмма, моля и кельвина в рамках СИ через фиксирование точных численных значений постоянных Планка, Авогадро и Больцмана [11], которое произошло 20 мая 2019 года. Это переопределение предполагает новые точные измерения с использованием методов квантовой электродинамики, в которой СГС очень часто предпочитается СИ.

Тем не менее в последнем, 9-м издании брошюры «Международная система единиц» [8] (2019) приведённые оговорки были исключены. Также была исключена таблица 9 с единицами системы СГС (которая присутствовала в 7-м и 8-м изданиях брошюры). Теперь система СГС упоминается только в

17) осуществлении мероприятий государственного контроля (надзора);

18) осуществлении деятельности в области использования атомной энергии; (Дополнение пунктом - Федеральный закон от 30.11.2011 № 347-ФЗ)

19) обеспечении безопасности дорожного движения; (Дополнение пунктом - Федеральный закон от 21.07.2014 № 254-ФЗ)

20) производстве, использовании и обращении драгоценных металлов и добыче, использовании и обращении драгоценных камней. (Дополнение пунктом - Федеральный закон от 14.02.2024 № 18-ФЗ)

4. К сфере государственного регулирования обеспечения единства измерений относятся также измерения, предусмотренные законодательством Российской Федерации о техническом регулировании.

5. Сфера государственного регулирования обеспечения единства измерений распространяется также на единицы величин, эталоны единиц величин, стандартные образцы и средства измерений, к которым установлены обязательные требования».

контексте истории метрологии (в приложениях «Appendix 1. Decisions of the CGPM and the CIPM» и «Appendix 4. Historical notes on the development of the International System of Units and its base units»).

Реформа системы СИ состоялась, и теперь МБМВ в своей официальной брошюре игнорирует существование какой-либо проблемы с выбором системы единиц для электродинамики.

2. Критика СИ

Применение системы СИ в теоретических исследованиях сильно затруднено по причине того, что используемые в ней единицы электродинамических величин не соответствуют симметриям теории, связанным со специальной теорией относительности. Несоответствие выражается в разных размерностях напряжённостей и индукций электрического и магнитного полей, что затрудняет применение СИ как для теоретических выкладок, так и для преподавания электродинамики, особенно в тех случаях, когда предполагается, что учащийся должен хорошо понимать структуру теории. По этой причине курс теоретической физики в ведущих вузах России традиционно читается с использованием СГС.

Данной проблеме посвящена критическая статья Д. В. Сивухина «О международной системе физических величин» [14] (см. также [15], где дано последовательное сравнение СИ и СГС), опубликованная в 1979 г. в журнале «Успехи физических наук». Статья была опубликована *по решению бюро Отделения общей физики и астрономии Академии наук СССР*, что практически означало единую позицию по данному вопросу сообщества отечественных учёных-физиков. Приведём яркую цитату из данной статьи:

В этом отношении система СИ не более логична, чем, скажем, система, в которой длина, ширина и высота предмета измеряются не только различными единицами, но и имеют разные размерности.

Несоответствие СИ симметриям электродинамики обусловлено историческими причинами, оно связано с тем, что основы системы были заложены до создания специальной теории относительности. Кроме того, такие единицы измерения, как вольт, ампер, ом, фарад и др. (восходящие к практической системе единиц), чрезвычайно широко используются в технике, входят в СИ и не входят в СГС³. Когда в 1948 г. эти единицы были введены в СИ, роль специальной теории относительности для электродинамики всё ещё не была в достаточной мере осознана многими физиками-экспериментаторами и инженерами. Об изменении этих единиц измерения можно было мечтать в начале XX в., но сейчас они и основанные на них стандарты повсеместно используются не только в измерительных устройствах, но и во всей технике, включая бытовую. *Это делает практически невозможным любой пересмотр СИ, исключаящий из системы ампер как основную единицу.*

Можем ли мы совместить пожелания инженеров и теоретиков? В существенной мере можем!

3. Какая система единиц нам нужна?

Пожелания теоретика

- Для электрического поля напряжённость \mathbf{E} и индукция \mathbf{D} должны иметь одинаковую размерность, причём в вакууме $\mathbf{E} = \mathbf{D}$.
- Для магнитного поля индукция \mathbf{B} и напряжённость \mathbf{H} должны иметь одинаковую размерность, причём в вакууме $\mathbf{B} = \mathbf{H}$.
- Поля \mathbf{E} и \mathbf{B} должны иметь одинаковую размерность, причём в вакууме для поля плоской бегущей волны $|\mathbf{E}| = |\mathbf{B}|$.
- Магнитное поле движущегося заряда — релятивистский эффект, поэтому в формулу для него *должно* входить отношение скорости частицы к скорости света $\frac{v}{c}$. Избавляться от скорости света путём переопределения единиц измерения противоестественно.
- Сила Лоренца — релятивистский эффект, поэтому в формулу для неё *должно* входить отношение скорости частицы к скорости света $\frac{v}{c}$. Избавляться от скорости света путём переопределения единиц измерения противоестественно.
- Введение константы $\frac{1}{4\pi}$ в закон Кулона (восходит к О. Хевисайду) вполне естественно, поскольку позволяет избавиться от множителя 4π (площадь двумерной единичной сферы) не только в уравнениях Максвелла, но и в формулах энергии и функционала действия для электромагнитного поля. Это соответствует практике, принятой у теоретиков, рассматривающих пространства

³В начале XX в. в России производились конденсаторы с маркировкой в системе СГС, единицей ёмкости в которой является сантиметр (Булыгин В.С. *частное сообщение*).

с размерностью, отличной от 3. Для обычной электродинамики такая *рационализация* не вредит и не помогает. То, что в гауссовой системе константа в законе Кулона равна 1, для теоретиков на самом деле не очень важно⁴.

Пожелания инженера и экспериментатора

- Единицы измерения для электрических цепей (ампер, вольт, ом, фарад, генри) используются повсеместно в приборах и стандартах и не могут быть изменены.
- Появление скорости света в уравнениях для электрических цепей нежелательно.
- Поля **D** и **H** непосредственно не могут быть измерены, их единицы измерения не заложены в какие-либо приборы, а потому не слишком важны.

Как примирить теоретиков с инженерами?

Мы предлагаем модифицировать систему СИ, не изменяя основных единиц измерения (килограмм, метр, секунда, ампер, моль, кельвин, кандела), но модифицировав форму записи уравнений электродинамики (максимально приблизив их к уравнениям СГС): изменив входящие в них коэффициенты (за счёт этого изменятся по сравнению с СИ некоторые производные единицы измерения).

Сохраним из старой системы СИ (далее СИ_{ст}) ампер в качестве единицы силы тока и те производные единицы, которые не затрагивают полей **D**, **V**, **H**, а именно: заряда — кулон = Кл = А · с, напряжения — вольт = В = $\frac{\text{Дж}}{\text{А} \cdot \text{с}}$, сопротивления — Ом = $\frac{\text{В}}{\text{А}}$, ёмкости — фарад = Ф = $\frac{\text{Кл}}{\text{В}}$, индуктивности — генри = Гн = $\frac{\text{Дж}}{\text{А}^2}$.

Тогда закон Кулона и напряжённость электрического поля **E** сохраняют ту же форму, что и в системе СИ:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} = k_k \frac{q_1 q_2}{r^2}, \quad E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} = k_k \frac{q}{r^2}.$$

Здесь $k_k := \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ — *постоянная Кулона*⁵, q_1, q_2, q — заряды.

Поля **D**, **H** и **V** определим в соответствии с приведёнными выше «Требованиями теоретика», все они имеют одинаковую размерность $\frac{\text{В}}{\text{м}}$.

Все формулы и единицы измерения для электрических цепей (не включающие в себя поля) сохраняют тот же вид, что и в системе СИ.

Все формулы (но не единицы измерения!) для электромагнитных полей совпадают с точностью до постоянной Кулона с формулами гауссовой системы СГС.

Этот вариант будущей системы СИ мы назовём физико-технической системой единиц (ФТ). В названии системы заложена идея совместить преимущества систем, используемых в физике и технике.

В процессе подготовки статьи [1] было обнаружено, что такая система единиц уже предлагалась ранее (начиная с 2001 г.) Г. М. Труновым [6, 16–18] под названием *теоретическая система электромагнитных единиц* (сокращённо СИ(Т)). К сожалению, эта инициатива пока не получила широкого распространения. Использовать название системы единиц в соответствии с терминологией Г. М. Трунова представляется нецелесообразным, поскольку для распространения новой системы важнее её преимущества в сближении физики и техники, чем чисто теоретические преимущества (теоретики вполне довольны системой СГС).

4. Физико-техническая система единиц

Преобразование от СГС к ФТ

В ФТ-системе основные единицы совпадают с основными единицами старой системы СИ_{ст}. Поэтому, используя уравнения системы СИ_{ст} для электрических цепей, для тока I , напряжения U , мощности $\frac{d\mathcal{E}}{dt}$, энергий \mathcal{E}_C и \mathcal{E}_L , ёмкости C и индуктивности L :

$$I = \frac{dq}{dt}, \quad UI = \frac{d\mathcal{E}}{dt}, \quad R = \frac{U}{I}, \quad \mathcal{E}_C = \frac{q^2}{2C}, \quad \mathcal{E}_L = \frac{LI^2}{2},$$

⁴Именно константа в законе Кулона является главным объектом критики во многих полемических статьях, но на самом деле, как мы увидим ниже, важна не она, а размерности полей E, D, V, H

⁵Здесь и далее символ «:=» означает «равенство по определению».

мы выражаем через килограмм, метр, секунду и ампер единицы измерения для электрических цепей, которые совпадают с обычными единицами СИ⁶.

Уравнения электромагнитного поля в ФТ-системе получим модификацией уравнений СГС.

В гауссовой системе СГС для физиков не важен конкретный выбор сантиметра, грамма и секунды как основных единиц измерения, важна форма записи уравнений (выбор коэффициентов). Поэтому, прежде чем сближать СГС и СИ для полей, мы введём вспомогательную гауссову систему МКС (метр, килограмм, секунда, далее МКСГ), все уравнения в которой записываются так же, как в гауссовой системе СГС.

С точки зрения системы МКСГ постоянная Кулона

$$k_{\text{к}} := \frac{1}{4\pi\epsilon_0}, \quad \{k_{\text{к}}\} \approx \{c\}^2 \cdot 10^{-7}$$

(приблизительное равенство было точным до переопределения Ампера 20 мая 2019 г.) в законе Кулона нужна для перевода зарядов из СИ в МКСГ:

$$F = k_{\text{к}} \frac{q_1 q_2}{r^2} = \frac{q_{1\text{МКСГ}} q_{2\text{МКСГ}}}{r^2}, \quad q_{\text{МКСГ}} := \sqrt{k_{\text{к}}} q_{\text{СИ}}.$$

Если мы хотим, чтобы не было коэффициентов в законе для силы, действующей на заряд в электрическом поле \mathbf{E} , то должны выполняться равенства

$$\mathbf{F} = q_{\text{МКСГ}} \mathbf{E}_{\text{МКСГ}} = q_{\text{СИ}} \mathbf{E}_{\text{СИ}}, \quad \mathbf{E}_{\text{МКСГ}} := \frac{\mathbf{E}_{\text{СИ}}}{\sqrt{k_{\text{к}}}}.$$

Для электрических зарядов, токов и поля \mathbf{E} различия между системами ФТ и СИ_{ст} нет.

В МКСГ, как и в СГС, поля $\mathbf{E}, \mathbf{D}, \mathbf{V}, \mathbf{H}$ имеют одинаковую размерность. Чтобы сохранить это свойство в ФТ-системе, мы возьмём коэффициенты пересчёта из МКСГ в ФТ для всех четырёх полей одинаковыми. Также возьмём одинаковые коэффициенты пересчёта для всех источников (зарядов, токов, электрических и магнитных мультипольных моментов).

Мы возьмём уравнения электродинамики в системе МКСГ (т.е. в гауссовой форме, точно такие же, как в системе СГС) и сделаем подстановки:

$$(q, \mathbf{j}, \dots)_{\text{МКСГ}} := \sqrt{k_{\text{к}}} \cdot (q, \mathbf{j}, \dots)_{\text{ФТ}},$$

$$(\mathbf{E}, \mathbf{D}, \mathbf{V}, \mathbf{H})_{\text{МКСГ}} := \frac{1}{\sqrt{k_{\text{к}}}} \cdot (\mathbf{E}, \mathbf{D}, \mathbf{V}, \mathbf{H})_{\text{ФТ}}.$$

Переводных коэффициентов из физико-технической системы в привычную всем теоретикам гауссову систему (точнее, в МКСГ) всего два: один для всех полей и другой для всех источников⁷ (зарядов, токов и моментов). При этом их произведение равно 1.

⁶Обратите внимание: мы специально не использовали величины, связанные с электромагнитными полями (кроме напряжения U). Все величины определяются через параметры цепи. В соответствии с электромеханической аналогией заряд q — обобщённая координата, ток I — обобщённая скорость, напряжение U — обобщённая сила, сопротивление R — коэффициент вязкого трения, обратная ёмкость $\frac{1}{C}$ — жёсткость, индуктивность L — массовый коэффициент. Как и в системе СИ_{ст}, скорость света в уравнениях для электрических цепей не возникает.

⁷Обратите внимание на то, что указанные подстановки надо делать только в уравнениях для полей. В уравнениях для электрических цепей и определениях мультипольных моментов никаких подстановок делать не надо, они сохраняют тот же вид, что и в гауссовой системе.

Уравнения в ФТ-системе

В физико-технической системе уравнения электродинамики имеют вид⁸

$$\begin{aligned}\operatorname{div} \mathbf{B} &= 0, \quad \operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \\ \operatorname{div} \mathbf{D} &= 4\pi k_{\kappa} \rho, \quad \operatorname{rot} \mathbf{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} k_{\kappa} \mathbf{j}, \\ \mathbf{S} &= \frac{c}{4\pi k_{\kappa}} [\mathbf{E} \times \mathbf{H}], \quad W = \frac{(\mathbf{E}, \mathbf{D}) + (\mathbf{B}, \mathbf{H})}{8\pi k_{\kappa}}, \\ \sigma_{\alpha\beta} &= \frac{E_{\alpha} D_{\beta} + B_{\alpha} H_{\beta}}{4\pi k_{\kappa}} - \delta_{\alpha\beta} W, \\ \mathbf{F} &= q \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{v} \times \mathbf{B}] \right), \quad L = \frac{\Phi}{cI}, \\ \mathbf{D} &= \mathbf{E} + 4\pi k_{\kappa} \mathbf{P}, \quad \mathbf{H} = \mathbf{B} - 4\pi k_{\kappa} \mathbf{M}.\end{aligned}$$

Здесь ρ и \mathbf{j} — плотности заряда и тока, W — плотность энергии, \mathbf{S} — вектор Умова–Пойнтинга, $\sigma_{\alpha\beta}$ — тензор напряжений Максвелла, индексы $\alpha, \beta = 1, 2, 3$ нумеруют пространственные координаты, Φ — магнитный поток, \mathbf{P} и \mathbf{M} — электрический и магнитный дипольные моменты на единицу объёма.

Если сделать замену $k_{\kappa} := 1$, то мы воспроизведём уравнения в гауссовой форме, за исключением индуктивности L , которую в СГС иногда определяют как $L_{\text{сгс}} = \frac{\Phi}{I}$. Впрочем, это расхождение следует считать скорее преимуществом, чем недостатком, поскольку оно убирает скорость света из уравнений электрических цепей.

Если положить $k_{\kappa} := \frac{\varkappa_q}{4\pi}$, запись уравнений электродинамики приблизится к записи в *системе единиц Хевисайда–Лоренца* (ещё одна популярная у теоретиков разновидность системы СГС). Постоянную $\varkappa_q = \frac{1}{\varepsilon_0}$ можно назвать *постоянной Хевисайда*. Если сделать замену $\varkappa_q := 1$, $k_{\kappa} := \frac{1}{4\pi}$, то мы воспроизведём уравнения в форме, принятой в *системе единиц Хевисайда–Лоренца*.

Как видно, переход от формул СГС к ФТ-системе (вставка в формулы постоянной Кулона) легко проводится из соображений размерности. Такой переход не намного сложнее, чем восстановление в формулах постоянной Больцмана, после того как она была положена равной 1.

Поля в старой системе СИ_{ст} и в физико-технической системе (ФТ) связаны соотношениями

$$\begin{aligned}\mathbf{E}_{\text{фт}} &:= \mathbf{E}_{\text{си}_{\text{ст}}}, \quad \mathbf{D}_{\text{фт}} := \frac{\mathbf{D}_{\text{си}_{\text{ст}}}}{\varepsilon_0}, \\ \mathbf{B}_{\text{фт}} &:= c\mathbf{B}_{\text{си}_{\text{ст}}}, \quad \mathbf{H}_{\text{фт}} := \frac{\mathbf{H}_{\text{си}_{\text{ст}}}}{c\varepsilon_0} = c\mu_0\mathbf{H}_{\text{си}_{\text{ст}}}, \\ \varepsilon_0 &:= \frac{1}{4\pi k_{\kappa}}, \quad \mu_0 := \frac{1}{c^2\varepsilon_0} = \frac{4\pi k_{\kappa}}{c^2}.\end{aligned}$$

Для соответствия со старой системой СИ_{ст} полезно определить «*приведённое*» магнитное поле, совпадающее с полем старой системы СИ_{ст}:

$$\mathbf{B}_{\text{пр}} := \frac{\mathbf{B}_{\text{фт}}}{c} = \mathbf{B}_{\text{си}_{\text{ст}}}.$$

Именно в единицах приведённого поля калиброваны современные измерительные приборы, однако использование его в формулах нежелательно⁹.

⁸Здесь и далее в данной главе компоненты тензора энергии импульса (W , \mathbf{S} , $\sigma_{\alpha\beta}$) записаны для случая линейной поляризуемости среды.

⁹Запомнить это несложно исходя из того, что формула для силы Лоренца, записанная через приведённое поле, не содержит скорость света.

5. Система СИ в электродинамике

Приведём для сравнения вид тех же ключевых уравнений электродинамики в системе СИ:

$$\begin{aligned}\operatorname{div} \mathbf{B} &= 0, & \operatorname{rot} \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \\ \operatorname{div} \mathbf{D} &= \rho, & \operatorname{rot} \mathbf{H} &= \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{j}, \\ \mathbf{S} &= [\mathbf{E} \times \mathbf{H}], & W &= \frac{1}{2}(\mathbf{E}, \mathbf{D}) + \frac{1}{2}(\mathbf{B}, \mathbf{H}), \\ \sigma_{\alpha\beta} &= (E_\alpha D_\beta + B_\alpha H_\beta) - \delta_{\alpha\beta} W, \\ \mathbf{F} &= q(\mathbf{E} + [\mathbf{v} \times \mathbf{B}]), & L &= \frac{\Phi}{I}, \\ \mathbf{D} &= \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}, & \mathbf{H} &= \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{M}.\end{aligned}$$

Может показаться, что уравнения в системе СИ проще, чем в СГС или в ФТ-системе. Чтобы развеять эту иллюзию и объяснить причину предпочтения теоретиков, запишем уравнения СИ в вакууме (исключив поля \mathbf{D} и \mathbf{H}):

$$\begin{aligned}\operatorname{div} \mathbf{B} &= 0, & \operatorname{rot} \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \\ \operatorname{div} \mathbf{E} &= \frac{1}{\varepsilon_0} \rho, & \operatorname{rot} \mathbf{B} &= \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mu_0 \mathbf{j} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{1}{\varepsilon_0 c^2} \mathbf{j}, \\ \mathbf{S} &= \frac{1}{\mu_0} [\mathbf{E} \times \mathbf{B}] = \varepsilon_0 c^2 [\mathbf{E} \times \mathbf{B}], \\ W &= \frac{\varepsilon_0}{2} \mathbf{E}^2 + \frac{1}{2\mu_0} \mathbf{B}^2 = \frac{\varepsilon_0}{2} (\mathbf{E}^2 + c^2 \mathbf{B}^2), \\ \sigma_{\alpha\beta} &= \varepsilon_0 (E_\alpha E_\beta + c^2 B_\alpha B_\beta) - \delta_{\alpha\beta} W.\end{aligned}$$

6. Смысл постоянной Кулона

Традиция гауссовой системы единиц предполагает, что постоянная Кулона не имеет физического смысла, поскольку представляет собой всего лишь квадрат отношения двух единиц заряда:

$$\{k_{\text{к}}\} = \left(\frac{q_{\text{МКСГ}}}{\text{КЛ}}\right)^2, \quad q_{\text{МКСГ}} = \sqrt{\text{Дж} \cdot \text{м}} = \text{кг}^{1/2} \cdot \text{м}^{3/2} \cdot \text{с}^{-1} = 10^{4,5} \text{ ед. заряда СГС}$$

— единица заряда в гауссовой системе МКСГ.

В старой версии системы СИ (до 20 мая 2019 года), в которой ампер, а вместе с ним и кулон определяются через силу, действующую между двумя параллельными проводниками с током, это мнение о нефизичности $k_{\text{к}}$ абсолютно справедливо.

С 20 мая 2019 года фиксировано *точное* значение постоянной Планка:

$$h = 2\pi\hbar := 6,626\,070\,15 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с},$$

а ампер определён через элементарный заряд, которому приписано *точное* значение:

$$e := 1,602\,176\,634 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}.$$

Ещё в 1983 году был переопределён метр путём задания точного значения скорости света в вакууме, для которой с тех пор *по определению* принято фиксированное *точное* значение:

$$c := 299\,792\,458 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Итак, в определении постоянной тонкой структуры¹⁰

$$\alpha := \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar c} = \frac{k_{\text{к}}e^2}{\hbar c}$$

¹⁰Постоянная тонкой структуры представляет собой квадрат отношения элементарного заряда к планковскому: $\alpha = \left(\frac{e^2}{\hbar c}\right)_{\text{СГС}} = \left(\frac{e}{q_{\text{пл}}}\right)^2 \approx \frac{1}{137,035\,999}$.

оказываются *точно заданы по определению* все величины, кроме постоянной Кулона. Таким образом,

$$k_{\text{к}} := \frac{\hbar c}{e^2} \cdot \alpha = C_{\alpha} \cdot \alpha.$$

Мы видим, что численное значение $k_{\text{к}}$ в реформированной системе СИ — это постоянная тонкой структуры, умноженная на некоторый фиксированный численный множитель C_{α} , который выбран так, чтобы переопределённые единицы массы и тока воспроизводили принятые до 20 мая 2019 г. с точностью, доступной современным (на момент реформы СИ) измерительным приборам.

Дальнейшее улучшение точности измерений неизбежно приведёт к тому, что различие единиц измерения современной системы СИ и реформированной системы станет доступно измерению. С этого момента постоянная Кулона станет действительно фундаментальной константой — постоянной тонкой структуры, умноженной на исторически фиксированный коэффициент C_{α} .

Таким образом, постоянная Кулона приобретает физический смысл благодаря тому, что для электрического заряда существует естественная единица (элементарный заряд), которая не кратна планковскому заряду.

Спор между гауссовой системой и реформированной системой СИ в части определения единицы электрического разряда сводится к тому, определить ли эту единицу через элементарный заряд (новая СИ) или через планковский заряд (СГС и старая СИ). Поскольку планковский заряд в природе не реализуется, выбор представляется очевидным.

7. Понятие о системе систем единиц измерения

Есть системы единиц, в которых проводят измерения и делают вычисления с экспериментально измеренными физическими величинами, а есть системы единиц, в которых удобно делать теоретические выкладки, но единицы измерения которых неудобны для реальных измерений.

Удобно, когда переход к «теоретическим» единицам осуществляется просто путём задания некоторых входящих в формулы констант равными единице. Например, часто теоретики в своих выкладках полагают единицей постоянную Больцмана. Это очень удобно для теоретика, но непригодно для экспериментатора. Однако, получив результат, теоретик легко восстанавливает в конечных формулах постоянную Больцмана из соображений размерности. Аналогично в специальной теории относительности могут полагать единицей скорость света, а в общей — ещё и гравитационную постоянную. В квантовой механике полагают единицей постоянную Планка, а в атомной физике — массу электрона. Во всех этих случаях обратный переход к экспериментальным единицам легко осуществляется из соображений размерности.

Мы имеем вполне естественную *систему систем* «теоретических» единиц, в основании которой лежит гауссова система СГС. Из СГС получаются системы единиц, удобные для различных разделов физики, в которых единицами полагаются те или иные размерные константы. И так вплоть до полностью безразмерных систем единиц наподобие планковской.

Однако из-за разных подходов к записи уравнений электродинамики система систем единиц измерения, основанная на СГС, оказывается оторванной от экспериментальной системы единиц СИ: правила перехода между ними слишком неудобны и не сводятся к приравнению констант единице.

Физико-техническая система единиц естественным образом становится в основание системы систем единиц измерения перед гауссовой системой, связывая тем самым систему систем с экспериментом.

8. Заключение

При обсуждении на одном из семинаров статьи [1] был задан вопрос о том, существуют ли учебники, написанные с использованием предлагаемой системы единиц. Тогда ответ был отрицательным. С тех пор ситуация немного изменилась. С использованием системы СИ_{ФТ} была издана в 2019 г. брошюра «Размерность и подобие» [2], а в настоящее время готовится к изданию учебник «Механика и теория поля» [3], совмещающий аналитическую механику, стандартный физтеховский курс «Теория поля» (специальная теория относительности и классическая электродинамика в вакууме) и дополнительный материал, связывающий механику и теорию поля с элементами дифференциальной геометрии. Учебник [3] (в виде электронной версии) уже используется на кафедре теоретической физики им. Л.Д. Ландау в МФТИ для преподавания курсов «Аналитическая механика», «Теория поля» и факультативного курса «Геометрические методы в классической теории поля».

Возможно постепенно систему СИ_{ФТ} удастся внедрить более широко, начиная это внедрение с использования при преподавании электродинамики.

Список литературы

- [1] Иванов М.Г., Физико-техническая система единиц для электродинамики // Инженерная физика. 2015. №1. С. 4–12; Ivanov M.G. Physics and technology system of units for electrodynamics // (опубликована online). — 2015. — 12 с. Расширенная английская версия статьи: [arXiv:1512.05394](https://arxiv.org/abs/1512.05394)
- [2] Иванов М.Г., Размерность и подобие. 2-е изд., МФТИ, Москва, 2019, 152 с. <https://old.mipt.ru/students/organization/mezhpr/biblio/razmernost.php>
- [3] Иванов М.Г., Механика и теория поля. — готовится к изданию. <https://old.mipt.ru/students/organization/mezhpr/biblio/mekhanika-i-teoriya-polya.php>
- [4] Федеральный информационный фонд по обеспечению единства измерений. <https://fgis.gost.ru/fundmetrology/registry>
- [5] Гладун А.Д., Педагогические раздумья физика. М. : МФТИ, 2005.
- [6] Трунов Г.М., Уравнения электромагнетизма и системы единиц электрических и магнитных величин. М. : ФОРУМ, 2011.
- [7] Тамм И.Е., Основы теории электричества. М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989.
- [8] The International System of Units (SI), 9th edition. — Sèvres: BIPM, 2019 (V2.01, December 2022). <https://www.bipm.org/documents/20126/41483022/SI-Brochure-9.pdf>
- [9] The International System of Units (SI), 8th edition. — Sèvres: BIPM, 2006. https://www.bipm.org/documents/20126/41483022/si_brochure_8.pdf
- [10] The International System of Units (SI), 7th edition. — Sèvres: BIPM, 1998. https://www.bipm.org/documents/20126/41483022/si_brochure_7.pdf
- [11] On the possible future revision of the International System of Units, the SI. Resolution 1 of the 24th meeting of CGPM (2011); <https://www.bipm.org/en/committees/cg/cgpm/24-2011/resolution-1>
- [12] On the revision of the International System of Units (SI). Resolution 1 of the 26th meeting of CGPM (2018) <https://www.bipm.org/en/committees/cg/cgpm/26-2018/resolution-1>
- [13] Капица С. П. Естественная система единиц в классической электродинамике и электронике. УФН 88 191–194 (1966). <https://ufn.ru/ru/articles/1966/1/j/> [Kapitsa S. P. A natural system of units in classical electrodynamics and electronics. Sov. Phys. Usp. 9 184–186 (1966)]
- [14] Сивухин Д.В., О Международной системе физических величин // УФН. 1979. Т. 129. С. 335. <https://ufn.ru/ru/articles/1979/10/h/> [Sivukhin D.V., The international system of physical units // Sov. Phys. Usp. 1979. V. 22. P. 834.]
- [15] Сивухин Д.В., Общий курс физики. Т. III. Электричество. М. : Физматлит; МФТИ, 2004. § 85 «Международная система единиц (СИ)»
- [16] Трунов Г.М., Приведение единиц электрических и магнитных величин системы СИ в соответствие с современным представлением об электромагнитном поле // Физическое образование в вузах. 2001. Т. 7. № 4. С. 12–21.
- [17] Трунов Г.М., Коррекция математической формы записи уравнений электромагнетизма и создание на их основе новой системы электромагнитных единиц // Вестник Московского государственного технического университета им. Н.Э. Баумана. Серия: Естественные науки. 2006. № 2. С. 66–75. <https://pstu.ru/files/file/FPMM/el.pdf>
- [18] Трунов Г.М., Уравнения электромагнетизма и системы электромагнитных единиц — прошлое, настоящее, будущее // Законодательная и прикладная метрология. 2006. № 2. С. 46–52. https://pstu.ru/files/file/FPMM/2006_2.doc

Ссылка для цитирования:

Иванов М.Г., Дудченко В.А. О единицах измерения в электродинамике // Современная электродинамика. 2025. Т. 3, № 2(16). С. 30-40. DOI 10.24412/2949-0553-2025-216-30-40. EDN SCZYFK.

Citation link:

Ivanov M.G.,Dudchenko V.A. On units of measurement in electrodynamics // Modern Electrodynamics. 2025. Vol. 3, No. 2(16). P. 30-40. DOI 10.24412/2949-0553-2025-216-30-40. EDN SCZYFK.